

**Комплект оценочных материалов по дисциплине  
«Исследование операций»**

**Задания закрытого типа**

**Задания закрытого типа на выбор правильного ответа**

1. Выберите один правильный ответ

Какой метод используется для решения задач целочисленного программирования?

- А) Метод множителей Лагранжа
- Б) Метод ветвей и границ
- В) Метод динамического программирования
- Г) Метод Ньютона

Правильный ответ: Б

Компетенции: УК-1, ОПК-3

2. Выберите один правильный ответ

Какое распределение характерно для входного потока в теории массового обслуживания?

- А) Нормальное
- Б) Экспоненциальное
- В) Пуассоновское
- Г) Равномерное

Правильный ответ: В

Компетенции: УК-1, ОПК-3

3. Выберите один правильный ответ

Что изучает теория массового обслуживания?

- А) Оптимизацию финансовых потоков
- Б) Решение дифференциальных уравнений
- В) Распределение ресурсов в сетях
- Г) Анализ очередей и процессов обслуживания

Правильный ответ: Г

Компетенции: УК-1, ОПК-3

4. Выберите один правильный ответ

Какой этап исследования операций следует после построения математической модели?

- А) Постановка задачи
- Б) Решение модели
- В) Анализ результатов
- Г) Сбор данных

Правильный ответ: Б

Компетенции: УК-1, ОПК-3

5. Выберите один правильный ответ

Какая модель относится к детерминированным?

А) Модель с точно заданными параметрами

Б) Модель с случайными параметрами

В) Модель с нечеткой логикой

Г) Модель с вероятностными исходами

Правильный ответ: Б

Компетенции: УК-1, ОПК-3

### Задания закрытого типа на установление соответствия

1. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца. Установите соответствие между методами и задачами:

	Метод		Описание
1)	Метод ветвей и границ	А)	Целочисленное программирование
2)	Принцип Беллмана	Б)	Планирование комплекса работ
3)	Алгоритм Гомори	В)	Решение задачи коммивояжера
4)	Сетевой график	Г)	Оптимизация многоэтапных процессов

Правильный ответ:

1	2	3	4
В	Г	А	Б

Компетенции: УК-1, ОПК-3

2. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца. Установите соответствие между терминами и определениями:

	Метод		Описание
1)	Критический путь	А)	Метод решения целочисленных задач
2)	Динамическое программирование	Б)	Максимальный путь в сетевом графике
3)	Метод Гомори	В)	Заявка покидает систему, если все приборы заняты
4)	Система с отказами	Г)	Многоэтапная оптимизация

Правильный ответ:

1	2	3	4
Б	Г	А	В

Компетенции: УК-1, ОПК-3

3. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца. Соотнесите типы моделей и их примеры:

	Метод		Описание
1)	Детерминированная модель	А)	График Ганта
2)	Вероятностная модель	Б)	Задача распределения ресурсов
3)	Сетевая модель	В)	Оптимизация прибыли и риска
4)	Многокритериальная модель	Г)	Система массового обслуживания

Правильный ответ:

1	2	3	4
Б	Г	А	В

Компетенции: УК-1, ОПК-3

4. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца. Установите соответствие между учеными и их вкладами:

	Метод		Описание
1)	Р. Беллман	А)	Метод анализа иерархий
2)	Т. Саати	Б)	Динамическое программирование
3)	Дж. Гомори	В)	Теория вероятностей
4)	А. Колмогоров	Г)	Алгоритмы целочисленного программирования

Правильный ответ:

1	2	3	4
Б	А	Г	

Компетенции: УК-1, ОПК-3

5. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца. Соотнесите методы и их применение:

	Метод		Описание
1)	Симплекс-метод	А)	Оптимизация с ограничениями
2)	Метод множителей Лагранжа	Б)	Поиск кратчайшего пути в графе
3)	Алгоритм Дейкстры	В)	Анализ конфликтных ситуаций
4)	Теория игр	Г)	Решение задач линейного программирования

Правильный ответ:

1	2	3	4
Г	А	Б	В

Компетенции: УК-1, ОПК-3

## **Задания закрытого типа на установление правильной последовательности**

1. Этапы решения задачи динамического программирования:

- А) Определение подзадач
- Б) Построение рекуррентных соотношений
- В) Вычисление оптимальных значений
- Г) Восстановление решения

Правильный ответ: А, Б, В, Г

Компетенции: УК-1, ОПК-3

2. Этапы построения сетевого графика:

- А) Идентификация работ и событий
- Б) Определение последовательности работ
- В) Расчет временных параметров
- Г) Построение диаграммы

Правильный ответ: А, Б, Г, В

Компетенции: УК-1, ОПК-3

3. Шаги метода ветвей и границ:

- А) Разбиение задачи на подзадачи
- Б) Релаксация ограничений
- В) Оценка нижних границ
- Г) Отсечение неоптимальных ветвей

Правильный ответ: Б, А, В, Г

Компетенции: УК-1, ОПК-3

4. Этапы исследования операций:

- А) Постановка задачи
- Б) Сбор данных
- В) Построение модели
- Г) Решение и анализ

Правильный ответ: А, Б, В, Г

Компетенции: УК-1, ОПК-3

5. Последовательность действий в системе массового обслуживания:

- а) Поступление заявки
- б) Обслуживание
- в) Ожидание в очереди
- г) Выход из системы

Правильный ответ: А, В, Б, Г

Компетенции: УК-1, ОПК-3

## Задания открытого типа

### Задания открытого типа на дополнение

1. Метод Гомори используется для решения задач \_\_\_\_\_ программирования.  
Правильный ответ: целочисленного.  
Компетенции: УК-1, ОПК-3
2. Принцип оптимальности Беллмана гласит, что оптимальная стратегия \_\_\_\_\_ от предыдущих решений, кроме текущего состояния.  
Правильный ответ: не зависит.  
Компетенции: УК-1, ОПК-3
3. Критический путь в сетевом графике – это путь с \_\_\_\_\_ длительностью.  
Правильный ответ: максимальной.  
Компетенции: УК-1, ОПК-3
4. В динамическом программировании задача разбивается на \_\_\_\_\_.  
Правильный ответ: подзадачи  
Компетенции: УК-1, ОПК-3
5. Интенсивность обслуживания в СМО обозначается буквой \_\_\_\_\_.  
Правильный ответ:  $\mu$  (мю)  
Компетенции: УК-1, ОПК-3

### Задания открытого типа с кратким свободным ответом

1. Интенсивность входного потока  $\lambda = 15$  заявок/час, интенсивность обслуживания  $\mu = 20$  заявок/час.  
Найдите коэффициент загрузки системы ( $\rho$ ). (Ответ запишите в виде числа)  
Правильный ответ:  $\rho = \frac{15}{20} = 0,75$   
Компетенции: УК-1, ОПК-3
2. В сетевом графике критический путь составляет 25 дней.  
Если длительность одной из работ на этом пути увеличится на 2 дня, каким станет новый срок проекта? (Ответ запишите в виде числа)  
Правильный ответ:  $25 + 2 = 27$  дней  
Компетенции: УК-1, ОПК-3

3. Для проекта задан сетевой график с критическим путем длительностью 20 дней. Если одна из работ на критическом пути задержится на 3 дня, как это повлияет на срок завершения проекта? (Ответ запишите в виде числа)

Правильный ответ: срок увеличится на 3 дня

Компетенции: УК-1, ОПК-3

4. В системе массового обслуживания с 1 каналом  $\lambda = 5$  заявок/час,  $\mu = 6$  заявок/час. Найдите среднее время ожидания в очереди  $Wq$ . (Ответ запишите в виде числа, в минутах)

Правильный ответ:  $Wq = \frac{\lambda}{\mu(\mu-\lambda)} = \frac{5}{6(6-5)} = \frac{5}{6} \approx 50$  минут

Компетенции: УК-1, ОПК-3

5. Для задачи коммивояжера с матрицей расстояний:

$A - B: 10, B - C: 15, C - A: 20$ . Найдите длину кратчайшего маршрута.

(Ответ запишите в виде числа)

Правильный ответ:  $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow A = 10 + 15 + 20 = 45$

Компетенции: УК-1, ОПК-3

### Задания открытого типа с развернутым ответом

1. Решить следующую задачу методом ветвей и границ с использованием двойственного симплекс-метода найти оптимальное решение задачи

$$z = 3x_1 + 4x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 \leq 6 \\ -x_1 + 2x_2 \leq 2 \\ x_1 - x_2 \leq 1 \end{cases}$$

$$x_j \geq 0, j = 1, 2; x_j \in N \text{ для всех } j.$$

Привести расширенное решение.

Время выполнения – 45 мин.

Ожидаемый результат:

Строится каноническая форма математической модели:

$$z = 3x_1 + 4x_2 \rightarrow \max \quad (1)$$

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 6 \\ -x_1 + 2x_2 + x_4 = 2 \\ x_1 - x_2 + x_5 = 1 \end{cases} \quad (2)$$

$$x_j \geq 0, j = \overline{1, 5}$$

Задача решается без учета условия целочисленности. Результаты решения задачи представлены в табл. 1, 2 и 3.

Таблица 1

Св.п. Баз.п.	$x_1$	$x_2$	$b_i$
$x_3$	3	2	6
$x_4$	-1	2*	2
$x_5$	1	-1	1

Таблица 2

Св.п. Баз.п.	$x_1$	$x_4$	$b_i$
$x_3$	4*	-1	4
$x_2$	-0.5	0.5	1
$x_5$	0.5	0.5	2

$z$	-3	-4	0
-----	----	----	---

$z$	-5	2	4
-----	----	---	---

Таблица 3

Св.п. Баз.п.	$x_3$	$x_4$	$b_i$
$x_1$	0.25	-0.25	1
$x_2$	0.125	0.375	1.5
$x_5$	-0.125	0.625	1.5
$z$	1.25	0.75	9

Как следует из табл.3 найденный оптимальный опорный план  $\tilde{x}^* = (1; 1.5; 0; 0; 1.5)$  не является решением исходной задачи, т.к. решение не удовлетворяет условию целочисленности. Переменная  $x_2$  принимает нецелое значение, она инициирует процесс ветвления, т.е. порождает две подзадачи (1) и (2), связанные с условиями  $x_2 \geq 2$  и  $x_2 \leq 1$ .

Подзадача 1.

Подзадача определяется дополнительным условием  $x_2 \geq 2$ . В этом условии переменная  $x_2$  выражается через  $x_3$  и  $x_4$  с помощью первого и второго уравнений системы (2). В результате этого получается эквивалентное неравенство:  $-x_3 - 3x_4 \geq 4$ . Это неравенство согласно признаку двойственного симплекс-метода определяет неразрешимость рассматриваемой подзадачи, т.к. область допустимых решений пустая. Действительно, при неотрицательных переменных  $x_3$  и  $x_4$  неравенство не имеет места.

Подзадача 2.

Данная подзадача определяется условием  $x_2 \leq 1$ . После аналогичного приведения к переменным  $x_3$  и  $x_4$  неравенство принимает следующий вид:  $-x_3 - 3x_4 \leq -4$ . Дополним таблицу 3 полученным дополнительным ограничением и продолжим решение подзадачи.

Таблица 4

Св.п. Баз.п.	$x_3$	$x_4$	$b_i$
$x_1$	0.25	-0.25	1
$x_2$	0.125	0.375	1.5
$x_5$	-0.125	0.625	1.5
$x_6$	-1	-3*	-4
$z$	1.25	0.75	9

Таблица 5

Св.п. Баз.п.	$x_3$	$x_6$	$b_i$
$x_1$	0.333	-0.083	1.333
$x_2$	0	0.125	1
$x_5$	-0.333	0.208	0.667
$x_4$	0.333	-0.333	1.333
$z$	1	0.25	8

Оптимальное решение, полученное в табл. 5, не является целочисленным  $\tilde{x}^* = (1.333; 1; 0; 1.333; 0.667; 0)$ . Переменная  $x_1$  принимает нецелое значение, она инициирует процесс ветвления, т.е. порождает две подзадачи (3) и (4), связанные с условиями  $x_1 \geq 2$  и  $x_1 \leq 1$ .

Подзадача 3.

Подзадача определяется дополнительным условием  $x_1 \geq 2$ . Выполнив преобразования, аналогичные тем, которые были выполнены в подзадаче 1 и

сделав одну итерацию, убеждаемся, что в этой подзадаче область допустимых решений пуста. Выполненные преобразования представлены в табл. 6 и 7.

В табл. 7 строка, соответствующая базисной переменной  $x_5$ , содержит признак пустой области допустимых решений (согласно алгоритму двойственного симплекс-метода).

Таблица 6

Св.п. Баз.п.	$x_3$	$x_6$	$b_i$
$x_1$	0.333	-0.083	1.333
$x_2$	0	0.125	1
$x_5$	-0.333	0.208	0.667
$x_4$	0.333	-0.333	1.333
$x_7$	4	-1*	-8
$z$	1	0.25	8

Таблица 7

Св.п. Баз.п.	$x_3$	$x_7$	$b_i$
$x_1$	0	-0.083	2
$x_2$	0.5	0.125	0
$x_5$	0.5	0.208	-1
$x_4$	-1	-0.333	4
$x_6$	-4	-1*	8
$z$	2	0.25	6

#### Подзадача 4.

Подзадача определяется дополнительным условием  $x_1 \leq 1$ . После несложных преобразований  $x_1$  выражается через  $x_3$  и  $x_6$ , в результате чего получается эквивалентное дополнительное условие:

$$-4x_3 + x_6 \leq -4. \quad (3)$$

Условием (3) дополняем табл. 5 и продолжаем преобразования в табл. 8 и табл. 9.

Таблица 8

Св.п. Баз.п.	$x_3$	$x_6$	$b_i$
$x_1$	0.333	-0.083	1.333
$x_2$	0	0.125	1
$x_5$	-0.333	0.208	0.667
$x_4$	0.333	-0.333	1.333
$x_7$	-4*	1	-4
$z$	1	0.25	8

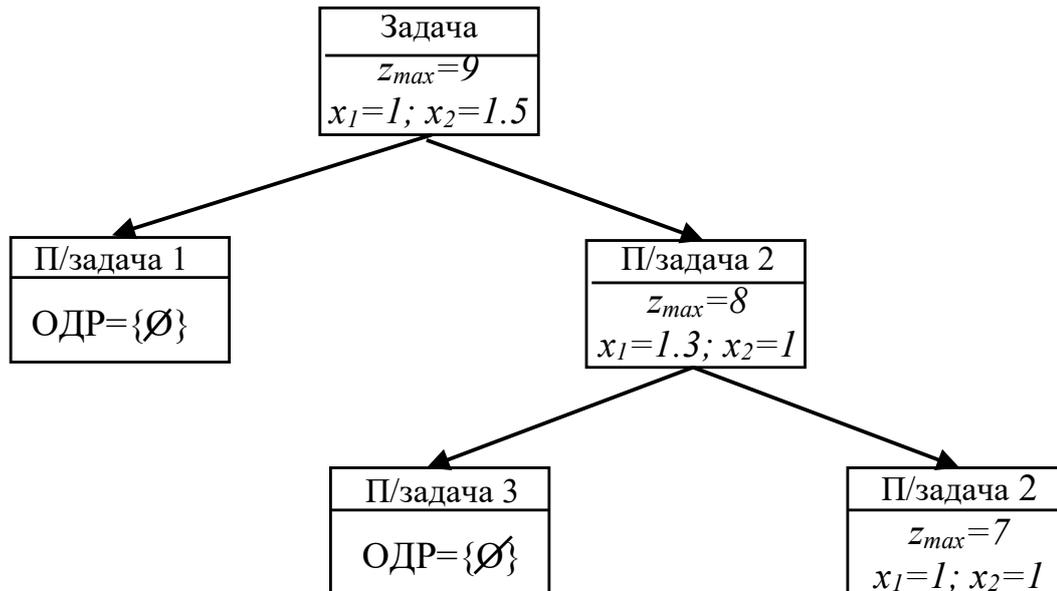
Таблица 9

Св.п. Баз.п.	$x_7$	$x_7$	$b_i$
$x_1$	0.083	0	1
$x_2$	0	0.125	1
$x_5$	-0.083	0.125	1
$x_4$	0.083	-0.25	1
$x_3$	-0.25	-0.25	1
$z$	0.25	0.5	7

В табл. 9 получено оптимальное целочисленное решение, т.е. решение исходной задачи:  $x_1^* = 1$ ;  $x_2^* = 1$ ;  $z_{max}$ .

На рисунке изображена совокупность порожденных подзадач в виде дерева.

Каждой подзадаче можно дать геометрическую интерпретацию, выполняя построения на плоскости с учетом дополнительных ограничений, каждое из которых порождает соответствующую подзадачу.



Критерии оценивания:

- построение канонической формы;
- заполнение симплекс-таблицы;
- проверка оптимальности опорного плана и его улучшение;
- пересчет таблица, используя преобразования Жордана-Гаусса.

Компетенции: УК-1, ОПК-3

2. Определить оптимальные смешанные стратегии и цену игры матричной игры, которая определяется матрицей

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 1 & 1 \\ 3 & 4 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

Привести расширенное решение.

Время выполнения – 45 мин.

Ожидаемый результат:

Составляем задачи

$$\sum_{i=1}^m p_i \rightarrow \min, \sum_{i=1}^m a_{ij} p_i \geq 1.$$

и

$$\sum_{j=1}^n q_j \rightarrow \max, \sum_{j=1}^n a_{ij} q_j \geq 1.$$

$$\begin{cases} p_1 + p_2 + p_3 \rightarrow \min, \\ p_1 + 2p_2 + 3p_3 \geq 1, \\ 2p_1 + p_2 + 4p_3 \geq 1, \\ p_1 + p_2 + 4p_3 \geq 1, \\ 3p_1 + p_2 + 2p_3 \geq 1; \\ p_i \geq 0 (i = 1, 2, 3). \end{cases}$$

$$\begin{cases}
 q_1 + q_2 + q_3 + q_4 \rightarrow \max, \\
 q_1 + 2q_2 + q_3 + 3q_4 \leq 1, \\
 2q_1 + q_2 + q_3 + q_4 \leq 1, \\
 3q_1 + 4q_2 + 4q_3 + 2q_4 \leq 1, \\
 q_j \geq 0 (j = 1, 2, 3, 4).
 \end{cases}$$

Решим эти взаимодвойственные задачи линейного программирования двойственным симплекс-методом с использованием модифицированных преобразований Жордана–Гаусса, что позволяет совместить симплекс–таблицы. Решение представлено в таблицах 1-4.

Во всех таблицах разрешающий элемент выделен кружочком.

Таблица 1

Переменные двойственных задач		$p_4$	$p_5$	$p_6$	$p_7$	–
		$q_1$	$q_2$	$q_3$	$q_4$	
$-p_1$	$q_5$	1	2	1	3	1
$-p_2$	$q_6$	2	1	1	1	1
$-p_3$	$q_7$	3	4	4	2	1
–		-1	-1	-1	-1	0

Таблица 2

Переменные двойственных задач		$p_4$	$p_5$	$p_3$	$p_7$	–
		$q_1$	$q_2$	$q_7$	$q_4$	
$-p_1$	$q_5$	$\frac{1}{4}$	1	$-\frac{1}{4}$	$\frac{5}{2}$	$\frac{3}{4}$
$-p_2$	$q_6$	$\frac{5}{4}$	0	$-\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$
$-p_6$	$q_3$	$\frac{3}{4}$	1	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$
–		$-\frac{1}{4}$	0	$\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$

Таблица 3

Переменные двойственных задач		$p_4$	$p_5$	$p_3$	$p_1$	–
		$q_1$	$q_2$	$q_7$	$q_5$	
$-p_7$	$q_4$	$\frac{1}{10}$	$\frac{2}{5}$	$-\frac{1}{10}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{3}{10}$
$-p_2$	$q_6$	$\frac{6}{5}$	$-\frac{1}{5}$	$-\frac{1}{5}$	$-\frac{1}{5}$	$\frac{3}{5}$
$-p_6$	$q_3$	$\frac{7}{10}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{3}{10}$	$-\frac{1}{5}$	$\frac{1}{10}$
–		$-\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{5}$

Таблица 4

Переменные двойственных задач		$p_6$	$p_5$	$p_3$	$p_1$	–
		$q_3$	$q_2$	$q_7$	$q_5$	
$-p_7$	$q_4$	$-\frac{1}{7}$	$\frac{2}{7}$	$-\frac{1}{7}$	$\frac{3}{7}$	$\frac{2}{7}$
$-p_2$	$q_6$	$-\frac{12}{7}$	$-\frac{11}{7}$	$-\frac{5}{7}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{3}{7}$
$-p_4$	$q_1$	$\frac{10}{7}$	$\frac{8}{7}$	$\frac{3}{7}$	$-\frac{2}{7}$	$\frac{1}{7}$
–		$\frac{2}{7}$	$\frac{3}{7}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{3}{7}$

В таблице 4 получено следующее решение относительно основных переменных:

$$p_1 = \frac{1}{7}, p_2 = 0, p_3 = \frac{2}{7}; q_1 = \frac{1}{7}, q_2 = 0, q_3 = 0, q_4 = \frac{2}{7}.$$

Поскольку  $p_1 + p_2 + p_3 = \frac{1}{v}$ , то  $v = \frac{7}{3}$ . Переходя к исходным переменным, получим

$$x_1 = vp_1 = \frac{1}{3}, x_2 = 0, x_3 = vp_3 = \frac{2}{3};$$

$$y_1 = vq_1 = \frac{1}{3}, y_2 = 0, y_3 = 0, y_4 = vq_4 = \frac{2}{3}.$$

Итак, оптимальные смешанные стратегии соответственно первого и второго игроков

$$x^0 = \left(\frac{1}{3}, 0, \frac{2}{3}\right); y^0 = \left(\frac{1}{3}, 0, 0, \frac{2}{3}\right), \text{ цена игры } v = \frac{7}{3}.$$

Критерии оценивания:

- построение двойственных задач по заданной матрице;
- заполнение симплекс-таблицы;
- проверка оптимальности опорного плана и его улучшение;
- пересчет таблица, используя преобразования Жордана-Гаусса.

Компетенции: УК-1, ОПК-3

## Экспертное заключение

Представленный комплект оценочных материалов по дисциплине «Исследование операций» соответствует требованиям ФГОС ВО.

Предлагаемые оценочные материалы адекватны целям и задачам реализации основной профессиональной образовательной программы по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика.

Виды оценочных средств, включенные в представленный фонд, отвечают основным принципам формирования ФОС.

Разработанные и представленные для экспертизы оценочные материалы рекомендуются к использованию в процессе подготовки обучающихся по указанному направлению.

Председатель учебно-методической комиссии  
института компьютерных систем и  
информационных технологий



Ветрова Н. Н.

### Лист изменений и дополнений

№ п/п	Виды дополнений и изменений	Дата и номер протокола заседания кафедры (кафедр), на котором были рассмотрены и одобрены изменения и дополнения	Подпись (с расшифровкой) заведующего кафедрой (заведующих кафедрами)
1.	Дополнен комплектом оценочных материалов	протокол заседания кафедры прикладной математики № <u>8</u> от <u>24.02.2025</u>	 В.В. Малый