МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ «ЛУГАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ ВЛАДИМИРА ДАЛЯ»

Антрацитовский институт геосистем и технологий

Кафедра экономики и транспорта

УТВЕРЖДАЮ
Директор
Антрацитовского института
геосистем и технологий
__________ доц. Крохмалёва Е.Г.
«21» 04 2023 г.

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

по учебной дисциплине

Исследование операций и методы оптимизации в экономике

Направление подготовки	38.03.02 Менеджмент
Профиль	Менеджмент организаций

Разработчик:
доцент __________ Е.Г. Крохмалёва

ФОС рассмотрен и одобрен на заседании кафедры экономики и транспорта
от «14» 04 2023 г., протокол № 9

Заведующий кафедрой
экономики и транспорта __________ В.А. Артеменко

2023 г.

Паспорт
фонда оценочных средств по учебной дисциплине
Исследование операций и методы оптимизации в экономике

Перечень компетенций (элементов компетенций), формируемых в результате освоения учебной дисциплины (модуля)

№ п/п	Код контролируемой компетенции	Формулировка контролируемой компетенции	Контролируемые темы учебной дисциплины	Этапы формирования (семестр изучения)
1	УК-1	Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	Тема 1. Линейное программирование.	3
			Тема 2. Решение задач линейного программирования.	3
			Тема 3. Двойственная задача линейного программирования.	3
			Тема 4. Транспортная задача.	3
			Тема 5. Целочисленное программирование.	3
			Тема 6. Задачи многокритериальной оптимизации.	3
			Тема 7. Методы оптимизации функций.	3
			Тема 8. Методы поиска экстремумов функции одной переменной.	3
			Тема 9. Поиск экстремумов функции нескольких переменных (безусловная оптимизация).	3
			Тема 10. Нелинейное программирование.	3
			Тема 11. Методы штрафов.	3
			Тема 12. Квадратичное программирование.	3
			Тема 13. Модели динамического программирования.	3

Показатели и критерии оценивания компетенций, описание шкал оценивания

№ п/п	Код контролируемой компетенции	Показатель оценивания (знания, умения, навыки)	Контролируемые темы учебной дисциплины	Наименование оценочного средства
1	УК-1	**знать:** способы осуществления поиска, критического анализа и синтеза информации, системный подход для решения поставленных задач **уметь:** осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач **владеть навыками:** осуществления поиска, критического анализа и синтеза информации, системного подхода для решения поставленных задач	Тема 1. Тема 2. Тема 3. Тема 4. Тема 5. Тема 6. Тема 7. Тема 8. Тема 9. Тема 10. Тема 11. Тема 12. Тема 13.	опрос теоретического материала, семинарские занятия

Фонды оценочных средств по дисциплине
«Исследование операций и методы оптимизации в экономике»

Опрос теоретического материала

Тема 1. Линейное программирование.

1. На какие классы делятся задачи МП?
2. Какие задачи традиционно принято выделять в МП среди детерминированных задач?
3. Кратко охарактеризуйте детерминированную задачу и стохастическую.
4. Перечислите задачи, относящиеся к детерминированным.
5. Назовите требования, которым отвечает исследуемый процесс, когда можно применять методы математического программирования.
6. Приведите примеры применения модели линейного программирования.
7. Что необходимо для составления математической модели?
8. Дайте определение целевой функции.
9. Какие величины называются переменными задачи?
10. Что такое система ограничений задачи?
11. В каком виде может быть записана задача линейного программирования в общем случае?
12. Что такое допустимый план (решение) задачи линейного программирования?
13. Что такое оптимальное решение (план) задачи линейного программирования?
14. В каком случае говорят, что модель задачи записана в стандартной форме?
15. Как записать мат. модель с помощью знаков суммирования?
16. В какой форме записи может быть представлена общая задача ЛП?
17. Какие различают формы математических моделей общей задачи ЛП в зависимости от соотношений между правыми и левыми частями ограничивающих условий?
18. Какого вида неравенства применяются при формировании задачи на максимум?
19. Какого вида неравенства применяются при формировании задачи на минимум?
20. Что необходимо сделать, для того чтобы привести модель задачи стандартной формы к канонической?

Тема 2. Решение задач линейного программирования.

1. Когда нужен графический метод?
2. Какие этапы включает решение задачи линейного программирования графическим методом?
3. Какие ситуации могут возникать при решении задачи линейного программирования графическим методом?
4. В каких формах можно записать задачу линейного программирования?
5. Для решения каких задач применяют симплекс-метод?
6. Что называется общей задачей линейного программирования?
7. Что называется канонической задачей линейного программирования?

8. Что называется основной задачей линейного программирования или сопряженной канонической задачей линейного программирования?

9. Что называется стандартной задачей линейного программирования?

10. В чем состоит идея симплекс-метода?

11. На какие этапы распадается симплексный метод?

12. Каков алгоритм симплекс-метода?

13. Дайте понятие решения для системы линейных уравнений (СЛУ), зависящего от множества индексов.

14. Дайте понятие базисного решения СЛУ.

15. Дайте понятие допустимого базисного решения.

16. Совместность и неизбыточность СЛУ.

17. Что такое базисное решение?

18. Нахождение базисного решения.

19. Вспомогательные построения при прямом симплекс-методе решения ЛП задачи.

20. Классификация симплексных таблиц.

21. Дайте определение ведущего столбца.

22. Дайте определение ведущей строки.

23. Дайте определение ведущего элемента.

24. Интерпретация результата работы симплекс-метода.

25. Какой базис называется искусственным?

26. В чем заключается метод искусственного базиса?

Тема 3. Двойственная задача линейного программирования.

1. Какие задачи ЛП называются симметричными взаимно двойственными задачами?
2. В каком случае используется двойственный симплекс-метод?
3. Какими свойствами обладают двойственные задачи?
4. Алгоритм составления двойственной задачи.
5. Сформулируйте правила составления задачи, двойственной по отношению к исходной для канонической задачи.
6. Как составить двойственную задачу, когда прямая задача записана в общей форме?
7. Сформулируйте первую (основную) теорему двойственности.
8. В чем заключается экономический смысл первой теоремы двойственности?
9. Сформулируйте вторую теорему двойственности.
10. Что такое оптимальные (двойственные) оценки исходной задачи?
11. Сформулируйте третью теорему двойственности.
12. Сделайте выводы о том, чем являются двойственные оценки.

Тема 4. Транспортная задача.

1. Какова математическая формулировка транспортной задачи?
2. Что предполагается в общей постановке транспортной задачи?
3. В каком случае модель транспортной задачи называется закрытой, или замкнутой, или сбалансированной, а в каком открытой?
4. В каком случае опорный план называется невырожденным, а в каком вырожденным?

5. Какие методы существуют для определения опорного плана?
6. В чем заключается метод северо-западного угла (диагональный метод)?
7. Рассмотрите метод наименьшей стоимости (минимального элемента).
8. В чем заключается суть метода двойного предпочтения?
9. Из каких шагов состоит алгоритм метода аппроксимации Фогеля?
10. В чем отличие открытой транспортной задачи?
11. Охарактеризуйте ЭММ (метод потенциалов для решения транспортной задачи ЛП).
12. Что такое закрытая транспортная задача линейного программирования?
13. Как превратить открытую транспортную задачу линейного программирования в закрытую?
14. Что такое базисный план?
15. Что такое базисные переменные?
16. Как рассчитать условную цену?
17. Что такое потенциалы, использование их в расчетах?
18. Назовите условие оптимальности при решении транспортной задачи линейного программирования методом потенциалов.
19. Охарактеризуйте этапы алгоритма решения транспортной задачи линейного программирования методом потенциалов.
20. Сформулируйте общий принцип определения оптимального плана транспортной задачи методом потенциалов.
21. Сформулируйте критерий оптимальности.
22. Что называется циклом в таблице условий транспортной задачи?
23. В каком случае транспортная задача называется открытой?

Тема 5. Целочисленное программирование.

1. Задача о рюкзаке. Задача о назначении
2. Задача о рюкзаке. Задача коммивояжера
3. Методы решения ЗЦП.
4. Графический метод.
5. Методы отсечения. Метод Гомори
6. Метод ветвей и границ.
7. Алгоритм МВГ.
8. Что такое Венгерский алгоритм решения задачи о назначениях (Венгерский метод)?
9. Алгоритм Венгерского метода № 1.
10. Алгоритм Венгерского метода № 2.
11. В каких случаях применим Венгерский метод?

Тема 6. Задачи многокритериальной оптимизации.

1. В каком случае применяется метод последовательных уступок решения многокритериальных задач?
2. В чем заключается суть метода последовательных уступок?
3. Порядок решения детерминированных многокритериальных задач методом последовательных уступок
4. Исследование метода последовательных уступок.
5. Для решения каких инженерных задач целесообразно применять метод

последовательных уступок?

6. Что является недостатком метода уступок?
7. В чем заключается метод равномерной оптимизации?
8. Что является исходной посылкой метода равномерной оптимизации?
9. В чем заключается метод справедливого компромисса?
10. Какая формула рекомендуется для расчетов с помощью метода равномерной оптимизации?
11. Метод свертывания критериев.

Тема 7. Методы оптимизации функций.

1. Что понимают под оптимизацией?
2. В процессе решения задачи оптимизации обычно необходимо найти оптимальные значения некоторых параметров, определяющих данную задачу. Как принято их называть при решении инженерных задач, а как экономических?
3. Какая величина называется целевой функцией (или критерием качества)?
4. В чем состоит безусловная задача оптимизации?
5. Что значит условные задачи оптимизации, или задачи с ограничениями?
6. Каким образом формулируется одномерная задача оптимизации в общем случае?
7. Сформулируйте Теорему Вейерштрасса.
8. Что значит целевая функция унимодальна?
9. В чем состоит процесс решения задачи методом поиска?
10. В чем состоит метод золотого сечения?
11. Что такое экстремум?
12. Дайте определение локального максимума и локального минимума.
13. Сформулируйте необходимое условие экстремума.
14. Сформулируйте достаточное условие экстремума.
15. Скалярный случай $x \in R1$.
16. Векторный случай.
17. Минимизация при ограничениях.
18. Назовите виды сходимости.
19. Что означает глобальная сходимость?
20. Что понимается под асимптотической сходимостью?
21. Зачем задавать критерий останова?
22. Перечислите основные настройки критериев останова.
23. Сформулировать критерии останова.
24. Какими выбираются константы в критериях останова?
25. Дайте характеристики алгоритмам оптимизации.

Тема 8. Методы поиска экстремумов функции одной переменной.

1. Прямые методы оптимизации.
2. Метод равномерного поиска (МРП).
3. В чем заключается метод деления отрезка пополам (МДОП)?
4. Метод Фибоначчи (МФ).
5. Определение отрезка локализации минимума методом Фибоначчи.
6. Метод золотого сечения (МЗС).

7. Регуляризованные методы одномерного поиска.
8. Сравнение прямых методов оптимизации.
9. Полиномиальная аппроксимация.
10. Сформулируйте методы точечного оценивания.
11. Квадратичная аппроксимация.
12. В чем заключается метод Пауэлла?
13. Методы с использованием производных.
14. Метод Ньютона-Рафсона.
15. Метод средней точки (поиск Больцано).
16. Сформулируйте другие методы поиска экстремума функций.
17. Метод оптимизации с использованием кубичной аппроксимации.
18. Сравните методы одномерной оптимизации.

Тема 9. Поиск экстремумов функции нескольких переменных (безусловная оптимизация).

1. Какие этапы включает остановка задачи оптимизации.
2. Что называется параметрами оптимизации?
3. Что такое ограничения?
4. В какой форме могут быть заданы ограничения?
5. Какие задачи называются задачами одномерной оптимизации, а какие – многомерной оптимизации?
6. Какая функция называется позиномом?
7. Как классифицируются и методы оптимизации?
8. По каким принципам методы одномерной оптимизации разделяются на подклассы?
9. На какие методы подразделяются методы оптимизации?
10. Что называют точкой строгого локального экстремума функции одного переменного?
11. Что такое математическая модель объекта оптимизации?
12. Каковы этапы построения математической модели?
13. Сформулируйте математическую постановку задачи оптимизации.
14. Какова классификация задач оптимизации по размерности управляемой переменной, условиям на функции, методам решения.
15. Дайте определение оптимального решения задачи оптимизации.
16. Какая последовательность называется релаксационной?
17. Будет ли последовательность $x_n = 2 - 1/n$ - релаксационной для функции $f(x) = (x-3)\, e^{-x}$.
18. В прямой круговой конус вписан прямой круговой цилиндр так, что основания конуса и цилиндра лежат в одной плоскости. Найти наибольшую возможную часть объема конуса, занятую таким цилиндром. К какому типу относится модель данной задачи?
19. Постройте математическую модель задачи. В заданный треугольник АВС с высотой Н и основанием b вписать параллелограмм наибольшей площади, стороны которого параллельны двум сторонам треугольника. Классифицируйте задачу.
20. Сравните методы Ньютона и секущих. Каков порядок сходимости каждого?
21. В чем состоит идея метода кубической аппроксимации?

22. Какие многочлены называются интерполяционным многочленом Лагранжа, Эрмита? В чем их отличие?

23. Что такое градиент функции многих переменных, матрица Гессе? Запишите приращения дифференцируемой и дважды дифференцируемой функции, используя эти понятия.

24. Что такое производная функции многих переменных по направлению вектора и как она связана с градиентом функции? Имеет ли дифференцируемая функция многих переменных производные по всем направлениям? Верно ли обратное?

25. В чем различие между точкой экстремума и критической или стационарной точками скалярной функции многих переменных? Что называют строгим (нестрогим) локальным экстремумом такой функции?

26. Сформулируйте необходимые условия экстремума скалярной функции многих переменных: а) с использованием частных производных функции; б) с использованием градиента функции.

27. Сформулируйте достаточные условия экстремума функции многих переменных с использованием: а) понятия знакоопределенности второго дифференциала функции; б) главных миноров матрицы Гессе; в) собственных чисел матрицы Гессе.

28. Какая последовательность называется релаксационной?

29. Сформулируйте идею методов прямого поиска нулевого порядка.

30. Каким образом выбирают направления и параметр шага в методе Гаусса – Зейделя?

31. В чем заключается этап исследующего поиска в методе Хука – Дживса?

32. Как выбирается ускоряющий множитель в этапе поиска по образцу в методе Хука – Дживса?

33. Симплексный метод Нелдера-Мида, идея метода, этапы алгоритма поиска по деформируемому многограннику?

34. Алгоритм Розенброка, как осуществляется поворот системы координат? Для чего используется ортогонализация Грама-Шмидта?

35. В чем отличия метода Розенброка и метода Хука – Дживса? Каковы условия применения метода Розенброка?

36. Дайте определение регулярного симплекса.

37. Как строится новый симплекс на основе базового?

38. В чем отличие процедур отражения и сжатия вовнутрь?

39. Какие векторы называются Н-сопряженными?

40. Сформулируйте основную идею метода Пауэлла.

41. Проанализируйте на примере поиска минимума квадратичной функции с положительно определенной матрицей Q, имеет ли значение тот порядок, в котором выбираются направления исчерпывающего спуска в методе сопряженных направлений.

42. Можно ли осуществлять поиск минимума квадратичной функции в одном и том же направлении более одного раза?

43. Как выбирается направление и параметр шага в методе наискорейшего спуска? Какие условия должны выполнятся для сходимости метода?

44. В чем отличие выбора направлений метода сопряженных градиентов и метода сопряженных направлений? Как выбирается параметр шага в методе

Флетчера – Ривса?

45. Как выбирается параметр шага в методе Поллака – Райвера?
46. Какие направления поиска называются ньютоновскими?
47. Как определяется матрица Гессе?
48. В чем состоит основной принцип модификаций метода Ньютона?
49. Чем отличается метод Ньютона от метода Ньютона – Рафсона?
50. Как строится релаксационная последовательность в методе Марквардта?
51. Для каких функций эффективно применение методов второго порядка?
52. В каких случаях модифицированный метод Ньютона сходится, а в каких нет?
53. Что необходимо предусмотреть в реализуемом алгоритме для обеспечения сходимости метода?
54. Какие методы называются квазиньютоновскими? Как строится релаксационная последовательность в этих методах?
55. Что такое переменная метрика? В чем заключается общая идея методов переменной метрики?
56. Каким свойством должны обладать аппроксимирующие матрицу Гессе метрики?
57. Как аппроксимируют обратную матрицу Гессе в методах Пирсона? Какая матрица выбирается в качестве начальной?
58. В чем отличие методов Пирсона и метода Дэвидона – Флетчера – Пауэлла?
59. Сравните методы Дэвидона – Флетчера – Пауэлла и Бройдена – Флетчера – Шенно. К каким из функций применим тот или иной метод?
60. Чем отличаются методы Пуэлла и Мак – Кормика?
61. Метод Коши.
62. Вариант Полака-Рибьера (МПР).
63. Метод Флетчера-Ривза (МФР).

Тема 10. Нелинейное программирование.

1. На какие два больших класса можно разделить большинство существующих методов в нелинейном программировании?
2. Задачи с ограничениями в виде равенств.
3. Метод замены переменных (МЗП).
4. Что такое множители Лагранжа?
5. Что такое функция Лагранжа?
6. Что называется точкой стационарности функции Лагранжа?
7. Метод множителей Лагранжа (ММЛ).
8. Обобщенный метод множителей Лагранжа.
9. Метод неопределенных множителей Лагранжа.
10. Сформулируйте необходимые и достаточные условия оптимальности задач с ограничениями общего вида.

Тема 11. Методы штрафов.

1. Общая схема метода штрафов.
2. Основные типы штрафов.
3. Алгоритм метода штрафных функций.
4. Квадратичный штраф.

5. Метод внешних штрафов.
6. Метод внутренних штрафов.
7. Бесконечный барьер
8. Метод барьерных функций.
9. Алгоритм метода барьерных функций.
10. Логарифмический штраф.
11. Штраф типа обратной функции.
12. Штраф типа квадрата срезки.
13. Приведите примеры использования штрафов.

Тема 12. Квадратичное программирование.

1. Какая задача называется задачей КП?
2. Задача выбора портфеля ценных бумаг.
3. Условие Куна-Таккера для ЗКП.
4. Решение ЗКП методом симплексного преобразовании коэффициентов уравнений.
5. Выделите стандартные формы записи ЗКП.
6. Сформулируйте основной признак разрешимости ЗКП.
7. Что такое дополнительный и экстремальный базисы?
8. Метод решения ЗКП с помощью искусственного базиса.

Тема 13. Модели динамического программирования.

1. Что такое динамическое программирование?
2. Назовите основные необходимые свойства задач, к которым возможно применить принцип динамического программирования.
3. Общая постановка задачи динамического программирования.
4. Рассмотрите особенности математической модели динамического программирования.
5. Как формулируется задача пошаговой оптимизации (задача ДП)?
6. Выделите особенности модели ДП.
7. Принцип оптимальности и уравнения Беллмана.
8. Какая функция называется аддитивной целевой функцией?
9. Сформулируйте принцип оптимальности.
10. Задача об оптимальном маршруте.
11. Построение оптимальной последовательности операций в коммерческой деятельности.
12. Выбор оптимального маршрута перевозки грузов.
13. Задача об оптимальном распределении средств между предприятиями.
14. Двумерная модель распределения средств.
15. Оптимальная стратегия замены оборудования. Задача о замене оборудования.

Критерии и шкала оценивания по оценочному средству собеседование (устный/письменный опрос)

Шкала оценивания	**Критерий оценивания**
отлично (5)	Ответ полный и правильный на основании изученного материала. Выдвинутые положения аргументированы и иллюстрированы примерами. Материал изложен в определенной логической последовательности, с использованием научных терминов; ответ самостоятельный. Обучающийся уверенно отвечает на дополнительные вопросы.
хорошо (4)	Ответ полный и правильный, подтвержден примерами; но их обоснование не аргументировано. Материал изложен в определенной логической последовательности, при этом допущены 2-3 несущественные погрешности, исправленные по требованию экзаменатора. Материал изложен осознанно, самостоятельно, с использованием научных терминов. Обучающийся испытывает незначительные трудности в ответах на дополнительные вопросы.
удовлетвори-тельно (3)	Ответ недостаточно логически выстроен, самостоятелен. Основные понятия употреблены правильно, но обнаруживается недостаточное раскрытие теоретического материала. Выдвигаемые положения недостаточно аргументированы и не подтверждены примерами; ответ носит преимущественно описательный характер. Научная терминология используется недостаточно. Обучающийся испытывает достаточные трудности в ответах на вопросы.
неудовлетвори-тельно (2)	Ответ недостаточно логически выстроен, самостоятелен. Основные понятия употреблены неправильно, обнаруживается недостаточное раскрытие теоретического материала. Выдвигаемые положения недостаточно аргументированы и не подтверждены примерами; Научная терминология используется недостаточно. Обучающийся испытывает достаточные трудности в ответах на вопросы.

Практические занятия

Практическое занятие 1.

Тема: Усвоение постановки задачи линейного программирования.

Составить математическую модель данной задачи.

Задание 1. Предприятие может работать по трем технологическим способам. Расход ресурсов за единицу времени при соответствующей технологии и производительность каждой технологии в рублях за единицу времени представлены в таблице.

Ресурсы	Расход ресурсов при технологических способах			Объем ресурса
	I	II	III	
Рабочая сила, чел.-час.	15	20	25	1200
Сырье, т	2	3	2,5	150
Электроэнергия, кВт $\cdot$ ч	35	60	60	3000
Производительность технологического способа	300	250	450	

Определить интенсивность использования каждого технологического способа.

Задание 2. Предприятие может изготовлять четыре вида продукции. Сбыт любого ее объема обеспечен. Предприятие располагает в течение квартала трудовыми ресурсами в 100 человеко-смен, полуфабрикатами массой 260 кг, станочным оборудованием в 370 станко-смен. Нормы расхода ресурсов и прибыль от единицы каждого вида продукции представлены в таблице.

Ресурсы	Норма расхода ресурсов на продукцию вида			
	1	2	3	4
Трудовые ресурсы, чел.-смен	2,5	2,5	2	1,5
Полуфабрикаты, кг	4	10	4	6
Станочное оборудование, станко-смен	8	7	4	10
Прибыль от реализации продукции, руб.	40	50	100	80

Определить план выпуска продукции, обеспечивающий максимальную прибыль.

Задание 3. Два изделия В1 и В2 последовательно обрабатываются на станках № 1, 2, 3, 4, 5. Машинное время на единицу изделий на каждом станке указано в таблице. Здесь же приведена прибыль от каждого изделия, причем объем производства второго вида продукции должен превышать 40% общего выпуска. Определить оптимальную программу выпуска, обеспечивающую максимальную прибыль.

Номер полуфабриката	Номер рабочего места					Прибыль, руб./шт.
	1	2	3	4	5	
В1	4	3	2	3	0	1
В2	2	0	6	5	4	1,5
Недельный фонд рабочего времени, мин	352	240	330	420	400	

Задание 4. Фирма производит два продукта А и В, рынок сбыта которых неограничен. Каждый продукт должен быть обработан каждой из машин I, II и III. Время обработки в часах для каждого из изделий А и В приведено ниже:

	I	II	III
A	0,5	0,4	0,2
B	0,25	0,3	0,4

Время работы машин I, II и III, соответственно, 40, 36 и 36 часов в неделю. Прибыль от изделий А и В составляет, соответственно, 5 и 3 тыс. руб. Как изменится производственная программа, если прибыль от выпуска продукта В возрастет до 4 тыс. руб.?

Задание 5. Производитель элементов центрального отопления изготовляет радиаторы четырех моделей. Ограничения на производство обусловлены количеством рабочей силы и количеством стальных листов, из которых изготавливают радиаторы.

Модель радиатора	A	B	C	D
Необходимое количество рабочей силы, человеко-часы	0,5	1,5	2	1,5
Необходимое количество стального листа, м^2	4	2	6	8
Прибыль от продажи одного радиатора, руб.	500	500	1250	1000

Количество стального листа – не более 2500 м^2, количество человеко-часов – не более 500. Решите эту задачу с максимизацией прибыли в качестве целевой функции.

Задание 7. Растворный узел может выпускать строительные растворы трех марок. Содержание (в м3) компонентов в I м3 раствора приведено в таблице.

Компоненты	Марка раствора		
	I	II	III
Песок	0,5	0,5	0,75
Известь	–	0,25	0,125
Цемент	0,5	0,25	0,125

Отпускная цена 1 м^3 раствора I марки 12 рублей, II марки – 10 рублей, III марки – 8 рублей. Ежемесячно растворному цеху поставляется 400 м^3 песка, 80 м^3 извести, 90 м^3 цемента. Определить месячный план выпуска раствора по маркам, обеспечивающий максимальную суммарную стоимость продукции.

Практическое занятие 2.

Тема: Решение задач линейного программирования.

Задание 1. Колхоз имеет возможность приобрести не более 19 трехтонных автомашин и не более 17 пятитонных. Отпускная цена трехтонного грузовика - 4000 руб., пятитонного - 5000 руб. Колхоз может выделить для приобретения автомашин 141 тысяч рублей. Сколько нужно приобрести автомашин, чтобы их суммарная грузоподъемность была максимальной? Задачу решить графическими и аналитическими методами.

Задание 2. Решить задачу графическим методом на минимум и на максимум

$x - 2y \to \min, \max$

$$\begin{cases} 5x + 3y \geq 30, \\ x - y \leq 3, \\ -3x + 5y \leq 15, \end{cases}$$

$x \geq 0, \quad y \geq 0.$

Задание 3. Среди чисел x и y, удовлетворяющих условиям

$$\begin{cases} y \geq 0, \\ x + y \leq 1, \\ x - 4y \geq -2, \end{cases}$$

найти такие, при которых разность этих чисел y-x принимает наибольшее значение.

Задание 4. Решить графическим методом ЗЛП, заданную указанной математической моделью.

$F = 2x_1 - x_2 \to \max,$

$$\begin{cases} x_1 \leq 3, \\ x_1 \geq -1, \\ -2x_1 - 3x_2 \leq 6, \\ -x_1 + 2x_2 \leq 6. \end{cases}$$

Практическое занятие 3.

Тема: Решение задач линейного программирования.

Задание 1. Решить систему уравнений

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 = -2, \\ 4x_1 + 2x_2 + x_3 = 8, \\ 11x_1 - 3x_2 - 2x_3 = -12. \end{cases}$$

Задание 2. Решить геометрически задачи:

а) $F = 3x_1 + 3x_2 \to max$

при ограничениях:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 8, \\ 2x_1 - x_2 \geq 1, \\ x_1 - 2x_2 \leq 2, \\ x_1 \geq 0, \\ x_2 \geq 0; \end{cases}$$

б) $F = 2x_1 - 3x_2 + 1 \to min$

при ограничениях:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 4, \\ 2x_1 - x_2 \geq 1, \\ x_1 - 2x_2 \leq 1, \\ \quad x_1 \geq 0, \\ \quad x_2 \geq 0. \end{cases}$$

Задание 3. Решить систему уравнений

$$\begin{cases} -x_1 - 3x_2 + 3x_3 = 6, \\ x_1 + 2x_2 + x_3 = -2\ , \\ 2x_1 + x_2 - 3x_3 = 1. \end{cases}$$

Задание 4. Решить геометрически задачи:

а) $F = 5x_1 + x_2 \to max$

при ограничениях:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 4, \\ 2x_1 - x_2 \geq 2, \\ x_1 - 2x_2 \leq 2, \\ \quad x_1 \geq 0, \\ \quad x_2 \geq 0; \end{cases}$$

б) $F = x_1 - x_2 + 1 \to min$

при ограничениях:

$$\begin{cases} -x_1 + x_2 \geq 4, \\ 2x_1 - x_2 \geq -1, \\ 3x_1 - 2x_2 \leq 1, \\ \quad x_1 \geq 0, \\ \quad x_2 \geq 0. \end{cases}$$

Задание 4. Фирма имеет одно предприятие, которое выпускает n видов продукции, затрачивая m видов ресурсов. Каждый вид продукции j характеризуется технологией $A_j = (a_{1j},\ldots, a_{mj}, c_j)$ в виде набора $\{a_{ij}\}$, где a_{ij} — количество единиц ресурса i, затрачиваемых на единицу продукта j, и c_j — прибыль, получаемая фирмой с каждой единицы продукта j. Известны также объемы ресурсов $B = (b_1,\ldots, b_m)$, которыми располагает предприятие. Руководство фирмы заинтересовано в получении оптимального варианта своего бизнеса по прибыли. Для этого предприятию нужно, грамотно распорядившись имеющимися ресурсами, выпустить такую комбинацию всех видов продукции, при которой прибыль оказалась бы наибольшей.

Задание 5. Построить математическую модель задач линейного программирования.

1. В 1996 г. ОАО «Прицеп» производит совковые и штыковые лопаты. Для их изготовления требуется листовой металл и древесина. Для изготовления одной совковой лопаты требуется 0,04 листа металла и 0,004 м3 древесины, для изготовления одной штыковой лопаты — 0,02 листа металла и 0,004 м3 древесины. Розничная цена одной совковой лопаты 60 руб., а штыковой — 50 руб. Изучение рынка сбыта показало, что спрос на штыковые лопаты превышает спрос на совковые не более, чем на 3 тыс. штук в месяц. Кроме того, спрос на совковые лопаты не превышает 15 тыс. штук в месяц. Сколько лопат каждого вида должно изготовлять АООТ «Прицеп» в месяц, если оно располагает 300 листами металла и 60 м3

древесины и хочет получить максимальный доход от реализации своей продукции?

2. АООТ «Прицеп» выпускает 4,5-тонные прицепы и кормораздатчики «Ванюша» по цене 40,3 и 74,3 тыс. руб. соответственно. По результатам маркетинговых исследований спрос на изделия первого вида составляет не менее 1 200 ед. в год. Для производства прицепов используются сталь и чугун, запасы которых на предприятии составляют 25 000 и 4 500 т соответственно. Для изготовления 1 тыс. прицепов норма расхода стали составляет 1 615 т, а чугуна — 385 т. Для изготовления 1 тыс. кормораздатчиков расходуется: стали — 2 022 т, чугуна — 478 т. Себестоимость прицепов — 34,66, а кормораздатчиков — 63,9 тыс. руб. Найти оптимальное решение по производству прицепов и кормораздатчиков, чтобы: а) количество выпускаемых изделий было максимальным; б) выручка от выпускаемых изделий была максимальной; в) себестоимость выпускаемых изделий была минимальной.

3. Ремонтный завод «Хоперский» выпускает насосы двух типов: топливные и водяные. В комплектацию этих изделий входят четыре основных вида деталей: корпус, платик, манжета, шестерня. Для изготовления топливного насоса требуется один корпус, четыре платика, четыре манжеты и одна шестерня, для изготовления водяного насоса — 1, 2, 4 и 3 комплектующих деталей, соответственно. От реализации одного топливного насоса завод имеет прибыль 50 руб., а от одного водяного — 200 руб. На складе завода имеется следующий запас комплектующих: корпусов — 6 шт; платиков — 8 шт; манжет — 12 шт; шестерней — 9 шт. Составить план производства, обеспечивающий заводу наибольший доход.

4. Для производства двух видов кормовых биодобавок можно использовать витамины трех групп. При этом на изготовление биодобавки «Телец» расходуется 16 кг витамина A, 8 кг витамина B1 и 5 кг витамина E. На изготовление биодобавки «Овен» расходуется 4 кг витамина A, 7 кг витамина B1 и 9 кг витамина E. На складе фирмы имеется всего 784 кг витамина A, 552 кг витамина B1 и 567 кг витамина E. От реализации добавки «Телец» фирма имеет прибыль 4 тыс. руб., а от добавки «Овен» — 7,2 тыс. руб. Определить максимальную прибыль от реализации обеих биодобавок.

5. Фирма выпускает два набора удобрений «Купрум-I» и «Купрум-II». В «Купрум-I» входит 3 кг азотных, 1 кг калийных и 1 кг медных удобрений. В «Купрум- II» — 1 кг азотных, 2 кг калийных и 6 кг медных удобрений. После осушения торфяных болот для внесения в почву потребовалось по меньшей мере 9 кг азотных, 8 кг калийных и 12 кг медных удобрений. «Купрум-I» стоит 4 усл. ден. ед., а «Купрум-II» — 6 усл. ден. ед. Какие и сколько наборов удобрений необходимо внести, чтобы обеспечить эффективное питание почвы и минимизировать стоимость?

6. На участке производства зубчатых колес имеются два станка — зубофрезерный и зубодолбежный. Требуется изготовить три вида зубчатых колес в следующих количествах: первого вида — 80 шт, второго и третьего — 110 и 140 штук соответственно. Каждое зубчатое колесо может быть изготовлено на любом из станков. Для выпуска одного колеса первого вида на 14 зубофрезерном станке требуется затратить 20 мин, а на зубодолбежном — 34 мин. Для выпуска одного колеса второго вида на зубофрезерном станке требуется затратить 12 мин, а на зубодолбежном — 14 мин. Для выпуска одного колеса третьего вида требуется затратить 10 и 8 мин соответственно. Ресурс работы зубофрезерного станка без

смены инструмента (фрезы) позволяет выпустить всего 180 колес, а ресурс работы зубодолбежного станка без смены инструмента (долбяка) позволяет выпустить всего 150 зубчатых колес. Определить оптимальную загрузку станков, обеспечивающую минимальное общее время их работы без смены инструмента.

Практическое занятие 4.

Тема: Постановка двойственной задачи.

Задание 1. Записать математическую модель двойственной ЗЛП по заданной прямой:

$$F = 2x_1 - 3x_2 - 2x_3 + x_4 \to \min,$$

$$\begin{cases} -2x_1 + 4x_2 + x_3 - x_4 \le 2 \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 4x_4 = 5 \\ 3x_1 - 5x_2 - x_3 \ge 1 \\ x_2 \ge 0; x_4 \ge 0 \end{cases}$$

Задание 2. Составить задачу, двойственную исходной задаче:

$$F(x) = 5x_1 + 2x_2 \to \max,$$

$$\begin{cases} 6x_1 + 5x_2 \le 45, \\ 7x_1 + 10x_2 \ge 35, \\ 3x_1 + 5x_2 = 30, \\ x_1, x_2 \ge 0. \end{cases}$$

Задание 3. Решить задачу линейного программирования; составить задачу, двойственную данной, и также найти ее решение:

$$z = x_1 + x_2 \to \max,$$

$$\begin{cases} x_1 - 4x_2 - 4 \le 0, \\ 3x_1 - x_2 \ge 0, \\ x_1 + x_2 - 4 \ge 0, \end{cases}$$

$$x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0.$$

Практическое занятие 5.

Тема: Решение транспортной задачи.

Задание 1. Имеются три пункта отправления с запасами груза a={90; 70; 50} и четыре пункта назначения с заявками b={80;60;40;30}. Стоимость перевозки составляет из 1-го пункта отправления {2;1;3;2}; из 2-го пункта отправления {2;3;3;2}; из 3-го пункта отправления {3;3;2;1}. Суммарное количество груза в пунктах отправления 90+70+50=210 равно суммарному количеству по заявкам: 80+60+40+30=210. Имеем сбалансированную транспортную задачу.

Задание 2. Составить математическую модель транспортной задачи, исходные данные которой приведены в таблице

b_j / a_i	20	30	40
40	3	5	7
50	4	6	10

Задание 3. Найти переменные задачи, обеспечивающие минимум целевой функции (1) и удовлетворяющие системе ограничений (2) и условиям неотрицательности (3).

$$Z(X) = 3x_{11} + 5x_{12} + 7x_{13} + 4x_{21} + 6x_{22} + 10x_{23} \qquad (1)$$

$$\begin{cases} x_{11} + x_{12} + x_{13} = 40, \\ x_{21} + x_{22} + x_{23} = 50, \\ x_{11} + x_{21} = 20, \\ x_{12} + x_{22} = 30, \\ x_{13} + x_{23} = 40 \end{cases} \qquad (2)$$

$$x_{ij} \geq 0,\ \ i = 1, 2, \ldots, m; j = 1, 2, \ldots, n. \qquad (3)$$

Задание 4. Из трех холодильников A_i, i = 1, …, 3, вмещающих мороженную рыбу в количествах a_i т, необходимо последнюю доставить в пять магазинов B_j, j = 1, ..., 5 в количествах b_j т. Стоимости перевозки 1т рыбы из холодильника A_i в магазин Bj заданы в виде матрицы C_{ij}, 3x5. Написать математическую модель задачи и спланировать перевозки так, чтобы их общая стоимость была минимальной.

Задание 5. Построить закрытую модель транспортной задачи.

$a = (15, 25, 10)$,

$b = (2, 20, 18)$

$$C = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 7 \\ 8 & 12 & 2 \\ 1 & 3 & 8 \end{pmatrix}$$

Практическое занятие 6.

Тема: Решение транспортной задачи.

Задание 1. Стоимость доставки единицы продукции от поставщика к потребителю располагается в правом нижнем углу ячейки.

Поставщик	Потребитель			Запас
	B_1	B_2	B_3	
A_1	5	3	1	10
A_2	3	2	4	20
A_3	4	1	2	30
Потребность	15	20	25	

Требуется составить план перевозок, при котором общая стоимость доставки продукции будет наименьшей

Задание 2. Имеется сеть железных дорог, на которой расположены 3 пункта отправления однородного груза и 9 станций его приема. Известны затраты на перевозку грузов от i-ой до j-ой станции. Заданы объемы ресурсов в каждом пункте отправления и объемы прибытия в каждый пункт назначения. Требуется составить оптимальный план перевозок, предусматривающий минимальные суммарные затраты.

1. Пункты 1, 2, 3 - пункты отправления с объемом запаса, соответственно 200, 150 и 150. Потребности пунктов назначения таковы: 4 - 40, 5 - 70, 6 - 40, 7 - 50, 8 - 45,9 - 60,10 - 70,11 - 75,12 - 50. Затраты между соответствующими вершинами заданы: 1-5 - 65, 1-7 - 75, 1-9 - 25, 2-5 - 60, 2-6 - 115, 2-9 - 25, 2-12 - 90, 3-4 - 95, 3-8 - 30, 3-10 - 45, 3-11 - 40, 4-8- 15, 4-12 - 40, 5-7 - 95, 5-9 - 35, 6-8 - 65, 6-9 - 15, 6-11 - 55,6-12 - 80,7-10 - 15,8-11 - 45,9-11 - 35,10-11-110.

2. Пункты 1, 2, 3 - пункты отправления с объемом запаса, соответственно 200,150 и 150. Потребности пунктов назначения таковы: 4 - 40, 5 - 70, 6 - 40, 7 - 50, 8-45,9-60,10-70,11 -75,12-50. Затраты между соответствующими вершинами заданы: 1-5 - 65, 1-7 - 75, 1-9 - 25, 2-5 - 60, 2-6 - 115, 2-9 - 25, 2-12 - 90, 3-4 - 95, 3-8 - 30, 3-10 - 45, 3-11 - 40, 4-8 - 15, 4-12 - 40, 5-7 - 95, 5-9 - 35, 6-8 - 65, 6-9 - 15, 6-11 - 55,6-12 - 80,7-10 - 15,8-11 - 45, 9-11 - 35,10-11 -110.

Для следующих звеньев существуют ограничения на пропускные способности. 1-7 - 40, 1-11 - 10, 2-9 - 15, 3-10 - 30.

Задание 3. Пункты производства и потребления связаны между собой транспортной сетью. В пунктах производства сосредоточено некоторое количество однородного груза, которое необходимо вывезти в пункты потребления. Стоимость перевозки единицы груза на каждом участке (равная *Cs*) задана. Предполагается, что на каждом участке перевозка грузов осуществляется в одном направлении. Требуется составить такой план перевозки, при котором транспортные расходы будут минимальными.

Задание 4. В таблице приведены исходные данные транспортной задачи: заданы удельные транспортные расходы на перевозку единицы груза, слева указаны возможности поставщиков, а сверху – спрос потребителей. Сформулируйте экономико-математическую модель транспортной задачи, распределительным методом найдите оптимальный план перевозок.

Поставщики	Возможности поставщиков	Потребители и их спрос				
		I	II	III	IV	V
		150	350	200	100	100
I	500	3	3	5	3	1
II	300	4	3	2	4	5
III	100	3	7	5	4	2

Практическое занятие 7.

Тема: Решение задач целочисленного программирования.

Задание 1. Завод выпускает два вида узлов У1 и У2 для систем управления, используя для этого два вида технологических линеек Л1 и Л2. На производство одного узла вида У1 на линейке Л1 затрачивается 2 часа, на изготовление одного узла У2 затрачивается соответственно 1 час и 2 часа. Завод может использовать Л1 в течение 10 час., а Л2 – 8 час. Прибыль от реализации одного изделия У1 – 5$, а от реализации одного изделия У2 – 4$. Определить количество узлов У1 и У2, которое необходимо выпустить заводу, чтобы получить максимальную прибыль.

Задание 2. Пусть намечается важная научная конференция. Для ее проведения необходимо настроить звук, свет, изображения, зарегистрировать гостей и подготовиться к перерывам между выступлениями. Для этой задачи есть 5 организаторов. Каждый из них имеет определенные оценки выполнения той, или иной работы (предположим, что эти оценки выставлены как среднее арифметическое по отзывам их сотрудников). Необходимо распределить организаторов так, чтобы суммарная их оценка была максимальной.

Практическое занятие 8.

Тема: Решение задач многокритериальной оптимизации.

Задание 1 Сформулировать экономическую задачу с двумя критериями эффективности и не менее 4 условий (ограничений).

Двумя способами:

1) методом идеальной точки

2) сведением к ЗЛП

Решая задачу вторым методом, добавьте дополнительное условие (ограничение) от ЛПР - обоснуйте. Сделать выводы по полученным данным.

$y_1 = ax_1+bx_2 -f \to max$

$y_2 = cx_1+dx_2 -g \to max$

$a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 \leq b_i,\ i = 1, 2, 3$

$x_{1,2} \geq 0$

Задание 2. Определить тип задачи и найти оптимальное решение, всеми способами. Фирма имеет возможность реализовывать свои товары на 4-х различных рынках (альтернативы А1 А2, А3 А4). При этом ставятся одновременно следующие цели: минимизация затрат на рекламу, завоевание максимальной доли рынка и максимальный объем продаж в течение планируемого периода. Исходные данные приведены в таблице.

Альтернативы (рынки)	Цели (критерии)		
	Реклама, тыс. грн	Доля рынка	Объем продаж
	f_1	f_2	f_3
А1	10	50	100
А2	7	48	85
А3	12	50	94
А4	9	62	90

Найти оптимальный вариант.

Задание 3. Полуфабрикаты поступают на предприятие в виде листов фанеры. Всего имеется две партии материала, причем первая партия содержит 400 листов, а вторая 250 листов фанеры. Из поступающих листов фанеры необходимо изготовить комплекты двух видов. Комплект первого вида включает 4 детали 1-го типа, 3 детали 2-го типа и 2 детали 3-го типа. Комплект второго вида включает 2 детали 1-го типа, 4 детали 2-го типа и 3 детали 3-го типа. Лист фанеры каждой партии может раскраиваться различными способами. Количество деталей каждого типа, которое получается при раскрое одного листа соответствующей партии по тому или иному способу раскроя, представлено в следующей таблице. Стоимость одного листа первой партии составляет 1000 руб., а стоимость одного листа второй партии – 1200 руб. Цена комплекта первого вида составляет 150 руб., цена комплекта второго вида

– 200 руб.

Детали	Способ раскроя (1 п)			Детали	Способ раскроя (2 п)	
	1	2	3		1	2
1	0	6	9	1	6	5
2	4	3	4	2	5	4
3	10	16	0	3	8	0

Необходимо решить многокритериальную задачу.

Критерий 1. Максимизация прибыли от продажи всех комплектов деталей.

Критерий 2. Максимизация количества комплектов первого вида.

Критерий 3. Максимизация количества комплектов второго вида.

Примечание: для построения Парето-оптимального множества рассмотреть только критерии 2, 3.

Задание 4. Дана задача векторной оптимизации:

$z_1 = -5x_1 + 2x_2 \rightarrow max$,

$z_2 = -3x_1 + x_2 \rightarrow max$,

$z_3 = 3x_1 \rightarrow max$,

$x_1 + x_2 \leq 18$,

$1 \leq x_1 \leq 10$,

$1 \leq x_2 \leq 9$.

Требуется определить переговорное множество, а затем решить данную задачу методом последовательных уступок (допустимые уступки по первым двум критериям принять равными $\delta_1 = 3$ и $\delta_2 = 2$).

Задание 5. Возможные значения курса базовой валюты в течении ближайшего года представлены четырьмя интервалами. Банк рассматривает четыре инвестиционных проекта, каждый из которых связан с международным бизнесом. Последствия от принятия банком го инвестиционного проекта при условии, что курс валюты окажется в м интервале, приведены в таблице 1. В таблице 2 приведены прогнозируемые экспертами вероятности возможных интервалов курса базовой валюты.

Таблица 1

№ проекта	Вариант обменного курса			
	1	2	3	4
1	0	4	5	20
2	0	4	8	32
3	0	8	12	24
4	-6	-2	4	8

Таблица 2

Вероятности вариантов обменного курса			
1	2	3	4
1/2	1/4	1/5	1/20

Требуется построить матрицу сожалений, найти решения, рекомендуемые правила Вальда, Сэвиджа, максимального ожидаемого дохода и минимального ожидаемого риска, а также определить проекты, оптимальные по Паретто.

Практическое занятие 9.

Тема: Усвоение методов оптимизации функций.

Задание 1. Найти точку минимума функции $f(x) = x^2 + e^{-x}$ на отрезке [0; 1] методом “золотого” сечения с погрешностью $\varepsilon = 0.01$.

Задание 2. Задача о путешественнике.

На местности имеется сеть дорог, связывающих несколько населенных пунктов. Путешественник находится в пункте a_0, из которого, двигаясь по одной из трех дорог, можно попасть в пункты a_1, a_2, a^3. Из каждого пункта опять выходят ровно три дороги, ведущие в a_4, a_5, a_6. Из них – в a_7, a_8, a_9 и так далее, вплоть до конечных пунктов, $b_1 = a_{3 \cdot N-2}$, $b_2 = a_{3 \cdot N-1}$, $b_3 = a_{3 \cdot N}$. Длины всех дорог заданы. Найти наиболее короткий путь из a_0 в один из конечных пунктов. Решить задачу при $N = 5$. Оцените количество операций сложения и сравнения при ее решении по методу Беллмана, а также при полном переборе всех путей.

Задание 3. Имеются четыре поставщика - A_1, A_2, A_3, A_4 и шесть потребителей - B_1, B_2, B_3, B_4, B_5, B_6 однородного груза. Запасы груза a_i, спрос b_j и стоимость c_{ij} (в рублях) доставки тонны груза от i-ой базы j-му потребителю заданы следующей таблицей

	B_1 245	B_2 130	B_3 300	B_4 275	B_5 225	B_6 200
A_1 350	5	7	9	11	3	5
A_2 400	4	4	3	1	7	2
A_3 350	3	8	9	6	2	7
A_4 275	6	5	7	5	1	4

Найти такой план закрепления потребителей груза по поставщикам, чтобы общие затраты по перевозкам были минимальные.

Задание 4. Решить задачу методами условной оптимизации (метод выбрать самостоятельно):

1) $x_1 – x_2 + 3x_4 + x_5 \rightarrow min,$
$x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 3x_4 + x_5 = 15,$
$2x_1 – x_2 – 3x_3 + x_4 – x_5 = 4,$
$2x_1 – 2x_2 – x_3 + 2x_5 = 8;$

2) $3x_1 + x_2 + x_4 + x_5 \rightarrow min,$
$2x_1 - x_2 + x_4 – x_5 = 9,$
$4x_1 – x_2 – x_3 – x_5 = 4,$
$x_1 – x_2 – x_3 – x_5 = 6;$

3) $x_1 – x_2 + x_3 – 3x_4 + 2x_5 \rightarrow min,$
$x_1 + 2x_2 – x_3 + 2x_4 + x_5 \geq 8,$
$–x_1 – x_2 + x_3 – 3x_4 – 2x_5 = 10,$
$2x_1 – x_2 + 3x_3 – x_4 + 2x_5 \leq 4.$

Практическое занятие 10.

Тема: Исследование методов поиска экстремумов функции одной переменной.

В таблице приведены функции. Каждый студент должен выполнить минимизацию и максимизацию функции одной переменной по своему варианту. Номер варианта назначает преподаватель. Следует построить график функции и найти один локальный минимум и один локальный максимум функции в указанном интервале ее изменения. Выполненную работу следует сохранить в компьютере и защитить ее у преподавателя.

№	Функция	Интер-	№	Функция	Интер-

		вал			вал
1	$f(x)=x^4+5x^3-10x$	[-5; 2]	6	$f(x)=x+Cos(2x)$	[-3; 2]
2	$f(x)=x^2+100Sin(x)$	[-6; 4]	7	$f(x)=149-127x+32x^2-2.3x^3$	[2; 8]
3	$f(x)=24+2x-7x^2+2x^3$	[-3; 5]	8	$f(x)=(x^2-2x)e^x$	[-5; 4]
4	$f(x)=x^3-3x^2+7$	[-2; 5]	9	$f(x)=-1+3x+0.1x^2-0.18x^3+0.016x^4$	[2; 8]
5	$f(x)=103-147x+66x^2-12x^3+0.75x^4$	[1; 7]	10	$f(x)=140-183x+73x^2-11.5x^3+0.62x^4$	[1; 7]

Практическое занятие 11.

Тема: Поиск экстремумов функции нескольких переменных (безусловная оптимизация)

Задание 1. Исследовать на экстремум функцию.

$$z=3x^2+xy+2y^2-x-4y$$

Задание 2. Исследовать на экстремум функцию двух переменных

$$z=y^2+2xy-4x-2y-3$$

Задание 3. Исследовать на экстремум функцию двух переменных

$$z=y\sqrt{x}-2y^2-x+14y$$

Задание 4. Исследовать функцию на экстремум

$$z=e^{x+y}(x^2-2y^2)$$

Задание 5. Найти экстремумы функции

$$u=-x^2-5y^2-3z^2+xy-2xz+2yz+11x+2y+18z+10$$

Задание 6. Исследовать функцию на экстремум

$$u=-2x^2-y^2+2z^2-2xy+3xz-2yz-4x+8y+z+4$$

Задание 7. Разработать подпрограмму для базового метода безусловной минимизации функций многих переменных.

Порядок выполнения:

1. Получить у преподавателя вариант целевой функции *f(x)* двух переменных с начальной точкой поиска x_0 и задание на программирование одного из базовых методов безусловной минимизации:

1) метод циклического покоординатного спуска;

2) метод наискорейшего спуска.

2. Получить у преподавателя задание на программирование одного из методов одномерного поиска в многомерном пространстве:

1) метод дихотомии;

2) метод деления интервала пополам;

3) метод Фибоначчи;

4) метод золотого сечения;

5) метод адаптации шага;

6) метод квадратичной интерполяции с тремя точками;

7) метод квадратичной интерполяции с двумя точками;

8) метод секущих;

9) метод касательных;

10) метод кубической интерполяции с четырьмя точками;

11) метод кубической интерполяции с двумя точками.

3. Аналитически найти точку x^* минимума заданной функции $f(x)$ и вычислить минимальное значение функции $f^* = f(x^*)$.

4. Написать подпрограмму вычисления значений функции $f(x)$ с входным параметром x и выходным параметром f, а также подпрограмму вычисления градиента целевой функции.

5. Протестировать подпрограмму вычисления функции $f(x)$ при вычислении значений $f_0 = f(x_0)$ и $f^* = f(x^*)$, сравнить f^* с f_0. Протестировать подпрограмму вычисления градиента целевой функции в точках x_0 и x^*.

Практическое занятие 12.

Тема: Применение метода штрафов.

Задание 1. Найти $x_1, x_2 \rightarrow \min\{z\text{-}\ x_1 + x_2\}$ при $x_1 \geq 0$, $-x^2_1 + x_2 \geq 0$.

Задание 2. Найти $x_1, x_2 \rightarrow \min\{z = -x_1 x_2\}$ при $x_1 + x_2 \geq 0$, $1\text{-}\ x_1 + x^2_2 \geq 0$.

Задание 3. Докажите следующие неравенства:

$F_{k+1}(x^{k+1}) < F_k(x^k)\ \forall\ k,$

$B(x^k) \leq B(x^{k+1})\ \forall\ k,$

$f(x^{k+1}) \leq f(x^k)\ \forall\ k.$

Практическое занятие 13.

Тема: Решение задач нелинейного программирования.

Задание 1. В задаче выпуклого программирования требуется:

1) найти решение графическим методом;

2) написать функцию Лагранжа и найти ее седловую точку, используя решение, полученное графически.

$F(X) = x_1^2+(x_2\text{-}2)^2$

$2x_1 + x_2 \geq 7$

$x_1 + 2x_2 \geq 5.$

Задание 2. Фирма выпускает два вида изделий А и В, которые обрабатываются на станках двух типов. Известны нормативы a_{ij} времени, требуемого для обработки одного изделия j-го вида на станке i-го типа (ст./час.), общие фонды рабочего времени каждого типа станков b_i (ст./час.). Фирма имеет контракт, согласно которому должна ежедневно поставлять заказчику d_1 изделий А и d_2 изделий В.

Анализ продаж фирмы показал, что с увеличением объема выпуска из-за роста расходов по реализации изделий их удельная прибыль p_j (руб.) уменьшается, причем для ее определения может быть использована формула $p_j = c_j – lx_j$, где x_j — количество проданных изделий j-го вида, а c_j и l — фиксированные величины. Нужно определить, сколько изделий каждого вида следует изготовить фирме, чтобы прибыль от их реализации была максимальной.

Исходные значения параметров представлены в таблице:

a_{11}	a_{12}	a_{21}	a_{22}	b_1	b_2	d_1	d_2	c_1	c_2	l
2	2	6	2	160	220	10	20	320	280	2

Требуется:

1. Составить математическую модель нахождения оптимального плана выпуска продукции.

2. Определить оптимальный план выпуска обобщенным методом множителей Лагранжа и дать экономическую интерпретацию полученных результатов.

Задание 3. Для следующей задачи нелинейного программирования

$F = 3/2x_1^2 + 1/2x_2^2 - x_1x_2 - 12x_1 + 2x_2 \to min$,

$4x_1 + 3x_2 \geq 12$,

$x_1 + 3x_2 \leq 6$,

$x_1, x_2 \geq 0$.

а) доказать, что функция является выпуклой

б) найти минимум целевой функции без учета ограничений с помощью градиентных методов

в) найти минимум целевой функции с учетом ограничений.

Практическое занятие 14.

Тема: Решение задач квадратичного программирования.

Задание 1. Решить задачу квадратичного программирования методом Зойтендейка. Вычисления вести в натуральных дробях.

$max\ (-6x_1^2 - x_2^2 + 2x_1x_2 + 10x_2)$

$2x_1 + x_2 \leq 5$,

$2x_1 + x_2 \geq 2$,

$x_1, x_2 \geq 0$,

$x_0 = (0,4)$.

Задание 2. Решить задачу методом Франка-Вульфа (расчеты вести с точностью до 4 знаков после запятой).

$max\ (-x_1^2 + x_1x_2 - 2x_2^2 + 4x_1 + 6x_2)$

$x_1 + x_2 \leq 4$,

$x_1 + 2x_2 \geq 2$,

$x_1, x_2 \geq 0$,

$x_0 = (3,1)$.

Задание 3. Решить задачу методом возможных направлений (расчеты вести с точностью до 4 знаков после запятой).

$max\ (-x_1^2 + x_1x_2 - 2x_2^2 + 4x_1 + 6x_2)$

$x_1 + x_2 \leq 4$,

$x_1 + 2x_2 \geq 2$,

$x_1, x_2 \geq 0$,

$x_0 = (3,1)$, $\xi = 0{,}4$.

Практическое занятие 15.

Тема: Решение задач квадратичного программирования.

Задание 1. Дана задача выпуклого программирования.

$(x_1 - 5)^2 + (x_2 - 1)^2 \to min$,

$2x_1 - x_2 \geq -4$,

$2x_1 - 3x_2 \leq -6$,

$x_1 + x_2 \leq 11$,

$x_1, x_2 \geq 0$.

Требуется: 1) найти решение графическим методом, 2) написать функцию Лагранжа данной задачи и найти её седловую точку, используя решение задачи, полученное графически.

Задание 2. Решить задачу методом Франка-Вульфа и методом возможных направлений (расчеты вести с точностью до 3 знаков после запятой).

$max\ (-6x_1^2 - x_2^2 + 2x_1x_2 + 10x_2)$

$2x_1 + x_2 \leq 5,$

$2x_1 + x_2 \geq 2,$

$x_1, x_2 \geq 0,$

$x_0 = (0,4).$

Задание 3. Дана задача выпуклого программирования. Требуется: 1) найти решение графическим методом, 2) написать функцию Лагранжа данной задачи и найти её седловую точку, используя решение задачи, полученное графически:

$(x_1 - 3)^2 + (x_2 - 2)^2 \to min,$

$2x_1 - x_2 \geq -1,$

$2x_1 - 3x_2 \leq -8,$

$x_1 + x_2 \leq 10,$

$x_1, x_2 \geq 0.$

Практическое занятие 16.

Тема: Решение задач динамического программирования.

Задание 1. В распоряжение министерства, в подчинении которого находится k предприятий, выделены средства в размере *K* тыс. руб. для использования их на развитие предприятий в течение m лет. Эти средства в начале каждого хозяйственного года (т. е. в моменты t_1, t_2, …, t_m) распределяются между предприятиями. Одновременно с этим между предприятиями распределяется полученная ими за прошедший год прибыль. Таким образом, в начале каждого *i*- го года рассматриваемого периода *j*-е предприятие получает в свое распоряжение $x_i^{(j)}$ тыс. руб. Задача состоит в определении таких значений $x_i^{(j)}$ т. е. в нахождении таких распределений выделенных средств между предприятиями и получаемой ими прибыли, при которых за *m* лет обеспечивается получение максимальной прибыли всеми предприятиями. Сформулировать поставленную задачу в терминах общей задачи динамического программирования.

Задание 2. Для увеличения объемов выпуска пользующейся повышенным спросом продукции, изготовляемой предприятиями, выделены капиталовложения в объеме *S* тыс. руб. Использование *i*-м предприятием x_i тыс. руб. из указанных средств обеспечивает прирост выпуска продукции, определяемый значением нелинейной функции $f_i(x_i)$.

Найти распределение капиталовложений между предприятиями, обеспечивающее максимальное увеличение выпуска продукции.

Задание 3. Посчитать число последовательностей нулей и единиц длины *n*, в которых не встречаются две идущие подряд единицы. Решить задачу методом динамического программирования.

Задание 4. Дано прямоугольное поле размером *n*×*m* клеток. Можно совершать шаги длиной в одну клетку вправо или вниз. Посчитать, сколькими способами можно попасть из левой верхней клетки в правую нижнюю.

Практическое занятие 17.

Тема: Решение задач динамического программирования.

Задание 1. Дано прямоугольное поле размером $n \times m$ клеток. Можно совершать шаги длиной в одну клетку вправо, вниз или по диагонали вправо-вниз. В каждой клетке записано некоторое натуральное число. Необходимо попасть из верхней левой клетки в правую нижнюю. Вес маршрута вычисляется как сумма чисел со всех посещенных клеток. Необходимо найти маршрут с минимальным весом.

Задание 2. Дана последовательность целых чисел. Необходимо найти ее самую длинную строго возрастающую подпоследовательность.

Задание 3. Дана строка из заглавных букв латинского алфавита. Необходимо найти длину наибольшего палиндрома, который можно получить вычеркиванием некоторых букв из данной строки.

Задание 4. Мячик на лесенке. На вершине лесенки, содержащей N ступенек, находится мячик, который начинает прыгать по ним вниз, к основанию. Мячик может прыгнуть на следующую ступеньку, на ступеньку через одну или через 2. (То есть, если мячик лежит на 8-ой ступеньке, то он может переместиться на 5-ую, 6-ую или 7-ую.) Определить число всевозможных "маршрутов" мячика с вершины на землю.

Формат входных данных

Одно число $0 < N < 31$.

Формат выходных данных

Одно число — количество маршрутов.

Задание 5. Черепашка. На квадратной доске расставлены целые неотрицательные числа. Черепашка, находящаяся в левом верхнем углу, мечтает попасть в правый нижний. При этом она может переползать только в клетку справа или снизу и хочет, чтобы сумма всех чисел, оказавшихся у нее на пути, была бы максимальной. Определить эту сумму.

Формат входных данных

Первая строка — N — размер доски.

Далее следует N строк, каждая из которых содержит N целых чисел, представляющие доску.

Формат выходных данных

Одно число — максимальная сумма.

Задание 6. Взрывоопасность. При переработке радиоактивных материалов образуются отходы двух видов — особо опасные (тип A) и неопасные (тип B). Для их хранения используются одинаковые контейнеры. После помещения отходов в контейнеры, последние укладываются вертикальной стопкой. Стопка считается взрывоопасной, если в ней подряд идет более двух контейнеров типа A. Для заданного количества контейнеров N определить число безопасных стопок.

Формат входных данных

Одно число $0 < N < 31$.

Формат выходных данных

Одно число — количество безопасных вариантов формирования стопки.

Задание 7. Паровозики. N локомотивов, имеющих номера от 1 до N и установленных на железнодорожную колею, начинают двигаться в одну сторону, причем локомотив номер k изначально движется со скоростью k км/ч. Если локомотив, движущийся с большей скоростью, нагоняет более медленный локомотив, дальше они движутся один за другим со скоростью впереди идущего локомотива. Очевидно, через некоторое время после начала движения локомотивы разобьются на несколько групп, движущихся с разной скоростью. Написать программу, определяющую, сколько начальных расстановок s из N! Возможных дадут в результате p групп движущихся локомотивов.

Формат входных данных

Два числа — $0 < N < 17$ и $0 < p < N + 1$.

Формат выходных данных

Одно число — s.

Критерии и шкала оценивания по оценочному средству практическое занятие

Шкала оценивания	Критерий оценивания
отлично (5)	Студент правильно выполнил задание. Показал отличные владения навыками применения полученных знаний и умений при решении профессиональных задач в рамках усвоенного учебного материала. Ответил на все дополнительные вопросы на защите.
хорошо (4)	Студент выполнил задание с небольшими неточностями. Показал хорошие владения навыками применения полученных знаний и умений при решении профессиональных задач в рамках усвоенного учебного материала. Ответил на большинство дополнительных вопросов на защите.
удовлетвори-тельно (3)	Студент выполнил задание с существенными неточностями. Показал удовлетворительное владение навыками применения полученных знаний и умений при решении профессиональных задач в рамках усвоенного учебного материала. При ответах на дополнительные вопросы на защите было допущено много неточностей.
неудовлетвори-тельно (2)	При выполнении задания студент продемонстрировал недостаточный уровень владения умениями и навыками при решении профессиональных задач в рамках усвоенного учебного материала. При ответах на дополнительные вопросы на защите было допущено множество неточностей.

Оценочные средства для промежуточной аттестации.

Вопросы к экзамену

1. Постановка задачи линейного программирования. Примеры задач линейного программирования
2. Графический метод решения задач линейного программирования.
3. Формы записи задач (ЗЛП)
4. Основы симплекс-метода. Алгоритм симплекс метода.
5. Поиск начального базиса. Метод симплексного преобразования. Метод искусственного базиса.
6. Постановка двойственной задачи
7. Свойства взаимно двойственных задач. Теоремы двойственности.
8. Экономико-математическая модель транспортной задачи
9. Решение транспортной задачи симплексным методом
10. Первоначальное закрепление потребителей за поставщиками
11. Метод потенциалов
12. Улучшение оптимального плана перевозок (циклы перераспределения)
13. Открытая модель транспортной задачи
14. Графический метод решения ЗЦП
15. Метод Гомори (МГ). Алгоритм МГ с использованием СМ. Решение частично целочисленных задач методом Гомори.
16.. Метод ветвей и границ. Алгоритм МВГ.
17. Задача о назначениях
18. Задача о коммивояжере
19. Венгерский метод
20. Метод уступок
21. Метод справедливого компромисса
22. Основные понятия и определения
23. Классификация задач оптимизации
24. Необходимые и достаточные условия существования экстремума. Скалярный случай $\boldsymbol{x} \in \boldsymbol{R}^1$. Векторный случай. Минимизация при ограничениях.
25. Критерии останова
26. Характеристики алгоритмов оптимизации
27. Прямые методы оптимизации. Метод равномерного поиска (МРП).
28. Прямые методы оптимизации. Метод деления отрезка пополам (МДОП)
29. Прямые методы оптимизации. Метод Фибоначчи (МФ)
30. Прямые методы оптимизации. Метод золотого сечения (МЗС)
31. Сравнение прямых методов оптимизации
32. Полиномиальная аппроксимация и методы точечного оценивания. Квадратичная аппроксимация. Метод Пауэлла.
33. Методы с использованием производных. Метод Ньютона-Рафсона.
34. Методы с использованием производных. Метод средней точки (поиск Больцано)
35. Методы с использованием производных. Другие методы поиска

экстремума функций

36. Метод оптимизации с использованием кубичной аппроксимации
37. Сравнение методов одномерной оптимизации
38. Классификация методов безусловной оптимизации
39. Методы прямого поиска. Симплексный метод
40. Методы прямого поиска. Метод Хука-Дживса
41. Градиентные методы. Метод сопряженных направлений
42. Градиентные методы. Метод наискорейшего спуска (метод Коши)
43. Градиентные методы. Метод Ньютона (МН)
44. Метод уступок
45. Метод справедливого компромисса
46. Основные понятия и определения методов оптимизации функций
47. Классификация задач оптимизации
48. Необходимые и достаточные условия существования экстремума. Скалярный случай $\boldsymbol{x} \in \boldsymbol{R}^1$
49. Необходимые и достаточные условия существования экстремума. Векторный случай
50. Необходимые и достаточные условия существования экстремума. Минимизация при ограничениях
51. Критерии останова
52. Характеристики алгоритмов оптимизации
53. Прямые методы оптимизации. Метод равномерного поиска (МРП
54. Прямые методы оптимизации. Метод деления отрезка пополам (МДОП)
56. Прямые методы оптимизации. Метод Фибоначчи (МФ)
57. Прямые методы оптимизации. Метод золотого сечения (МЗС)
58. Сравнение прямых методов оптимизации
59. Полиномиальная аппроксимация и методы точечного оценивания. Квадратичная аппроксимация.
60. Полиномиальная аппроксимация и методы точечного оценивания. Метод Пауэлла
61. Методы с использованием производных. Метод Ньютона-Рафсона
62. Методы с использованием производных. Метод средней точки (поиск Больцано)
63. Методы с использованием производных. Другие методы поиска экстремума функций
64. Методы с использованием производных. Метод оптимизации с использованием кубичной аппроксимации
65. Сравнение методов одномерной оптимизации
66. Классификация методов безусловной оптимизации
67. Методы прямого поиска. Симплексный метод
68. Методы прямого поиска. Метод Хука-Дживса
69. Градиентные методы. Метод сопряженных направлений
70. Градиентные методы. Метод наискорейшего спуска (метод Коши)
71. Градиентные методы. Метод Ньютона (МН)
72. Градиентные методы. Модифицированный метод Ньютона
73. Градиентные методы. Метод Флетчера–Ривза (МФР)

74. Градиентные методы. Вариант Полака-Рибьера (МПР)

75.Квазиньютоновские методы (КМ) (методы с переменной метрикой). Метод Дэвидона–Флетчера–Пауэлла (ДФП)

76. Задачи с ограничениями в виде равенств. Метод замены переменных (МЗП)

77. Задачи с ограничениями в виде равенств. Метод множителей Лагранжа (ММЛ)

78. Необходимые и достаточные условия оптимальности задач с ограничениями общего вида

79. Общая схема метода штрафов

80. Основные типы штрафов. Квадратичный штраф

81. Основные типы штрафов. Бесконечный барьер

82. Основные типы штрафов. Логарифмический штраф

83. Основные типы штрафов. Штраф типа обратной функции

84. Основные типы штрафов. Штраф типа квадрата срезки

85. Примеры использования штрафов

86. Задача квадратичного программирования

87. Задача выбора портфеля ценных бумаг

88. Условие Куна-Таккера для ЗКП

89. Решение ЗКП методом симплексного преобразовании коэффициентов уравнений

90. Метод решения ЗКП с помощью искусственного базиса

91. Общая постановка задачи динамического программирования

92. Принцип оптимальности и уравнения Беллмана

93. Задача о распределении средств между предприятиями

94. Задача об оптимальном распределении ресурсов между отраслями на N лет

95. Задача о замене оборудования.

Критерии и шкала оценивания по оценочному средству промежуточный контроль (экзамен)

Шкала оценивания	Характеристика знания предмета и ответов
отлично (5)	Студент глубоко и в полном объеме владеет программным материалом. Грамотно, исчерпывающе и логично его излагает в устной или письменной форме. При этом знает рекомендованную литературу, проявляет творческий подход в ответах на вопросы и правильно обосновывает принятые решения, хорошо владеет умениями и навыками при выполнении практических задач.
хорошо (4)	Студент знает программный материал, грамотно и по сути излагает его в устной или письменной форме, допуская незначительные неточности в утверждениях, трактовках, определениях и категориях или незначительное количество ошибок. При этом владеет необходимыми умениями и навыками при выполнении практических задач.
удовлетвори-тельно (3)	Студент знает только основной программный материал, допускает неточности, недостаточно четкие формулировки, непоследовательность в ответах, излагаемых в устной или письменной форме. При этом недостаточно владеет умениями и навыками при выполнении практических задач. Допускает до 30% ошибок в излагаемых ответах.
неудовлетвори-тельно (2)	Студент не знает значительной части программного материала. При этом допускает принципиальные ошибки в доказательствах, в трактовке понятий и категорий, проявляет низкую культуру знаний, не владеет основными умениями и навыками при выполнении практических задач. Студент отказывается от ответов на дополнительные вопросы.

Экспертное заключение

Представленный фонд оценочных средств (далее – ФОС) по дисциплине «Исследование операций и методы оптимизации в экономике» соответствует требованиям ФГОС ВО.

Предлагаемые формы и средства текущего и промежуточного контроля адекватны целям и задачам реализации основной профессиональной образовательной программы по направлению подготовки 38.03.01 Экономика.

Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины представлены в полном объеме.

Виды оценочных средств, включенные в представленный фонд, отвечают основным принципам формирования ФОС.

Разработанный и представленный для экспертизы фонд оценочных средств рекомендуется к использованию в процессе подготовки бакалавров по указанному направлению подготовки.

Председатель учебно-методической
комиссии Антрацитовского института
геосистем и технологий __________________ И.В. Савченко

Лист изменений и дополнений

№ п/п	Виды дополнений и изменений	Дата и номер протокола заседания кафедры (кафедр), на котором были рассмотрены и одобрены изменения и дополнения	Подпись (с расшифровкой) заведующего кафедрой (заведующих кафедрами)