

**Комплект оценочных материалов по дисциплине
«Алгебра и геометрия»**

Задания закрытого типа

Задания закрытого типа на выбор правильного ответа

1. Выберите один правильный ответ

Вычислить определитель:

$$\begin{vmatrix} 4 & 1 \\ 5 & 2 \end{vmatrix}$$

А) 9

Б) 13

В) 4

Г) 3

Правильный ответ: Г

Компетенции: УК-6, ОПК-1

2. Выберите один правильный ответ

Найти скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$ векторов:

$$\vec{a}(1; 2; 3); \vec{b}(0; 2; 0)$$

А) 4

Б) 0

В) -4

Г) 1

Правильный ответ: А

Компетенции: УК-6, ОПК-1

3. Выберите один правильный ответ

Дано уравнение плоскости $2x + 3y + z - 1 = 0$. Определить для нее координаты вектора нормали $\vec{n}$.

А) $\vec{n}(2, 3, -1)$

Б) $\vec{n}(3, -2, -1)$

В) $\vec{n}(2, 3, 1)$

Г) $\vec{n}(-2, 3, 1)$

Правильный ответ: В

Компетенции: УК-6, ОПК-1

4. Выберите один правильный ответ

Дано каноническое уравнение эллипса:

$$\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1.$$

Определить полуоси a , b эллипса.

А) $a = 1, b = 1$

Б) $a = 2, b = 3$

В) $a = 4, b = 9$

Г) $a = 3, b = 2$

Правильный ответ: Б

Компетенции: УК-6, ОПК-1

Задания закрытого типа на установление соответствия

1. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

	Уравнение		Поверхность 2-го порядка
1)	$x^2 + y^2 + z^2 = R^2$	А)	эллипсоид
2)	$x^2 + y^2 = R^2$	Б)	цилиндр
3)	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$	В)	конус
4)	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 0$	Г)	сфера

Правильный ответ:

1	2	3	4
Г	Б	А	В

Компетенции: УК-6, ОПК-1

2. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

	Матрица		Ранг матрицы
1)	$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$	А)	2
2)	$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$	Б)	1
3)	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	В)	3
4)	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	Г)	0

Правильный ответ:

1	2	3	4
Б	А	В	Г

Компетенции: УК-6, ОПК-1

3. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

	Способы задания прямой на плоскости		Уравнения прямой на плоскости
1)	по двум точкам	А)	$A(x - x_0) + B(y - y_0) = 0$
2)	по точке и направляющему вектору	Б)	$\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1}$
3)	по точке и вектору нормали	В)	$y - y_0 = k(x - x_0)$
4)	по точке и угловому коэффициенту	Г)	$\frac{x - x_0}{a_1} = \frac{y - y_0}{a_2}$

Правильный ответ:

1	2	3	4
Б	Г	А	В

Компетенции: УК-6, ОПК-1

4. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

	Произведение матриц		Размерность результата
1)	$\begin{pmatrix} 5 & 0 & 2 & 2 \\ 4 & 1 & 5 & 3 \\ 3 & 1 & 1 & 7 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 6 \\ -2 \\ 7 \\ 4 \end{pmatrix}$	А)	3×3
2)	$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 6 & 5 & 7 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -2 & 3 & -1 \\ 0 & 8 & 4 \end{pmatrix}$	Б)	1×1
3)	$\begin{pmatrix} 4 & 0 & -2 & 3 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ -1 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix}$	В)	не существует
4)	$\begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ -1 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 4 & 0 & -2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$	Г)	3×1
5)	$\begin{pmatrix} -3 & 2 & 1 \\ 3 & -4 & -7 \\ 0 & 3 & 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 5 & 61 \\ 1 & 4 & 3 \\ 0 & 1 & 5 \end{pmatrix}$	Д)	5×5

Правильный ответ:

1	2	3	4	5
Г	В	Б	Д	А

Компетенции: УК-6, ОПК-1

Задания закрытого типа на установление правильной последовательности

1. Расположите определители в порядке убывания их величины:

А) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 2 \end{vmatrix}$

Б) $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$

В) $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$

Г) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 3 \end{vmatrix}$

Правильный ответ: Г, Б, А, В

Компетенции: УК-6, ОПК-1

2. Расположите векторы в порядке возрастания их длины:

А) $(1; 0; 0)$

Б) $(1; 1; 1)$

В) $(3; 4)$

Г) $(10; 0)$

Правильный ответ: А, Б, В, Г

Компетенции: УК-6, ОПК-1

3. Расположите пары векторов $\vec{a}, \vec{b}$ в порядке убывания величины $|\vec{a} \times \vec{b}|$ модуля их векторного произведения:

А) $\vec{a}(1; 2; 3); \vec{b}(-1; 0; 0)$

Б) $\vec{a}(1; 2; 3); \vec{b}(1; 2; 3)$

В) $\vec{a}(1; 0; 0); \vec{b}(0; 1; 0)$

Г) $\vec{a}(1; 0; 1); \vec{b}(0; 1; 0)$

Правильный ответ: А, Г, В, Б

Компетенции: УК-6, ОПК-1

4. Расположите величины объемов параллелепипедов, построенных на векторах $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$, в порядке возрастания:

А) $\vec{a}(1, 0, 0), \vec{b}(0, 1, 0), \vec{c}(0, 0, 1)$

Б) $\vec{a}(1, 0, 0), \vec{b}(0, 6, 8), \vec{c}(3, 0, 4)$

В) $\vec{a}(1, 0, 0), \vec{b}(6, 8, 0), \vec{c}(0, 3, 4)$

Г) $\vec{a}(1, 0, 1), \vec{b}(10, 0, 1), \vec{c}(-10, 0, 1)$

Правильный ответ: Г, А, Б, В
Компетенции: УК-6, ОПК-1

Задания открытого типа

Задания открытого типа на дополнение

1. Напишите пропущенное слово (словосочетание).

_____ двух ненулевых векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ – это число, равное произведению длин этих векторов на косинус угла между ними.

Правильный ответ: скалярное произведение.

Компетенции: УК-6, ОПК-1

2. Напишите пропущенное слово (словосочетание).

Система линейных алгебраических уравнений _____ тогда и только тогда, когда ранг основной матрицы равен рангу расширенной матрицы системы.

Правильный ответ: совместна.

Компетенции: УК-6, ОПК-1

3. Напишите пропущенное слово (словосочетание).

_____ – это геометрическое место точек, сумма расстояний от которых до двух фиксированных точек F_1 и F_2 , называемых фокусами, есть величина постоянная.

Правильный ответ: эллипс.

Компетенции: УК-6, ОПК-1

4. Напишите пропущенное слово (словосочетание).

Векторы $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ являются компланарными тогда и только тогда, когда их _____ равно нулю.

Правильный ответ: смешанное произведение.

Компетенции: УК-6, ОПК-1

5. Напишите пропущенное слово (словосочетание).

_____ – это геометрическое место точек, равноудаленных от данной прямой (директрисы) и данной точки (фокуса).

Правильный ответ: парабола.

Компетенции: УК-6, ОПК-1

Задания открытого типа с кратким свободным ответом

1. Найти расстояние от точки $M(3, -3, 4)$ до плоскости, заданной уравнением $x - 2y + 2z + 1 = 0$. (Ответ запишите в виде числа)

Правильный ответ: 6.

Компетенции: УК-6, ОПК-1

2. Определить тип кривой второго порядка, заданной уравнением $x^2 - 10x + y^2 + 2y - 74 = 0$. (Ответ запишите одним словом)

Правильный ответ: окружность.

Компетенции: УК-6, ОПК-1

3. Найти площадь треугольника, заданного координатами своих вершин $A(0; 0; 0)$, $B(1; 0; 0)$, $C(0; 2; 0)$ (Ответ запишите в виде числа)

Правильный ответ: 1.

Компетенции: УК-6, ОПК-1

4. Найти значение δ , при котором данные плоскости перпендикулярны:

$$-x + \delta y + 3z - 1 = 0,$$

$$\delta x - 2y - z + 5 = 0.$$

(Ответ запишите в виде числа)

Правильный ответ: -1 .

Компетенции: УК-6, ОПК-1

5. Решить систему линейных алгебраических уравнений:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 3x_3 = 1, \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 = -6, \\ 3x_1 - x_2 - 2x_3 = -4. \end{cases}$$

(Ответ запишите в виде упорядоченной тройки чисел)

Правильный ответ: $(-1, -1, 1)$.

Компетенции: УК-6, ОПК-1

Задания открытого типа с развернутым ответом

1. Решить задачу, используя методы аналитической геометрии, линейной и векторной алгебры.

Найти расстояние между параллельными прямыми:

$$l_1: \frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{4} = \frac{z}{2}, \quad l_2: \frac{x-7}{3} = \frac{y-1}{4} = \frac{z-3}{2}$$

Привести расширенное решение.

Время выполнения – 25 мин.

Ожидаемый результат:

Анализ условия.

Из условия следует, что прямые l_1 и l_2 параллельны, так как они имеют один и тот же направляющий вектор $\vec{a}_1 = \vec{a}_2 = (3, 4, 2)$. Кроме того, имеются точки: $M_1(2, -1, 0) \in l_1$ и $M_2(7, 1, 3) \in l_2$.

Анализ условия показывает, что для получения требуемого результата необходимо построить алгоритм решения, включающий в себя дополнительные построения:

А) Проведем вспомогательную плоскость α , проходящую через точку $M_1(2, -1, 0)$ перпендикулярно параллельным прямым l_1 и l_2 . Тогда вектор нормали плоскости α имеет координаты $\vec{n}(3, 4, 2)$.

Тогда имеем уравнение плоскости α :

$$A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0;$$

$$3(x - 2) + 4(y + 1) + 2(z - 0) = 0;$$

$$\alpha: 3x + 4y + 2z - 2 = 0.$$

Б) Находим точку M_3 пересечения построенной плоскости α и второй прямой l_2 . Для этого построим и решим систему, состоящую из уравнений:

$$\begin{cases} 3x + 4y + 2z - 2 = 0 \\ \frac{x - 7}{3} = \frac{y - 1}{4} = \frac{z - 3}{2} \end{cases}$$

Переходя от канонического уравнения прямой к параметрическим уравнениям, получаем:

$$\begin{cases} 3x + 4y + 2z - 2 = 0 \\ x = 3t + 7 \\ y = 4t + 1 \\ z = 2t + 3 \end{cases}$$

Подставляя параметрические уравнения прямой l_2 в общее уравнение плоскости α , находим значение параметра t :

$$3(3t + 7) + 4(4t + 1) + 2(2t + 3) - 2 = 0,$$

$$9t + 21 + 16t + 4 + 4t + 6 - 2 = 0,$$

$$29t = -29,$$

$$t = -1.$$

В) Полученное значение параметра t соответствует точке $M_3 = \alpha \cap l_2$. Находим координаты точки M_3 , возвращая значение параметра $t = -1$ в параметрические уравнения:

$$\begin{cases} x = 3 \cdot (-1) + 7 = 4 \\ y = 4 \cdot (-1) + 1 = -3 \\ z = 2 \cdot (-1) + 3 = 1 \end{cases}$$

Таким образом, имеем точку $M_3(4, -3, 1)$.

Г) Исходя из построений, точки M_1 и M_3 являются основаниями общего перпендикуляра, проведенного к прямым l_1 и l_2 . Поэтому, расстояние между этими прямыми равно длине отрезка M_1M_3 :

$$d(l_1, l_2) = |M_1M_3| = \sqrt{(2 - 4)^2 + (-1 + 3)^2 + (0 - 1)^2} = \sqrt{9} = 3.$$

Ответ: расстояние между параллельными прямыми $d = 3$.

Критерии оценивания:

- введение в рассмотрение дополнительных геометрических объектов, а именно перпендикулярной вспомогательной плоскости;
- построение уравнения вспомогательной плоскости;

– нахождение точки пересечения вспомогательной плоскости с одной из прямых;

– решение системы соответствующих уравнений;

– обоснование результата.

Компетенции: УК-6, ОПК-1

2. Решить задачу, используя методы линейной алгебры.

В таблице приведены данные об исполнении баланса за отчетный период в условных денежных единицах.

Отрасль		Потребление		Конечный продукт	Валовой продукт
		Энергетика	Машиностроение		
Производство	Энергетика	5	15	65	100
	Машиностроение	11	9	104	150

Вычислить необходимый объем валового выпуска каждой отрасли, если конечное потребление энергетической отрасли увеличится на 56,19 условных единиц, а машиностроения – на 79,14 условных единиц.

Привести расширенное решение.

Время выполнения – 30 мин.

Ожидаемый результат:

1. Анализ условия.

Имеем вектор валовой продукции:

$$X = \begin{pmatrix} 100 \\ 150 \end{pmatrix}, \text{ то есть } x_1 = 100, x_2 = 150.$$

Матрица объемов товаров и услуг:

$$\begin{pmatrix} 5 & 15 \\ 11 & 9 \end{pmatrix}, \text{ то есть } b_{11} = 5, b_{12} = 15, b_{21} = 11, b_{22} = 9.$$

Вектор конечной продукции имеет вид:

$$Y = \begin{pmatrix} 65 \\ 104 \end{pmatrix}, \text{ то есть } y_1 = 65, y_2 = 104.$$

2. Находим коэффициенты матрицы прямых затрат по формуле:

$$a_{ij} = \frac{b_{ij}}{x_j}, \quad (i, j = 1, 2)$$

Тогда имеем:

$$\begin{aligned} a_{11} &= \frac{b_{11}}{x_1} = \frac{5}{100} = 0,05; & a_{12} &= \frac{b_{12}}{x_2} = \frac{15}{150} = 0,1 \\ a_{21} &= \frac{b_{21}}{x_1} = \frac{11}{100} = 0,11; & a_{22} &= \frac{b_{22}}{x_2} = \frac{9}{150} = 0,06. \end{aligned}$$

Таким образом, матрица прямых затрат имеет вид:

$$A = \begin{pmatrix} 0,05 & 0,1 \\ 0,11 & 0,06 \end{pmatrix}$$

3. Анализ продуктивности матрицы прямых затрат.

Матрица прямых затрат A имеет неотрицательные элементы. Для того, чтобы определить, является ли матрица A продуктивной, используем первый критерий продуктивности. Для этого находим матрицу полных затрат:

$$S = (E - A)^{-1}$$

Получаем:

$$B = E - A = \begin{pmatrix} 0,95 & -0,1 \\ -0,11 & 0,94 \end{pmatrix}; \Delta_B = 0,882.$$

Тогда имеем:

$$S = \frac{1}{0,882} \begin{pmatrix} 0,94 & 0,11 \\ 0,1 & 0,95 \end{pmatrix}$$

Матрица S – неотрицательная матрица, следовательно, матрица A прямых затрат является продуктивной.

4. Нахождение вектора валового выпуска с учетом изменений.

Вектор Y конечного продукта должен измениться. По условию y_1 должен увеличиться на 56,19 условных единиц, а y_2 – на 79,14 условных единиц.

Тогда измененный вектор конечной продукции примет вид:

$$y_1 = \begin{pmatrix} 121,19 \\ 183,14 \end{pmatrix}$$

Тогда новый вектор валового выпуска находится по формуле:

$$X_1 = (E - A)^{-1} \cdot y_1$$

$$X_1 = \frac{1}{0,882} \begin{pmatrix} 0,94 & 0,11 \\ 0,1 & 0,95 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 121,19 \\ 183,14 \end{pmatrix} = \frac{1}{0,882} \begin{pmatrix} 113,9186 + 20,1454 \\ 12,119 + 173,983 \end{pmatrix}$$

$$X_1 = \frac{1}{0,882} \begin{pmatrix} 134,064 \\ 186,102 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 152 \\ 211 \end{pmatrix}$$

Таким образом, искомый вектор валового выпуска $\begin{pmatrix} 152 \\ 211 \end{pmatrix}$.

Ответ: валовый выпуск в энергетической отрасли нужно увеличить до 152 условных единиц, а в машиностроительной – до 211 условных единиц.

Критерии оценивания:

- использование средств матричного исчисления для моделирования и решения прикладных экономических задач;
- корректно выполненные операции над матрицами;
- корректные выводы.

Компетенции: УК-6, ОПК-1

Экспертное заключение

Представленный комплект оценочных материалов по дисциплине «Алгебра и геометрия» соответствует требованиям ФГОС ВО.

Предлагаемые оценочные материалы адекватны целям и задачам реализации основной профессиональной образовательной программы по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика.

Виды оценочных средств, включенные в представленный фонд, отвечают основным принципам формирования ФОС.

Разработанные и представленные для экспертизы оценочные материалы рекомендуются к использованию в процессе подготовки обучающихся по указанному направлению.

Председатель учебно-методической комиссии
института компьютерных систем и
информационных технологий



Ветрова Н. Н.

Лист изменений и дополнений

№ п/п	Виды дополнений и изменений	Дата и номер протокола заседания кафедры (кафедр), на котором были рассмотрены и одобрены изменения и дополнения	Подпись (с расшифровкой) заведующего кафедрой (заведующих кафедрами)
1.	Дополнен комплектом оценочных материалов	протокол заседания кафедры прикладной математики № <u>8</u> от <u>24.02.2025</u>	 В.В. Малый