

**Комплект оценочных материалов по дисциплине
«Математическая логика»**

Задания закрытого типа

Задания закрытого типа на выбор правильного ответа

1. Выберите один правильный ответ

Сколько наборов значений пропозиционных переменных имеет формула?

$$p_1 \rightarrow (p_2 \vee (\bar{p}_3 \wedge p_1))$$

А) 3,

Б) 4,

В) 8,

Г) 9.

Правильный ответ: В

Компетенции (индикаторы): УК-1, ОПК-1

2. Выберите один правильный ответ

Определить тип формулы логики высказываний:

$$A \rightarrow (A \rightarrow A)$$

А) тавтология,

Б) противоречие,

В) выполнимая,

Г) не формула.

Правильный ответ: А

Компетенции (индикаторы): УК-1, ОПК-1

3. Выберите один правильный ответ

Закончить определение.

Формула исчисления предикатов называется *тавтологией* (или общезначимой формулой), если:

А) она принимает значение «истина» при любой интерпретации;

Б) она принимает значение «истина» хотя бы в одной интерпретации;

В) она не принимает значение «истина» ни в одной интерпретации.

Правильный ответ: А

Компетенции (индикаторы): УК-1, ОПК-1

4. Выберите все правильные варианты ответов

Какие из высказываний являются простыми (элементарными) высказываниями?

А) $7 > 2$,

Б) $7 \geq 2$,

В) $7 = 2$,

Г) $7 \neq 2$.

Правильный ответ: А, В

Компетенции (индикаторы): УК-1, ОПК-1

5. Выберите все правильные варианты ответов

Какие из предложенных выражений не удовлетворяют определению формулы логики высказываний?

А) $(P_1 \wedge P_2)P_3\bar{P}_1$

Б) $(P_1 \wedge P_2) \rightarrow P_3$

В) $(\bar{P}_1 \rightarrow P_2) \rightarrow (P_1 \wedge P_2)$

Г) $(P_1 \wedge P_2) \vee (P_1 \rightarrow) \leftrightarrow \bar{P}_3$

Д) $P_1 \leftrightarrow (P_2 \vee P_3) \wedge$

Правильный ответ: А, Г, Д

Компетенции (индикаторы): УК-1, ОПК-1

6. Выберите все правильные варианты ответов

Какие из систем логических связок не являются полными?

А) $\{\wedge, \neg\}$,

Б) $\{\wedge, \vee\}$,

В) $\{\neg\}$,

Г) $\{\vee, \neg\}$,

Д) $\{\wedge, \vee, \neg\}$

Правильный ответ: Б, В

Компетенции (индикаторы): УК-1, ОПК-1

Задания закрытого типа на установление соответствия

1. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

	Формула логики высказываний		Равносильная формула
1)	$A \rightarrow B$	А)	$\bar{A} \vee \bar{B}$
2)	$\overline{A \vee B}$	Б)	$\overline{\bar{A}}$
3)	A	В)	$\bar{A} \vee B$
4)	$\overline{A \wedge B}$	Г)	$\bar{A} \wedge \bar{B}$

Правильный ответ:

1	2	3	4
В	Г	Б	А

Компетенции (индикаторы): УК-1

2. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

	Типы формул логики высказываний		Определение
1)	тождественно ложная формула	А)	формула принимает значение «истина» хотя бы на одном наборе
2)	выполнимая формула	Б)	формула принимает значение «истина» на всех наборах
3)	тождественно истинная формула	В)	формула не принимает значение «истина» ни на одном наборе

Правильный ответ:

1	2	3
В	А	Б

Компетенции (индикаторы): УК-1, ОПК-1

3. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

	Элементарное высказывание		Многочлен Жегалкина
1)	$\bar{P}_1$	А)	$P_1 P_2 + P_1 + P_2$
2)	$P_1 \vee P_2$	Б)	$P_1 + 1$
3)	$P_1 \wedge P_2$	В)	$P_1 \cdot P_2$

Правильный ответ:

1	2	3
Б	А	В

Компетенции (индикаторы): УК-1, ОПК-1

4. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

	Предложение		Тип предложения
1)	$\forall_x A(x)$	А)	одноместный предикат
2)	$\forall_x A(x, y)$	Б)	двуместный предикат
3)	$A(x, y)$	В)	высказывание

Правильный ответ:

1	2	3
В	А	Б

Компетенции (индикаторы): УК-1, ОПК-1

5. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

	Законы логики		Формулы
1)	закон де Моргана	А)	$A \vee B = B \vee A$

2)	коммутативный закон	Б)	$(A \vee B) \wedge C = (A \wedge C) \vee (B \wedge C)$
3)	дистрибутивный закон	В)	$(A \vee B) \vee C = A \vee (B \vee C)$
4)	ассоциативный закон	Г)	$\overline{A \vee B} = \overline{A} \wedge \overline{B}$

Правильный ответ:

1	2	3	4
Г	А	Б	В

Компетенции (индикаторы): УК-1, ОПК-1

Задания закрытого типа на установление правильной последовательности

1. Расположите в правильной последовательности шаги алгоритма построения многочлена Жегалкина для произвольной формулы логики высказываний.

А) выполнить преобразования вида $\overline{A} = A + 1$, $A \wedge B = A \cdot B$;

Б) открыть все скобки, учитывая, что $A \cdot A = A$;

В) выразить все логические операции через конъюнкцию и отрицание;

Г) привести подобные слагаемые, учитывая, что $A + A = 0$.

Правильный ответ: В, А, Б, Г

Компетенции (индикаторы): УК-1, ОПК-1

Задания открытого типа

Задания открытого типа на дополнение

1. Напишите пропущенное слово (словосочетание).

_____ – это всякое предложение, содержащее одну или несколько переменных, определенных на соответствующем множестве.

Правильный ответ: предикат.

Компетенции (индикаторы): УК-1

2. Напишите пропущенное слово (словосочетание).

Формула логики высказываний называется тавтологией, если при всех наборах значений пропозиционных переменных она принимает значение _____.

Правильный ответ: истина (или 1).

Компетенции (индикаторы): УК-1

3. Напишите пропущенное слово (словосочетание).

Две формулы исчисления высказываний $F_1(p_1, p_2, \dots, p_n)$ и $F_2(p_1, p_2, \dots, p_n)$, образованные с помощью одних и тех же пропозиционных переменных, равносильны тогда и только тогда, когда их эквивалентность $F_1(p_1, p_2, \dots, p_n) \leftrightarrow F_2(p_1, p_2, \dots, p_n)$ – это _____

Правильный ответ: тавтология (или тождественно истинная формула).

Компетенции (индикаторы): УК-1, ОПК-1

4. Напишите пропущенное слово (словосочетание).

Условие тождественной истинности квантифицированного предиката: $(n - 1)$ - местный предикат, полученный из n - местного предиката $A(x_1, x_2, \dots, x_n)$, определенного на множестве M , применением квантора общности по какой-либо переменной, является тождественно истинным тогда и только тогда, когда данный предикат $A(x_1, x_2, \dots, x_n)$ – _____

Правильный ответ: тождественно истинный.

Компетенции (индикаторы): УК-1, ОПК-1

Задания открытого типа с кратким свободным ответом

1. Определить истинностное значение высказывания:

$$\left((P \vee \bar{R}) \leftrightarrow (S \rightarrow T) \right) \rightarrow (S \wedge \bar{S})$$

при заданном наборе значений пропозиционных переменных:

$$P = 0, R = 1, S = 1, T = 0.$$

(Ответ запишите в виде логической константы)

Правильный ответ: 0 (или «ложь»).

Компетенции (индикаторы): УК-1

2. Построить многочлен Жегалкина для формулы:

$$(P_1 \rightarrow (P_2 \rightarrow P_3)) \rightarrow ((P_1 \rightarrow P_2) \rightarrow (P_1 \rightarrow P_3)),$$

учитывая ее разновидность.

(Ответ запишите в виде логической константы)

Правильный ответ: 1.

Компетенции (индикаторы): УК-1

3. Для двух одноместных предикатов $x < 2$ и $x > 2$, определенных на множестве действительных чисел, найти область истинности их конъюнкции.

(Ответ запишите в виде промежутка)

Правильный ответ: $\emptyset$

Компетенции (индикаторы): УК-1, ОПК-1

4. Найти область истинности двуместного предиката, определённого на множестве R^2 :

$$(x^2 - 4)^2 + (y^2 - 9)^2 = 0$$

(Ответ запишите в виде упорядоченных пар)

Правильный ответ: $(2; 3), (2; -3), (-2; 3), (-2; -3)$.

Компетенции (индикаторы): УК-1, ОПК-1

5. Найти область истинности двуместного предиката, определённого на множестве R^2 :

$$|x| = -|y|$$

(Ответ запишите в виде упорядоченных пар)

Правильный ответ: (0; 0).

Компетенции (индикаторы): УК-1, ОПК-1

6. Определить истинностное значение высказывания:

$$\forall_x \exists_y x + y = 7$$

(Ответ запишите в виде логической константы)

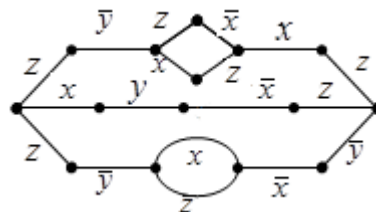
Правильный ответ: 1 (или «истина»)

Компетенции (индикаторы): УК-1

Задания открытого типа с развернутым ответом

1. Решить прикладную задачу, используя фундаментальные методы и язык математической логики.

Проанализировав логическую структуру последовательно-параллельной контактной схемы, выполнить ее упрощение в рамках равносильных преобразований.



Ответ дать в виде минимальной ДНФ и построить упрощенную схему.

Привести расширенное решение.

Время выполнения – 30 мин.

Ожидаемый результат:

1. Построим логическую структуру контактной схемы.

Учитывая, что ветвление соответствует логическому союзу «или» (операция дизъюнкция), а последовательное соединение – союзу «и» (операция конъюнкция), согласно условию, имеем три параллельные ветки:

$$F = F_1 \vee F_2 \vee F_3.$$

2. Рассмотрим каждую ветку отдельно.

Записываем операцию конъюнкция значком умножения, и упрощаем максимально, используя законы логики:

$$F_1 = z\bar{y} \cdot (z\bar{x} \vee xz) \cdot xz = \bar{x}\bar{y}z \vee x\bar{y}z$$

$$F_2 = x \cdot y \cdot \bar{x} \cdot z = 0$$

$$F_3 = z\bar{y} \cdot (x \vee z) \cdot \bar{x} \cdot \bar{y} = \bar{x} \cdot \bar{y} \cdot z \cdot (x \vee z) = (\bar{x}\bar{y}z \cdot x) \vee (\bar{x} \cdot \bar{y} \cdot z) = 0 \vee (\bar{x} \cdot \bar{y} \cdot z) = \bar{x}\bar{y}z$$

Таким образом, исходная контактная схема реализуется функцией алгебры логики:

$$F = F_1 \vee F_2 \vee F_3 = \bar{x}\bar{y}z \vee x\bar{y}z \vee \bar{x}\bar{y}z$$

3. Упрощаем полученную формулу.

Формула F имеет структуру СНДФ. Упростим ее, используя равносильные преобразования. При необходимости можно использовать специальные алгоритмы минимизации ДНФ.

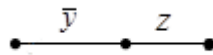
$$F = \bar{x} \bar{y} z \vee x \bar{y} z \vee \bar{x} \bar{y} z = \bar{x} \bar{y} z \vee x \bar{y} z = \bar{y} z (\bar{x} \vee x) = \bar{y} z \cdot 1 = \bar{y} z$$

То есть получили ДНФ в виде $F = \bar{y} z$.

4. Обоснование минимальности.

Видно, что эта форма является минимальной ДНФ для формулы F по всем критериям, так как она включает в себя минимальное количество букв, конъюнкций и отрицаний. При этом эта форма получена равносильными преобразованиями, поэтому описывает упрощенную контактную схему, выполняющую ту же работу, что и исходная. Упрощенная схема содержит всего два звена.

Ответ: минимальная ДНФ имеет вид $\bar{y} z$; соответствующая ей упрощенная схема имеет вид:



Критерии оценивания:

- реализация последовательно-параллельной контактной схемы формулой алгебры логики;
- использование алгоритма минимизации ДНФ, основанного на равносильных преобразованиях (возможно использование других известных алгоритмов минимизации ДНФ);
- корректное выполнение преобразований;
- упрощение построенной СНДФ;
- корректные выводы, исходя из результатов.

Компетенции (индикаторы): УК-1, ОПК-1

2. Решить задачу, используя методы и язык математической логики.

Дана формула алгебры логики:

$$(x \rightarrow (y \wedge z)) \wedge (\overline{(y \vee z) \rightarrow x}).$$

Реализовать поиск равносильных форм, соответствующих данной формуле, в виде:

А) многочлена Жегалкина с помощью равносильных преобразований;

Б) СНДФ, СНКФ с помощью таблицы истинности.

Привести расширенное решение.

Время выполнения – 30 мин.

Ожидаемый результат:

Обозначим формулу: $F = (x \rightarrow (y \wedge z)) \wedge (\overline{(y \vee z) \rightarrow x})$.

А) Используя алгоритм построения многочлена Жегалкина, преобразуем формулу F :

$$\begin{aligned}
F &= (x \rightarrow (y \wedge z)) \wedge (\overline{(y \vee z) \rightarrow x}) = (\bar{x} \vee (y \wedge z)) \wedge (\overline{(y \vee z) \vee x}) = \\
&= (\bar{x} \vee y) \wedge (\bar{x} \vee z) \wedge \overline{(y \vee z) \vee x} = \overline{(\bar{x} \vee y)} \wedge \overline{(\bar{x} \vee z)} \wedge \overline{(y \vee z) \vee x} = \\
&= x \wedge \bar{y} \wedge x \wedge \bar{z} \wedge \bar{y} \wedge \bar{z} \wedge \bar{x} = \\
&= (x \cdot (y + 1) + 1) \cdot (x \cdot (z + 1) + 1) \cdot ((y + 1) \cdot (z + 1) + 1) \cdot (x + 1) = \\
&= (xy + x + 1)(xz + x + 1)(yz + y + z + 1)(x + 1) = \\
&= (xy + x + 1)(xz + x + 1)(yz + y + z)(x + 1) = \\
&= (xyz + xy + xz + x + x + xz + x + 1)(yz + y + z)(x + 1) = \\
&= (xyz + x + 1)(x + 1)(yz + y + z) = \\
&= (xyz + xyz + x + x + x + 1)(yz + y + z) = \\
&= (x + 1)(yz + y + z) = xyz + xy + xz + yz + y + z
\end{aligned}$$

Таким образом, получили многочлен Жегалкина:

$$F = xyz + xy + xz + yz + y + z.$$

Б) Для получения СНДФ, СНКФ строим таблицу истинности.

x	y	z	$y \wedge z$	$x \rightarrow (y \wedge z)$	$y \vee z$	$(y \vee z) \rightarrow x$	$\overline{(y \vee z) \rightarrow x}$	F
0	0	0	0	1	0	1	0	0
0	0	1	0	1	1	0	1	1
0	1	0	0	1	1	0	1	1
0	1	1	1	1	1	0	1	1
1	0	0	0	0	0	1	0	0
1	0	1	0	0	1	1	0	0
1	1	0	0	0	1	1	0	0
1	1	1	1	1	1	1	0	0

Ориентируясь на значения формулы F (последняя колонка), получаем совершенные нормальные формы:

СНДФ:

$$F = (\bar{x} \wedge \bar{y} \wedge z) \vee (\bar{x} \wedge y \wedge \bar{z}) \vee (\bar{x} \wedge y \wedge z)$$

СНКФ:

$$F = (x \vee y \vee z) \wedge (\bar{x} \vee y \vee z) \wedge (\bar{x} \vee y \vee \bar{z}) \wedge (\bar{x} \vee \bar{y} \vee z) \wedge (\bar{x} \vee \bar{y} \vee \bar{z})$$

Ответ:

А) многочлен Жегалкина $xyz + xy + xz + yz + y + z$;

Б) СНДФ: $(\bar{x} \wedge \bar{y} \wedge z) \vee (\bar{x} \wedge y \wedge \bar{z}) \vee (\bar{x} \wedge y \wedge z)$;

СНКФ: $(x \vee y \vee z) \wedge (\bar{x} \vee y \vee z) \wedge (\bar{x} \vee y \vee \bar{z}) \wedge (\bar{x} \vee \bar{y} \vee z) \wedge (\bar{x} \vee \bar{y} \vee \bar{z})$

Критерии оценивания:

- применение алгоритма построения многочлена Жегалкина, опирающегося на тождественные преобразования данной формулы;
- использование законов логики при построении многочлена Жегалкина;
- табличная реализация исходной формулы;

– построение совершенных нормальных форм, равносильных данной формуле;

– корректные преобразования и выводы.

Компетенции (индикаторы): УК-1, ОПК-1

Экспертное заключение

Представленный комплект оценочных материалов по дисциплине «Математическая логика» соответствует требованиям ФГОС ВО.

Предлагаемые оценочные материалы адекватны целям и задачам реализации основной профессиональной образовательной программы по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика.

Виды оценочных средств, включенные в представленный фонд, отвечают основным принципам формирования ФОС.

Разработанные и представленные для экспертизы оценочные материалы рекомендуются к использованию в процессе подготовки обучающихся по указанному направлению.

Председатель учебно-методической комиссии
института компьютерных систем и
информационных технологий

Ветрова Н. Н.

Лист изменений и дополнений

№ п/п	Виды дополнений и изменений	Дата и номер протокола заседания кафедры (кафедр), на котором были рассмотрены и одобрены изменения и дополнения	Подпись (с расшифровкой) заведующего кафедрой (заведующих кафедрами)
1.	Дополнен комплектом оценочных материалов	протокол заседания кафедры прикладной математики № <u>8</u> от <u>24.02.2025</u>	 В.В. Малый