

**Комплект оценочных материалов по дисциплине
«Математические методы принятия решений»**

Задания закрытого типа

Задания закрытого типа на выбор правильного ответа

1. Выберите один правильный ответ

1. Какой принцип сформулировал Нейман и Моргенштерн в теории принятия решений:

А) Лицо, принимающее решение, должно выбирать альтернативу с минимальными затратами

Б) Лицо, принимающее решение, должно всегда выбирать альтернативу с максимально ожидаемой полезностью

В) Лицо, принимающее решение, должно выбирать альтернативу на основе интуиции

Г) Лицо, принимающее решение, должно избегать рисков

Правильный ответ: Б

Компетенции: ПК-5

2. Выберите один правильный ответ

Какой критерий используется для принятия решений, когда неизвестны вероятности состояний, но есть упорядочивание состояний по их вероятности:

А) Критерий Вальда

Б) Критерий Сэвиджа

В) Критерий Байеса-Фишберна

Г) Критерий Гурвица

Правильный ответ: В

Компетенции: ПК-5

3. Выберите один правильный ответ

В каких условиях принимаются решения в условиях риска:

А) Когда известны все возможные альтернативы

Б) Когда априорная информация о распределении случайных величин известна

В) Когда информация неполная и есть законы распределения случайных величин

Г) Когда решения принимаются при помощи теории игр

Правильный ответ: В

Компетенции: ПК-5

4. Выберите один правильный ответ

Какой тип задачи принятия решений касается ситуации, когда известны все возможные альтернативы и последствия

А) Задача с неопределённостью

Б) Задача с риском

В) Задача с конфликтами

Г) Повседневная задача

Правильный ответ: Б

Компетенции: ПК-5

5. Выберите один правильный ответ

Что такое нечеткое множество:

А) это множество, элементы которого точно описаны

Б) это множество, которое не может быть описано математически

В) это множество, в котором каждый элемент имеет четкую принадлежность

Г) это множество, элементы которого могут принадлежать ему с различной степенью

Правильный ответ: Г

Компетенции: ПК-5

6. Выберите один правильный ответ

Что такое многокритериальная оптимизация:

А) процесс, в котором выбирается одно оптимальное решение по единственному критерию

Б) процесс, в котором выбирается наилучшее решение, соответствующее нескольким критериям

В) процесс, связанный только с линейными уравнениями

Г) процесс, в котором результаты всегда точно определены

Правильный ответ: Б

Компетенции: ПК-5

7. Выберите один правильный ответ

Какой метод используется для уменьшения размерности задачи в многокритериальной оптимизации:

А) алгоритм Дейкстры

Б) метод Парето

В) метод Гаусса

Г) метод Градин

Правильный ответ: Б

Компетенции: ПК-5

8. Выберите один правильный ответ

Как называется процесс, в котором вероятность перехода системы в состояние зависит только от предшествующего состояния:

- А) случайный процесс
- Б) непрерывный процесс
- В) марковский процесс
- Г) стационарный процесс

Правильный ответ: В

Компетенции: ПК-5

Задания закрытого типа на установление соответствия

1. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

1)	Задача с неопределённостью	А)	Инвестиции в фондовый рынок
2)	Задача с риском	Б)	Выбор между двумя поставщиками
3)	Конфликтная задача	В)	Принятие решения о новом продукте
4)	Многокритериальная задача	Г)	Оценка качества продукции на основе нескольких характеристик

Правильный ответ:

1	2	3	4
В	А	Б	Г

Компетенции: ПК-5

2. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

1)	В наихудших условиях гарантирует наилучший результат	А)	Критерий Байеса-Лапласа
2)	Имеется информация, позволяющая упорядочить состояния	Б)	Критерий Байеса-Фишберна
3)	Вероятности состояний неизвестны	В)	Критерий азартного игрока
4)	Низкий риск или выигрыш намного превышает возможные потери	Г)	Критерий Вальда

Правильный ответ:

1	2	3	4
Г	Б	А	В

Компетенции: ПК-5

3. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

1)	Задача с неопределённостью	А)	Инвестиции в фондовый рынок
2)	Задача с риском	Б)	Выбор между двумя поставщиками
3)	Конфликтная задача	В)	Принятие решения о новом продукте
4)	Многокритериальная задача	Г)	Оценка качества продукции на основе нескольких характеристик

Правильный ответ:

1	2	3	4
В	А	Б	Г

Компетенции: ПК-5

4. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

1)	Решение приходится принимать большое число раз	А)	Критерий Байеса
2)	Для редко повторяющихся ситуаций	Б)	Критерий предельного уровня
3)	Приемлемый способ действий	В)	Критерий «ожидаемое значение»
4)	Обеспечивает максимальную среднюю «полезность»	Г)	Критерий «ожидаемое значение – дисперсия»

Правильный ответ:

1	2	3	4
В	Г	Б	А

Компетенции: ПК-5

5. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

1)	Нечеткое множество	А)	Математическая функция, определяющая степень принадлежности элемента множеству
2)	Функция принадлежности	Б)	Подмножество, учитывающее степень выполнения заданных условий
3)	Нечеткое отображение	В)	Совокупность упорядоченных пар, которые характеризуют нечеткое множество
4)	Прообраз нечеткого множества	Г)	Объединение всех нечетких множеств, образ которых

			принадлежит данному нечеткому множеству
--	--	--	---

Правильный ответ:

1	2	3	4
В	А	Б	Г

Компетенции: ПК-5

6. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

1)	Антисимметричность	А)	Если А предпочтительно перед В, то В не может быть предпочтительным перед А
2)	Транзитивность	Б)	Если А предпочтительно перед В и В предпочтительно перед С, то А предпочтительно перед С
3)	Симметричность	В)	Если А предпочтительно перед В, то В предпочтительно перед А
4)	Рефлексивность	Г)	Для любого элемента А, А не хуже самого себя

Правильный ответ:

1	2	3	4
А	Б	В	Г

Компетенции: ПК-5

7. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

1)	Задачи оптимизации на множестве целей	А)	Качество функционирования оценивается самостоятельным критерием для каждого объекта
2)	Задачи оптимизации на множестве объектов	Б)	Запланированный процесс разбивается на несколько временных этапов
3)	Задача оптимизации на множестве условий	В)	Все цели должны быть учтены при выборе оптимального решения
4)	Задачи оптимизации на множестве этапов	Г)	Качество функционирования определяется в зависимости от множества условий

Правильный ответ:

1	2	3	4
В	А	Г	Б

Компетенции: ПК-5

8. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

1)	Переходная вероятность	А)	Вероятность перехода от одного состояния к другому в марковской модели
2)	Дискретное состояние	Б)	Метод, учитывающий влияние времени на стоимость денежных потоков
3)	Планирование с дисконтированием	В)	Процесс случайного изменения состояний
4)	Случайный процесс	Г)	Состояние, которое может быть обозначено как "хорошее", "удовлетворительное" или "плохое"

Правильный ответ:

1	2	3	4
А	Г	Б	В

Компетенции: ПК-5

Задания закрытого типа на установление правильной последовательности

1. Установите правильную последовательность этапов принятия решений:

А) анализ полученных результатов и конструирование окончательного решения

Б) постановка проблемы и построение качественной модели процесса

В) сбор данных и проверка модели

Г) построение математической модели

Правильный ответ: Б, Г, В, А

Компетенции: ПК-5

2. Установите правильную последовательность шагов при использовании критерия Байеса-Фишберна:

А) найти точечную оценку распределения вероятностей

Б) установить отношение порядка на множестве состояний

В) для найденной оценки найти оптимальную альтернативу

Г) проверить оптимальность найденного решения для других распределений

Правильный ответ: Б, А, В, Г
Компетенции: ПК-5

3. Установите порядок стадий принятия решения:

- А) сбор информации
- Б) определение проблемы
- В) оценка альтернатив
- Г) выбор решения

Правильный ответ: Б, А, В, Г
Компетенции: ПК-5

4. Установите порядок этапов оценки критериев:

- А) определение критериев
- Б) оценка альтернатив
- В) принятие решения
- Г) анализ результатов

Правильный ответ: А, Б, В, Г
Компетенции: ПК-5

5. Установите правильную последовательность шагов в решении задачи достижения нечеткой цели:

- А) определить состояние системы и действия
- Б) сформулировать нечеткие множества целей и ограничений
- В) найти действия, которые позволяют достичь цели
- Г) оценить результаты и внести изменения

Правильный ответ: А, Б, В, Г
Компетенции: ПК-5

6. Установите последовательность шагов в процессе многокритериальной оптимизации:

- А) формулирование векторного критерия
- Б) определение области допустимых решений
- В) оценка достигнутых решений
- Г) выбор оптимального решения

Правильный ответ: Б, А, Г, В
Компетенции: ПК-5

7. Установите правильную последовательность шагов в решении марковской задачи принятия решений методом линейного программирования:

- А) определить матрицу переходных вероятностей
- Б) определить функцию дохода для каждого состояния
- В) сформулировать задачу линейного программирования
- Г) найти оптимальное решение

Правильный ответ: А, Б, В, Г

Компетенции: ПК-5

8. Установите правильную последовательность шагов для решения многокритериальной задачи принятия решений:

- А) определить область допустимых решений
- Б) выбрать оптимальное решение на основе результатов оценки
- В) оценить каждую альтернативу по заданным критериям
- Г) сформулировать векторные критерии оценки

Правильный ответ: А, Г, В, Б

Компетенции: ПК-5

Задания открытого типа

Задания открытого типа на дополнение

1. Напишите пропущенное слово (словосочетание).

Критерии принятия решения в условиях неопределённости помогают _____ выбор между альтернативами.

Правильный ответ: систематизировать.

Компетенции: ПК-5

2. Напишите пропущенное слово (словосочетание).

Принятие решений — это _____, основанный на анализе различных факторов.

Правильный ответ: процесс.

Компетенции: ПК-5

3. Напишите пропущенное слово (словосочетание).

Принятие решений в условиях риска основано на _____ вероятностей исходов.

Правильный ответ: оценке.

Компетенции: ПК-5

4. Напишите пропущенное слово (словосочетание).

Критерии Лапласа, минимаксный, Сэвиджа, критерий Гурвица отражают _____ оценку ситуации, в которой принимается решение.

Правильный ответ: субъективную.

Компетенции: ПК-5

5. Напишите пропущенное слово (словосочетание).

Критерий Вальда предполагает выбор стратегии, которая в наихудших условиях гарантирует _____ результат.

Правильный ответ: наилучший.

Компетенции: ПК-5

6. Напишите пропущенное слово (словосочетание).

Нечеткое множество называется пустым, если его функция принадлежности равна _____ на всем универсальном множестве.

Правильный ответ: нулю.

Компетенции: ПК-5

7. Напишите пропущенное слово (словосочетание).

Решение, при котором любое улучшение одного критерия соответствует ухудшению по какому-либо другому критерию называется оптимальным решением _____.

Правильный ответ: по Парето.

Компетенции: ПК-5

8. Напишите пропущенное слово (словосочетание).

В марковской задаче, если состояние системы через один год зависит от состояния в предыдущем году, такой процесс называется _____.

Правильный ответ: марковским.

Компетенции: ПК-5

9. Напишите пропущенное слово (словосочетание).

Многокритериальная оптимизация включает в себя набор альтернатив, каждую из которых можно оценить по _____, что позволяет выделить множество Парето и найти наиболее приемлемое решение для _____ заинтересованных сторон.

Правильный ответ: критериям; ЛПР (лица, принимающего решение).

Компетенции: ПК-5

Задания открытого типа с кратким свободным ответом

1. Неопределенность, вызванная ограничениями в способах измерения и оценки параметров, влияющих на результат, а также погрешностями и возможными ошибками людей, проводящих исследование называется _____.

Правильный ответ: метрологическая / метрологическая неопределенность / метрологической неопределенностью.

Компетенции: ПК-5

2. Неопределенность, связанная с непредсказуемостью поведения других лиц, называется _____.

Правильный ответ: поведенческая / поведенческая неопределенность / поведенческой неопределенностью.

Компетенции: ПК-5

3. Неопределенность, связанная с ограниченностью познания называется _____.

Правильный ответ: гносеологическая / гносеологическая неопределенность / гносеологической неопределенностью.

Компетенции: ПК-5

4. Неопределенность, определяемая случайными факторами, называется _____.

Правильный ответ: стохастическая / стохастическая неопределенность / стохастической неопределенностью.

Компетенции: ПК-5

5. Пересечением нечетких множеств A и B в X называется нечеткое множество $A \cap B$ с функцией принадлежности _____.

Правильный ответ: $\mu_{A \cap B}(x) = \min\{\mu_A(x), \mu_B(x)\}, \forall x \in X$.

Компетенции: ПК-5

6. Алгебраическим произведением нечетких множеств A и B в X называется нечеткое множество $A \cdot B$ с функцией принадлежности _____.

Правильный ответ: $\mu_{A \cdot B}(x) = \mu_A(x) \cdot \mu_B(x), \forall x \in X$.

Компетенции: ПК-5

7. Объединением нечетких множеств A и B в X называется нечеткое множество $A \cup B$ с функцией принадлежности _____.

Правильный ответ: $\mu_{A \cup B}(x) = \max\{\mu_A(x), \mu_B(x)\}, \forall x \in X$.

Компетенции: ПК-5

8. Алгебраической суммой нечетких множеств A и B в X называется нечеткое множество $A + B$ с функцией принадлежности _____.

Правильный ответ: $\mu_{A+B}(x) = \mu_A(x) + \mu_B(x) - \mu_A(x) \cdot \mu_B(x), \forall x \in X$.

Компетенции: ПК-5

Задания открытого типа с развернутым ответом

1. Выбрать оптимальное решение используя критерий Вальда:

Для каждого предложения a_i определен уровень затрат в зависимости от количества клиентов e_j . Пусть таблица значений оценочного функционала задана таблицей.

Стратегии	Состояние среды		
	e_1	e_2	e_3
a_1	5	10	18
a_2	8	7	9
a_3	21	18	12
a_4	30	23	19

Требуется выбрать оптимальное решение используя критерий Вальда
Привести расширенное решение.

Время выполнения – 30 мин.

Ожидаемый результат:

Запишем выражение для критерия: $\min_{a_i} \max_{e_j} \{v(a_i, e_j)\}$.

Сведем расчеты в таблицу для каждой альтернативы:

Стратегии	Состояние среды			$B(a_i)$
	e_1	e_2	e_3	
a_1	5	10	18	18
a_2	8	7	9	9
a_3	21	18	12	21
a_4	30	23	19	30

Ответ: оптимальное решение заключается в выборе a_2^* .

Критерии оценивания:

- нахождение значений критерия;
- нахождение оптимального решения.

Компетенции: ПК-5

2. Выбрать оптимальное решение используя критерий Ходжа-Лемана:

Для каждого предложения a_i определен уровень затрат в зависимости от количества клиентов e_j . Пусть таблица значений оценочного функционала задана таблицей.

Стратегии	Состояние среды		
	e_1	e_2	e_3
a_1	5	10	18
a_2	21	18	12
a_3	8	7	9
a_4	30	23	19

Привести расширенное решение.

Время выполнения – 30 мин.

Ожидаемый результат:

Запишем выражения для критерия:

$$v_{ir} = \alpha \sum_{j=1}^n v(a_i, e_j) p_j + (1 - \alpha) \cdot \min_{1 \leq j \leq n} v_{ij}.$$

Сведем расчеты комплексов в таблицу для каждой альтернативы:

$$(1) \sum_{j=1}^3 v(a_i, e_j) p_j,$$

$$(2) \min_{1 \leq j \leq n} v_{ij},$$

$$(3) \alpha \cdot \sum_{j=1}^n v(a_i, e_j) p_j,$$

$$(4) (1 - \alpha) \cdot \min_{1 \leq j \leq n} v_{ij}$$

	e_1	e_2	e_3	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
a_1	5	10	18	10.89	5	5.44	2.5	7.94
a_2	21	18	12	16.83	12	8.41	6	14.41
a_3	8	7	9	7.92	7	3.96	3.5	7.45
a_4	30	23	19	23.76	19	11.88	9.5	21.38

Ответ: Оптимальное решение заключается в выборе a_3^* .

Критерии оценивания:

- нахождение значений критерия;
- нахождение оптимального решения.

Компетенции: ПК-5

3. Выбрать оптимальное решение используя критерий Гурвица:

Для каждого предложения a_i определен уровень затрат в зависимости от количества клиентов e_j . Положить показатель оптимизма $\alpha = 1/2$. Пусть таблица значений оценочного функционала задана таблицей.

Стратегии	Состояние среды		
	e_1	e_2	e_3
a_1	5	10	18
a_2	21	18	12
a_3	8	7	9
a_4	30	23	19

Привести расширенное решение.

Время выполнения – 30 мин.

Ожидаемый результат:

В том случае, когда $v(a_i, e_j)$ представляет затраты, критерий выбирает действие, дающее

$$\min_{a_i} \left\{ \alpha \min_{e_j} v(a_i, e_j) + (1 - \alpha) \max_{e_j} v(a_i, e_j) \right\}$$

Сведем расчеты комплексов в таблицу для каждой альтернативы:

(1) $\alpha \min_{e_j} v(a_i, e_j)$

(2) $(1 - \alpha) \max_{e_j} v(a_i, e_j)$

(3) $\alpha \min_{e_j} v(a_i, e_j) + (1 - \alpha) \max_{e_j} v(a_i, e_j)$

	e_1	e_2	e_3	(1)	(2)	(3)
a_1	5	10	18	2.5	9	11.5
a_2	21	18	12	3.5	4.5	8
a_3	8	7	9	6	10.5	16.5
a_4	30	23	19	9.5	15	24.5

Ответ: Оптимальное решение заключается в выборе a_2^* .

Критерии оценивания:

- нахождение значений критерия;
- нахождение оптимального решения.

Компетенции: ПК-5

4. Провести процесс принятия решений о том, когда следует проводить плановый ремонт оборудования:

Группа оборудования в n станков ремонтируется индивидуально. Невозможно предсказать заранее, когда возникнет неисправность. Для этого необходима вероятность, того, что станок выйдет из строя в период времени t .

Через T интервалов выполняется профилактический ремонт всех станков n .

Определить оптимальное значение T , при котором минимизируются затраты на ремонт вышедших из строя станков и проведение профилактического ремонта в расчете на один интервал времени, т.е. принять компромиссное решение.

p_t – вероятность выхода из строя одного из станков в момент времени t ;

$n_t = 50$ – случайная величина, представляющая число вышедших из строя станков в тот же период времени.

$c_1 = 100$ – затраты на ремонт вышедшего из строя станка;

$c_2 = 10$ – затраты на профилактический ремонт одного станка.

T	p_T
1	0,05
2	0,07
3	0,1
4	0,13
5	0,18

Привести расширенное решение.

Время выполнения – 60 мин.

Ожидаемый результат:

EC – ожидаемые (E) затраты (C) составляет:

$$EC(T) = (c_1 \sum_{t=1}^{T-1} E\{n_t\} + c_2 n) / T;$$

$E\{n_t\}$ – математическое ожидание числа вышедших из строя станков в момент времени t .

Так как n_i имеет биномиальное распределение с параметрами (n, p_t) , то

$$E\{n_t\} = n \cdot p_t.$$

Таким образом,

$$EC(T) = n \left(c_1 \sum_{t=1}^{T-1} p_t + c_2 \right) / T;$$

Необходимые условия оптимальности для T^* имеют вид

$$EC(T^* - 1) \geq EC(T^*) \quad \text{и} \quad EC(T^* + 1) \geq EC(T^*),$$

где T^* – оптимальный период

$$\sum_{t=1}^4 p_t = 0.05 + 0.07 + 0.10 + 0.13 = 0.35.$$

Например,

$$T = 1: EC(1) = \frac{50 \cdot (100 \cdot 0 + 10)}{1} = 500;$$

$$T = 2: EC(2) = \frac{50 \cdot (100 \cdot 0.05 + 10)}{2} = 375;$$

$$T = 3: EC(3) = \frac{50 \cdot (100 \cdot 0.12 + 10)}{3} = 366.7;$$

$$T = 4: EC(4) = \frac{50 \cdot (100 \cdot 0.22 + 10)}{4} = 400;$$

$$T = 5: EC(5) = \frac{50 \cdot (100 \cdot 0.35 + 10)}{5} = 450;$$

T	p_T	$\sum_{t=1}^{T-1} p_t$	$EC(T)$
1	0,05	0	500

2	0,07	0,05	375
3	0,1	0,12	366.7
4	0,13	0,22	400
5	0,18	0,35	450

Ответ: Профилактический ремонт необходимо проводить через $T^* = 3$ интервала времени.

Критерии оценивания:

- нахождение затрат;
- нахождение оптимального решения.

Компетенции: ПК-5

5. Построить сетевой график, рассчитать наиболее ранние и наиболее поздние сроки наступления событий, найти критический путь, определить полные и независимые резервы времени всех работ и коэффициенты напряженности некритических дуг:

Исходные данные:

Работа	Продолжительность работы	Опирается на работы
$b_1 = (0,1)$	5	-
$b_2 = (0,3)$	8	-
$b_3 = (0,2)$	3	-
$b_4 = (1,4)$	6	b_1
$b_5 = (1,3)$	4	b_1
$b_6 = (2,3)$	1	b_3
$b_7 = (3,4)$	2	b_2, b_5, b_6
$b_8 = (3,6)$	6	b_2, b_5, b_6
$b_9 = (4,6)$	3	b_4, b_7
$b_{10} = (2,5)$	9	b_3
$b_{11} = (5,6)$	7	b_2, b_5, b_6, b_{10}

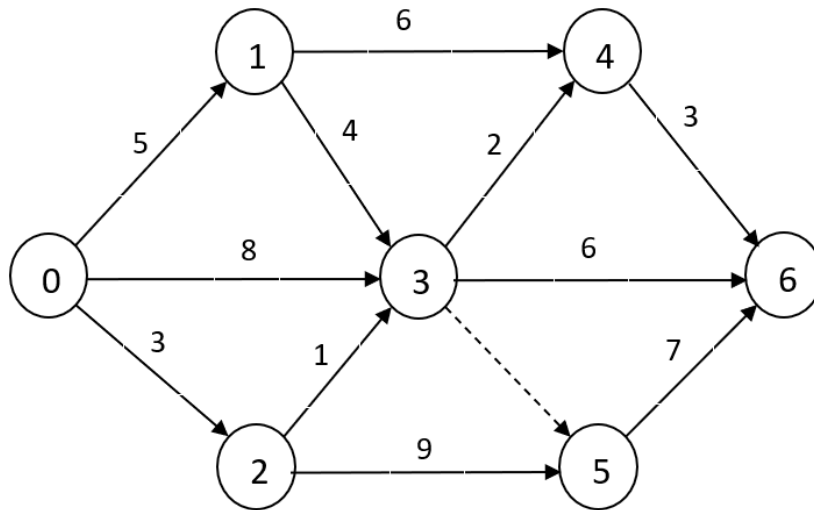
Требуется построить сетевой график, рассчитать наиболее ранние и наиболее поздние сроки наступления событий, найти критический путь, определить полные и независимые резервы времени всех работ и коэффициенты напряженности некритических дуг

Привести расширенное решение.

Время выполнения – 60 мин.

Ожидаемый результат:

Сначала строим структурный сетевой график и вводим правильную нумерацию событий



Наиболее ранние сроки наступления событий находим по формуле

$$T_p(i) = \max_{j \in i} \{T_p(j) + t_{ji}\},$$

где максимум берется по всем событиям j , непосредственно предшествующим событию i . Начальному событию присваиваем $T_p(0) = 0$.

Тогда

$$T_p(1) = T_p(0) + t_{01} = 0 + 5 = 5;$$

$$T_p(2) = T_p(0) + t_{02} = 0 + 3 = 3;$$

$$T_p(3) = \max \{T_p(0) + t_{03}, T_p(1) + t_{13}, T_p(2) + t_{23}\} = \max \{5 + 4, 0 + 8, 3 + 1\} = 9;$$

$$T_p(4) = \max \{T_p(1) + t_{14}, T_p(3) + t_{34}\} = \max \{5 + 6, 9 + 2\} = 11;$$

$$T_p(5) = \max \{T_p(2) + t_{25}, T_p(3) + t_{35}\} = \max \{3 + 9, 9 + 0\} = 12;$$

$$T_p(6) = \max \{T_p(3) + t_{36}, T_p(4) + t_{46}, T_p(5) + t_{56}\} = \max \{9 + 6, 11 + 3, 12 + 7\} = 19.$$

Итак, критическое время $T_{кр} = 19$. Минимальный срок выполнения проекта – 19 дней.

Наиболее поздние сроки наступления событий находим по формуле

$$T_n(i) = \max_{j \supset i} \{T_n(j) - t_{ji}\}$$

где минимум берется по всем событиям j , непосредственно следующим за событием i . Конечному событию присваиваем наиболее поздний срок наступления, равный критическому времени: $T_n(6) = T_{кр}(j) = 19$.

Тогда

$$T_n(5) = T_n(6) - t_{56} = 19 - 7 = 12;$$

$$T_n(4) = T_n(6) - t_{46} = 19 - 3 = 16;$$

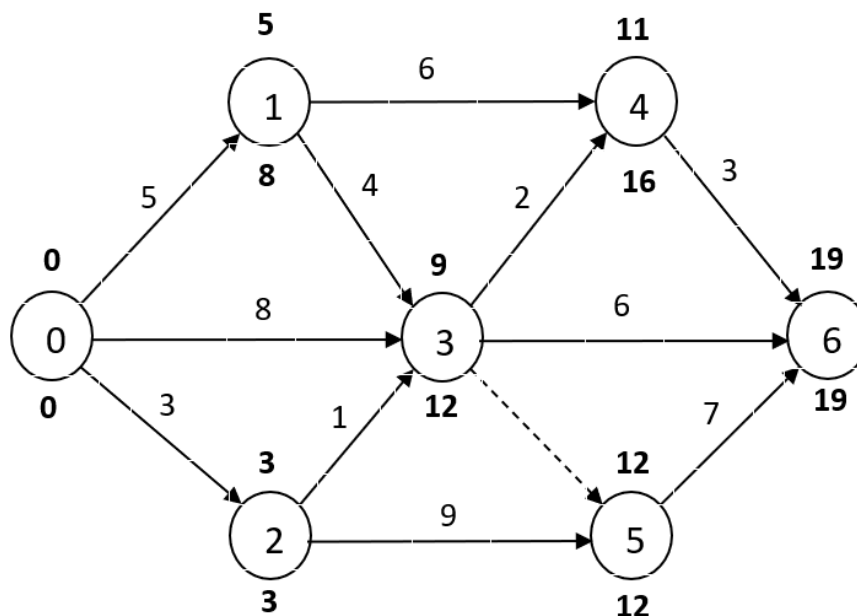
$$T_n(3) = \min \{T_n(6) - t_{36}, T_n(5) - t_{35}, T_n(4) - t_{34}\} = \min \{19 - 6, 12 - 0, 16 - 2\} = 12;$$

$$T_n(2) = \min \{T_n(5) - t_{25}, T_n(3) - t_{23}\} = \min \{12 - 9, 12 - 1\} = 3;$$

$$T_{\pi}(1) = \min\{T_{\pi}(4) + t_{14}, T_{\pi}(3) - t_{13}\} = \min\{16 - 6, 12 - 4\} = 8;$$

$$T_{\pi}(0) = \min\{T_{\pi}(3) - t_{03}, T_{\pi}(2) - t_{02}, T_{\pi}(1) - t_{01}\} = \min\{12 - 8, 3 - 3, 8 - 5\} = 0.$$

Результаты расчетов отразим на сетевом графике. Ранние сроки наступления событий запишем над кружками, изображающими эти события, поздние сроки наступления событий – под кружками.



Критическое время $T_{кр} = 19$.

Временные характеристики событий представлены в таблице.

Событие	Ранний срок $T_p(i)$	Поздний срок $T_{\pi}(i)$	Резерв времени $R(i)$
* 0	8	0	0
1	5	8	3
* 2	3	3	0
3	9	12	3
4	11	16	5
* 5	12	12	0
* 6	19	19	0

Резервы времени событий найдены по формуле $R(i) = T_{\pi}(i) - T_p(i)$.

Критический путь проходит через события с нулевым резервом времени, т. е. через события 0, 2, 5, 6.

Найдем резервы времени работ.

Наиболее ранний возможный срок начала работы $b_k = (i, j)$ равен наиболее раннему сроку наступления события i : $S_p(b_k) = T_p(i)$, а наиболее поздний допустимый срок окончания работы $b_k = (i, j)$ равен наиболее позднему сроку наступления события j : $E_{\pi}(b_k) = T_{\pi}(j)$.

Полный резерв времени работ найдем по формуле

$$r_{\pi}(b_k) = r_{\pi}(i, j) = T_{\pi}(j) - T_p(i) - t_{ij} = E_{\pi}(b_k) - S_p(b_k) - t_{ij}.$$

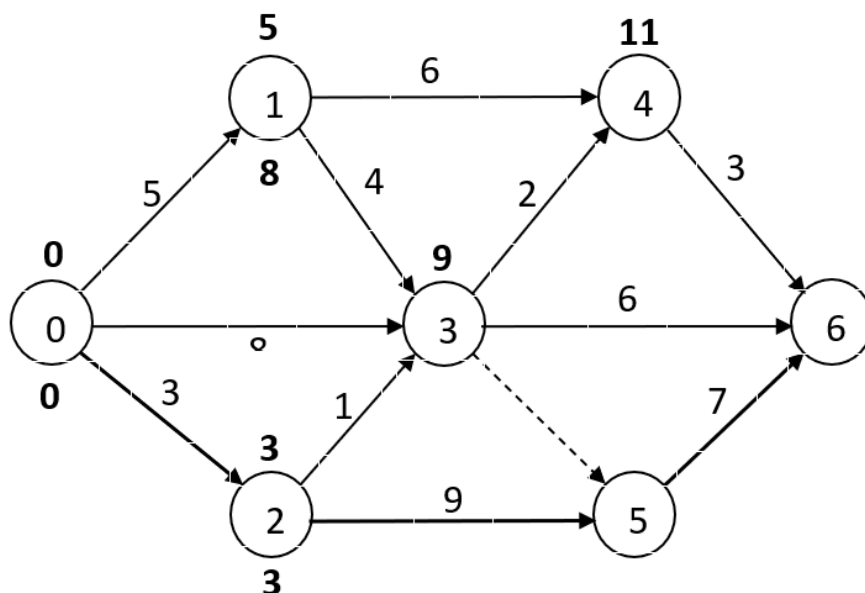
Независимый резерв времени работ: $r_{\text{н}}(b_k) = r_{\text{н}}(i, j) = T_{\text{п}}(j) - T_{\text{п}}(i) - t_{ij}$.

Работа $b_k = (i, j)$	Продолжительность работы, $t(b_k) = t_{ij}$	$S_{\text{п}}(b_k)$	$E_{\text{п}}(b_k)$	$r_{\text{п}}(b_k)$	$r_{\text{н}}(b_k)$
$b_1 = (0, 1)$	5	0	8	3	0
$b_2 = (0, 3)$	8	0	12	4	1
*	3	0	3	0	0
$b_3 = (0, 2)$	6	5	16	5	-3
$b_4 = (1, 4)$	4	5	12	3	-3
$b_5 = (1, 3)$	1	3	12	8	5
$b_6 = (2, 3)$	2	9	16	5	-3
$b_7 = (3, 4)$	6	9	19	4	1
$b_8 = (3, 6)$	3	11	19	5	0
$b_9 = (3, 6)$	9	3	12	0	0
$b_{10} = (4, 6)$	7	12	19	0	0
*	0	9	12	3	0
$b_{11} = (2, 5)$					
*					
$\varphi = (3, 5)$					

Работа $\varphi = (3, 5)$ – фиктивная работа.

Критические работы – b_3, b_{10}, b_{11} . Резервы времени этих работ равны нулю.

Выделим критический путь «жирными» стрелками



Резерв времени некритической дуги b находим как разность между длиной замыкающего критического участка и длиной самой некритической дуги:

$$R(b) = a - b.$$

Коэффициент напряженности некритической дуги определим по формуле

$$N(b) = \frac{b}{a} = 1 - \frac{R(b)}{a}$$

Резервы времени и коэффициенты напряженности некритических дуг представлены в таблице.

Сведем полученные данные в таблицу

Некритические дуги	a	b	Резервы времени дуги $R(b)$	Коэффициент напряженности дуги $N(b)$
(2, 3, 5)	9	1	8	$1/9 \approx 0,11$
(0, 3, 5)	12	8	4	$2/3 \approx 0,67$
(0, 1, 3, 5)	12	9	3	$3/4 = 0,75$
(0, 3, 6)	19	14	5	$14/19 \approx 0,74$
(0, 1, 3, 6)	19	15	4	$15/19 \approx 0,79$
(0, 1, 4, 6)	19	14	5	$14/19 \approx 0,74$
(0, 1, 3, 4, 6)	19	14	5	$14/19 \approx 0,74$
(2, 3, 6)	16	7	9	$7/16 \approx 0,44$
(2, 3, 4, 6)	16	6	10	$6/16 = 0,375$

Дуги, коэффициент напряженности которых $N(b) > 0,8$, составляют критическую зону, дуги с коэффициентом напряженности $0,6 \leq N(b) \leq 0,8$ образуют подкритическую зону, а дуги с коэффициентом $N(b) < 0,6$ дают резервную зону. В нашем случае в критическую зону попадает только критический путь, в подкритической зоне находятся дуги (0, 1, 3, 6), (0, 1, 3, 5), (0, 3, 6), (0, 1, 4, 6), (0, 1, 3, 4, 6) и (0, 3, 5). Из них самая напряженная дуга (0, 1, 3, 6). Она быстрее других может перейти на критический путь. Дуги (2, 3, 5), (2, 3, 6) и (2, 3, 4, 6) образуют резервную зону.

Критерии оценивания:

- построение сетевого графика;
- расчет наиболее ранних и наиболее поздних сроков наступления событий;
- определение полных и независимых резервов времени всех работ и коэффициентов напряженности некритических дуг;
- нахождение критического пути.

Компетенции: ПК-5

6. Выбрать наилучший вариант вложения средств налогоплательщиков:

Требуется выбрать наилучший вариант вложения средств налогоплательщиков используя линейную аддитивную свёртку с весовыми коэффициентами. Результаты решений на основании следующих критериев: 1 – критерий Байеса; 2 – критерий Лапласа; 3 – критерий максимина; 4 – критерий азартного игрока; 5 – критерий произведения; 6 – критерий Сэвиджа; 7 – критерий Гермейера; 8 – критерий Ходжа-Лемана; 9 – критерий Гурвица приведены в таблице. В каждом столбце таблицы жирным шрифтом выделено

число, определяющее выбранную стратегию на основании определенного критерия.

Стратегии	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)
A_1	5,75	34	3	15	5670	8	10	4,1	7,8
A_2	5,6	29	3	11	3960	12	13,33	4,04	6,2
A_3	5,95	33	4	10	8640	5	16	4,78	6,4
A_4	4,15	21	1	8	336	14	8	2,26	3,8

Привести расширенное решение.

Время выполнения – 30 мин.

Ожидаемый результат:

Заметим, что стратегия (альтернатива) A_4 по всем девяти критериям хуже, чем любая другая стратегия. Её можно убрать из рассмотрения, при этом результат выбора не изменится. Это утверждает принцип Парето. Оставшиеся альтернативы A_1 , A_2 , A_3 будут образовывать множество Парето для данной задачи.

Рассмотрим линейную аддитивную свёртку с весовыми коэффициентами:

$$Z^* = \max_{i=1,\dots,m} \sum_{j=1}^n \alpha_j \beta_j a_{ij};$$

где $\alpha_j = 1 / \sum_{i=1}^n a_{ij}$ – нормирующие множители;

β_j – весовые коэффициенты, отражающие относительный вклад частных критериев в общий критерий.

Результаты расчетов сведем в таблицу.

Стратегии	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	Z_i
A_1	5,75	34	3	15	5670	8	10	4,1	7,8	-
A_2	5,6	29	3	11	3960	12	13,33	4,04	6,2	-
A_3	5,95	33	4	10	8640	5	16	4,78	6,4	-
β_j	0,12	0,12	0,07	0,14	0,02	0,22	0,12	0,12	0,07	-
$\sum_{j=1}^n a_{ij}$	17,3	96	10	36	18270	25	39,33	12,92	20,4	-
$A_1:$ $\alpha_j \beta_j a_{1j}$	0,040	0,044	0,021	0,063	0,006	0,070	0,031	0,038	0,030	0,343
$A_2:$ $\alpha_j \beta_j a_{2j}$	0,039	0,036	0,021	0,041	0,004	0,106	0,040	0,038	0,022	0,345
$A_3:$ $\alpha_j \beta_j a_{3j}$	0,041	0,040	0,028	0,037	0,009	0,044	0,049	0,044	0,018	0,312

Ответ: оптимальной стратегией является A_2 .

Критерии оценивания:

- нахождение нормирующих множителей;
- нахождение оптимальной стратегии.

Компетенции: ПК-5

7. Выбрать наилучший вариант вложения средств налогоплательщиков:

Требуется выбрать наилучший вариант вложения средств налогоплательщиков используя мультипликативную свёртку с весовыми коэффициентами. Результаты решений на основании следующих критериев: 1 – критерий Байеса; 2 – критерий Лапласа; 3 – критерий максимина; 4 – критерий азартного игрока; 5 – критерий произведения; 6 – критерий Сэвиджа; 7 – критерий Гермейера; 8 – критерий Ходжа-Лемана; 9 – критерий Гурвица приведены в таблице. В каждом столбце таблицы жирным шрифтом выделено число, определяющее выбранную стратегию на основании определенного критерия.

Стратегии	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)
A_1	5,75	34	3	15	5670	8	10	4,1	7,8
A_2	5,6	29	3	11	3960	12	13,33	4,04	6,2
A_3	5,95	33	4	10	8640	5	16	4,78	6,4
A_4	4,15	21	1	8	336	14	8	2,26	3,8
β_j	0,1	0,1	0,06	0,15	0,02	0,3	0,1	0,1	0,07

Привести расширенное решение.

Время выполнения – 30 мин.

Ожидаемый результат:

Заметим, что стратегия (альтернатива) A_4 по всем девяти критериям хуже, чем любая другая стратегия. Её можно убрать из рассмотрения, при этом результат выбора не изменится. Это утверждает *принцип Парето*. Оставшиеся альтернативы A_1 , A_2 , A_3 будут образовывать *множество Парето* для данной задачи.

Рассмотрим мультипликативную свёртку с весовыми коэффициентами:

$$Z^* = \max \prod_{j=1}^n \alpha_j \beta_j a_{ij},$$

где $\alpha_j = 1 / \sum_{j=1}^n a_{ij}$ – нормирующие множители;

β_j – весовые коэффициенты, отражающие относительный вклад частных критериев в общий критерий.

Результаты расчетов сведем в таблицу.

Стратегии	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	Z_i
A_1	5,75	34	3	15	5670	8	10	4,1	7,8	-

A_2	5,6	29	3	11	3960	12	13,33	4,04	6,2	-
A_3	5,95	33	4	10	8640	5	16	4,78	6,4	-
β_j	0,1	0,1	0,06	0,15	0,02	0,3	0,1	0,1	0,07	-
$\sum_{j=1}^n a_{ij}$	17,3	96	10	36	18270	25	39,33	12,92	20,4	-
$A_1:$ $\alpha_j \beta_j a_{1j}$	0,332	0,354	0,300	0,417	0,310	0,320	0,254	0,317	0,382	$1,70 \cdot 10^{-14}$
$A_2:$ $\alpha_j \beta_j a_{2j}$	0,324	0,302	0,300	0,306	0,217	0,480	0,339	0,313	0,304	$1,14 \cdot 10^{-14}$
$A_3:$ $\alpha_j \beta_j a_{3j}$	0,344	0,344	0,400	0,278	0,473	0,200	0,407	0,370	0,314	$2,22 \cdot 10^{-14}$

Ответ: Оптимальной стратегией является A_3 .

Критерии оценивания:

- нахождение нормирующих множителей;
- нахождение оптимальной стратегии.

Компетенции: ПК-5

8. Найти ожидаемое время выполнения проекта:

Для трехпараметрической модели найти ожидаемое время выполнения проекта, определить вероятность выполнения проекта не позднее заданного срока, найти интервал гарантированного (с вероятностью $P = 0,9973$) времени выполнения проекта, оценить максимально возможный срок выполнения проекта с заданной надежностью. Данные приведены в таблице.

Выполнить те же расчеты для двухпараметрической модели.

Сравнить результаты.

Работа	Опирается на работы	$t_{\text{пес}}$	$t_{\text{вер}}$	$t_{\text{опт}}$
$b_1 = (0,1)$	-	8	5	3
$b_2 = (0,3)$	-	10	9	4
$b_3 = (0,2)$	-	6	2	1
$b_4 = (1,4)$	b_1	9	7	1
$b_5 = (1,3)$	b_1	5	4	1
$b_6 = (2,3)$	b_3	2	1	1

$b_7 = (3,4)$	b_2, b_5, b_6	4	2	1
$b_8 = (3,6)$	b_2, b_5, b_6	13	5	4
$b_9 = (4,6)$	b_4, b_7	8	2	1
$b_{10} = (2,5)$	b_3	17	8	6
$b_{11} = (5,6)$	b_2, b_5, b_6, b_{10}	10	8	2

$t_{\text{пес}}$ – пессимистическое время выполнения работы (i, j) ;

$t_{\text{вер}}$ – наиболее вероятная продолжительность работы (i, j) ;

$t_{\text{опт}}$ – оптимистическое время выполнения работы (i, j) .

Директивный (заданный) срок выполнения проекта $T_{\text{дир}} = 21$ день.

Заданная надежность $\gamma = 0,95$.

Привести расширенное решение.

Время выполнения – 60 мин.

Ожидаемый результат:

Найдем ожидаемую продолжительность работ (тож) для
трехпараметрической модели по формуле $t_{\text{ож}} = \frac{t_{\text{пес}} + 4t_{\text{вер}} + t_{\text{опт}}}{6}$,

Например,
$$t_{\text{ож}}(b_1) = \frac{8 + 4 \cdot 5 + 3}{6} \approx 5,17 \approx 5;$$

$$t_{\text{ож}}(b_2) = \frac{10 + 4 \cdot 9 + 4}{6} \approx 8,33 \approx 8;$$

$$t_{\text{ож}}(b_3) = \frac{6 + 4 \cdot 2 + 1}{6} \approx 2,5 \approx 3;$$

$$t_{\text{ож}}(b_4) = \frac{9 + 4 \cdot 7 + 1}{6} \approx 6,33 \approx 6;$$

$$t_{\text{ож}}(b_5) = \frac{5 + 4 \cdot 4 + 1}{6} \approx 3,67 \approx 4;$$

и т. д.

Для упрощения дальнейших вычислений округляем полученные величины до целых чисел (по правилам округления с избытком и недостатком).

Для сравнения найдем также ожидаемую продолжительность работ ($t_{\text{ож}}^*$) для двухпараметрической модели по формуле

$$t_{\text{ож}}^* = \frac{3t_{\text{пес}} + 2t_{\text{опт}}}{5}.$$

Например,
$$t_{\text{ож}}^*(b_1) = \frac{3 \cdot 8 + 2 \cdot 3}{5} = \frac{30}{5} = 6; \quad t_{\text{ож}}^*(b_2) = \frac{3 \cdot 10 + 2 \cdot 4}{5} = 7,6 \approx 8; \quad \text{и}$$

т. д.

Двухпараметрическая модель проще, но дает менее точные оценки.

Для вычисления дисперсий продолжительностей работ воспользуемся формулой

$$\sigma^2(t_{\text{ож}}) = \left(\frac{t_{\text{пес}} - t_{\text{опт}}}{6} \right)^2.$$

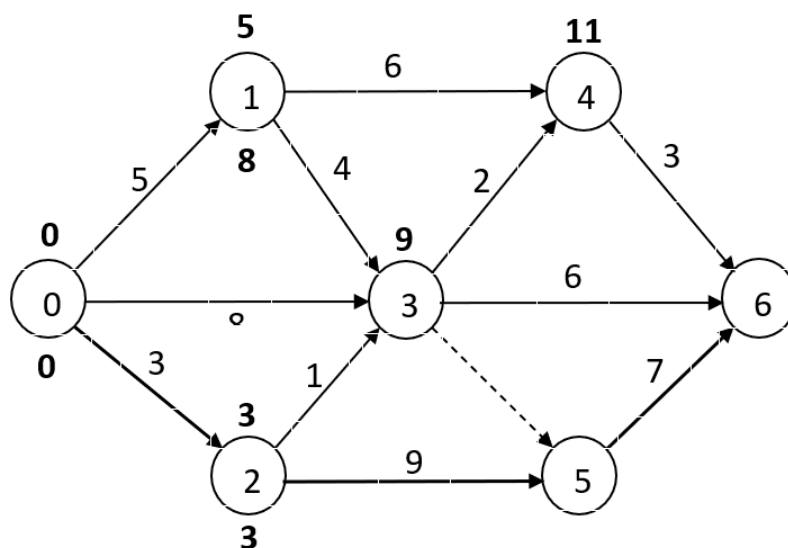
$$\text{Например: } \sigma^2(t_{\text{ож}}(b_1)) = \left(\frac{8-3}{6} \right)^2 = \left(\frac{5}{6} \right)^2 \approx 0,69; \quad \sigma^2(t_{\text{ож}}(b_2)) = \left(\frac{10-4}{6} \right)^2 = 1;$$

и т. д.

Работа	Опирается на работы	$t_{\text{пес}}$	$t_{\text{вер}}$	$t_{\text{опт}}$	$t_{\text{ож}}$	$t_{\text{ож}}^*$	σ^2
$b_1 = (0,1)$	-	8	5	3	5	6	0,69
$b_2 = (0,3)$	-	10	9	4	8	8	1,00
$b_3 = (0,2)$	-	6	2	1	3	4	0,69
$b_4 = (1,4)$	b_1	9	7	1	6	6	1,78
$b_5 = (1,3)$	b_1	5	4	1	4	3	0,44
$b_6 = (2,3)$	b_3	2	1	1	1	2	0,03
$b_7 = (3,4)$	b_2, b_5, b_6	4	2	1	2	3	0,25
$b_8 = (3,6)$	b_2, b_5, b_6	13	5	4	6	9	2,25
$b_9 = (4,6)$	b_4, b_7	8	2	1	3	5	1,36
$b_{10} = (2,5)$	b_3	17	8	6	9	13	3,36
$b_{11} = (5,6)$	$b_2, b_5, b_6,$ b_{10}	10	8	2	7	7	1,78

Таким образом трехпараметрическая модель сведена к однопараметрической.

Теперь можно построить сетевой график и рассчитать его временные характеристики.



Работа	Опирается на работы	$t_{ож}$	σ^2
b_1	-	5	0,69
b_2	-	8	1,00
b_3	-	3	0,69
b_4	b_1	6	1,78
b_5	b_1	4	0,44
b_6	b_3	1	0,03
b_7	b_2, b_5, b_6	2	0,25
b_8	b_2, b_5, b_6	6	2,25
b_9	b_4, b_7	3	1,36
b_{10}	b_3	9	3,36
b_{11}	b_2, b_5, b_6, b_{10}	7	1,78

Ожидаемое критическое время $T_{кр} = 19$.

На критическом пути лежат работы b_3, b_{10}, b_{11} .

Найдем дисперсию критического пути.

$$\sigma_{кр}^2 = \sigma^2(b_3) + \sigma^2(b_{10}) + \sigma^2(b_{11}) = 0,69 + 3,36 + 1,78 = 5,83$$

Среднеквадратическое отклонение критического пути

$$\sigma_{кр} = \sqrt{5,83} \approx 2,41.$$

Найдем вероятность того, что проект будет выполнен не позднее заданного срока ($T_{дир} = 21$ день):

$$P(t_{кр} \leq 21) = 0,5 + \Phi\left(\frac{21-19}{2,41}\right) = 0,5 + \Phi(0,83) \approx 0,5 + 0,2967 \approx 0,8.$$

Таким образом, имеются неплохие шансы (80 %) выполнить проект в заданный срок.

Найдем интервал гарантированного времени выполнения проекта. Воспользуемся правилом «трех сигм»: $3\sigma_{кр} = 3 \cdot 2,41 = 7,23 \approx 7$, т.е. с вероятностью почти 0,9973 проект будет выполнен за 19 ± 7 дней.

$$P(12 \leq t_{кр} \leq 26) = P(|t_{кр} - 19| \leq 7) \approx P(|t_{кр} - 19| \leq 3\sigma_{кр}) = 0,9973.$$

$$P(t_{кр} \leq 26) = 0,5 + \Phi\left(\frac{26-19}{2,41}\right) = 0,5 + \Phi(2,90) = 0,5 + 0,4981 = 0,9981.$$

Следовательно, можно с большой долей уверенности гарантировать, что максимальный срок выполнения проекта не превысит 26 дней.

Оценим максимально возможный срок T выполнения проекта с заданной надежностью $\gamma = 0,95$.

По таблице значений функции Лапласа (см. в Приложениях учебников по теории вероятностей) найдем доверительный коэффициент z_γ для заданной надежности γ .

$$\text{Так как } P(|t_{кр} - T_{кр}| \leq z_{0,95}\sigma_{кр}) = 2\Phi\left(\frac{z_{0,95}\sigma_{кр}}{\sigma_{кр}}\right) = 2\Phi(z_{0,95}) = 0,95,$$

$$\text{то из } 2\Phi(z_{0,95}) = 0,95 \Rightarrow \Phi(z_{0,95}) = 0,475, \quad z_{0,95} = 1,96 \text{ и}$$

$$P(|t_{кр} - 19| \leq 1,96 \cdot 2,41) = P(|t_{кр} - 19| \leq 4,72) = P(14,28 \leq t_{кр} \leq 23,72) = 0,95.$$

Это значит, что с надежностью 0,95 проект будет завершен в период от 14 до 24 дней.

Более точную оценку максимально возможного срока T завершения проекта с данной надежностью γ можно получить из формулы

$$P(t_{кр} \leq T) = 0,5 + \Phi\left(\frac{T - T_{кр}}{\sigma_{кр}}\right) = 0,5 + \Phi(z_\gamma) = \gamma, \quad \text{где } T - T_{кр} = z_\gamma \sigma_{кр}.$$

$$\text{В нашем случае } 0,5 + \Phi(z_{0,95}) = 0,95, \quad \Phi(z_{0,95}) = 0,45, \quad z_{0,95} = 1,65 \text{ и}$$

$T = T_{кр} + z_\gamma \sigma_{кр} = 19 + 1,65 \cdot 2,41 \approx 19 + 3,98 = 22,98 \approx 23$, т.е. с надежностью 0,95 проект будет завершен не позже 23 дней.

$$\text{Здесь использована функция Лапласа вида } \Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt.$$

Следует также помнить, что функция Лапласа данного вида нечетная, т.е. $\Phi(-x) = -\Phi(x)$, а при $x \geq 5$ значение $\Phi(x) \approx 0,5$.

Ответ: Ожидаемое критическое время $T_{кр} = 19$. Вероятность того, что проект будет выполнен не позднее заданного 0,8. С вероятностью почти 0,9973 проект будет выполнен за 19 ± 7 дней. С надежностью 0,95 проект будет завершен не позже 23 дней.

Критерии оценивания:

– нахождение ожидаемое время выполнения проекта;

- определение вероятности выполнения проекта не позднее заданного срока;
- нахождение интервал гарантированного (с вероятностью $P = 0,9973$) времени выполнения проекта;
- оценка максимально возможного срока выполнения проекта с заданной надежностью.

Компетенции: ПК-5

Экспертное заключение

Представленный комплект оценочных материалов по дисциплине «Математические методы принятия решений» соответствует требованиям ФГОС ВО.

Предлагаемые оценочные материалы адекватны целям и задачам реализации основной профессиональной образовательной программы по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика.

Виды оценочных средств, включенные в представленный фонд, отвечают основным принципам формирования ФОС.

Разработанные и представленные для экспертизы оценочные материалы рекомендуются к использованию в процессе подготовки обучающихся по указанному направлению.

Председатель учебно-методической комиссии
института компьютерных систем и
информационных технологий

Ветрова Н. Н.

Лист изменений и дополнений

№ п/п	Виды дополнений и изменений	Дата и номер протокола заседания кафедры (кафедр), на котором были рассмотрены и одобрены изменения и дополнения	Подпись (с расшифровкой) заведующего кафедрой (заведующих кафедрами)
1.	Дополнен комплектом оценочных материалов	протокол заседания кафедры прикладной математики № <u>8</u> от <u>24.02.2025</u>	 В.В. Малый