# Комплект оценочных материалов по дисциплине «Математический анализ»

### Задания закрытого типа

#### Задания закрытого типа на выбор правильного ответа

1. Выберите один правильный ответ

Вычислить .

А)

Б)

В)

Г)

Правильный ответ: В

Компетенции (индикаторы): ОПК-1, ОПК-5.

2. Выберите один правильный ответ

Для функции найти .

А)

Б)

В)

Г)

Правильный ответ: А

Компетенции (индикаторы): ОПК-1, ОПК-5.

3. Выберите один правильный ответ

Найти предел числовой последовательности

А)

Б)

В)

Г)

Правильный ответ: В

Компетенции (индикаторы): ОПК-1, ОПК-5.

4. Выберите один правильный ответ

Даны функции . Найти значение их композиции:

А)

Б)

В)

Г)

Правильный ответ: Г

Компетенции (индикаторы): ОПК-1, ОПК-5.

5. Выберите один правильный ответ

Какой из неопределенных интегралов дает в результате ?

А)

Б)

В)

Г)

Правильный ответ: Г

Компетенции (индикаторы): ОПК-1, ОПК-5.

6. Выберите один правильный ответ

Неопределенный интеграл равен:

А)

Б)

В)

Г)

Правильный ответ: Г

Компетенции (индикаторы): ОПК-1, ОПК-5.

7. Выберите один правильный ответ

Неопределенный интеграл равен:

А)

Б)

В)

Г)

Правильный ответ: В

Компетенции (индикаторы): ОПК-1, ОПК-5.

8. Выберите один правильный ответ

Неопределенный интеграл равен:

А)

Б)

В)

Г)

Правильный ответ: А

Компетенции (индикаторы): ОПК-1, ОПК-5.

9. Выберите один правильный ответ

Для функции найти все первообразные.

А)

Б)

В)

Г)

Правильный ответ: Г

Компетенции (индикаторы): ОПК-1, ОПК-5.

10. Выберите один правильный ответ

Найти частные производные первого порядка для функции от двух переменных .

А)

Б*)*

В)

Г)

Правильный ответ: В

Компетенции (индикаторы): ОПК-1, ОПК-5.

11. Выберите один правильный ответ

Найти градиент функции в точке .

А)

Б)

В)

Г)

Правильный ответ: А

Компетенции (индикаторы): ОПК-1, ОПК-5.

12. Выберите все правильные варианты ответов

Какие из данных пределов равны 1?

А)

Б)

В)

Г)

Д)

Правильный ответ: А, В, Д

Компетенции (индикаторы): ОПК-1, ОПК-5.

13. Выберите все правильные варианты ответов

Какие из следующих функций имеют область определения, равную:

?

А)

Б)

В)

Г)

Д)

Правильный ответ: А, В

Компетенции (индикаторы): ОПК-1, ОПК-5.

14. Выберите все правильные варианты ответов

Какие из определенных интегралов равны 2?

А)

Б)

В)

Г)

Правильный ответ: А, В, Г

Компетенции (индикаторы): ОПК-1, ОПК-5.

15. Выберите все правильные варианты ответов

Какие из данных числовых рядов являются расходящимися?

А)

Б)

В)

Г)

Правильный ответ: А, Б, В

Компетенции (индикаторы): ОПК-1, ОПК-5.

#### Задания закрытого типа на установление соответствия

1. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Функция |  | Производная |
| 1) |  | А) |  |
| 2) |  | Б) |  |
| 3) |  | В) |  |
| 4) |  | Г) |  |

Правильный ответ:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 1 | 2 | 3 | 4 |
| Г | А | В | Б |

Компетенции (индикаторы): ОПК-1, ОПК-5.

2. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

Установить соответствие между эквивалентными бесконечно малыми функциями при :

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Бесконечно малая функция  при |  | Эквивалентная бесконечно малая функция при |
| 1) |  | А) |  |
| 2) |  | Б) |  |
| 3) |  | В) |  |
| 4) |  | Г) |  |

Правильный ответ:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 1 | 2 | 3 | 4 |
| Г | А | В | Б |

Компетенции (индикаторы): ОПК-1, ОПК-5.

3. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Простейшее неравенство  с модулем |  | Способы решения |
| 1) |  | А) |  |
| 2) |  | Б) |  |
| 3) |  | В) |  |
| 4) |  | Г) |  |

Правильный ответ:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 1 | 2 | 3 | 4 |
| Г | В | Б | А |

Компетенции (индикаторы): ОПК-1, ОПК-5.

4. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

Даны множества , .

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Операции над множествами  А и В |  | Результат |
| 1) |  | А) |  |
| 2) |  | Б) |  |
| 3) |  | В) |  |
| 4) |  | Г) |  |

Правильный ответ:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 1 | 2 | 3 | 4 |
| Б | Г | В | А |

Компетенции (индикаторы): ОПК-1, ОПК-5.

5. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Неопределенный интеграл |  | Значение |
| 1) |  | А) |  |
| 2) |  | Б) |  |
| 3) |  | В) |  |
| 4) |  | Г) |  |

Правильный ответ:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 1 | 2 | 3 | 4 |
| Г | А | Б | В |

Компетенции (индикаторы):

6. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Свойства определенного интеграла |  | Формулы |
| 1) | Теорема о среднем значении определенного интеграла | А) |  |
| 2) | Аддитивность определенного интеграла | Б) |  |
| 3) | Однородность определенного интеграла | В) |  |
| 4) | Формула Ньютона-Лейбница | Г) |  |

Правильный ответ:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 1 | 2 | 3 | 4 |
| В | Б | А | Г |

Компетенции (индикаторы): ОПК-1, ОПК-5.

7. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Тригонометрические подстановки при нахождении интеграла вида |  | Применение |
| 1) |  | А) | имеется нечетность по |
| 2) |  | Б) | имеется нечетность по |
| 3) |  | В) | одинаковая четность по и |
| 4) | (или ) | Г) | подходит всегда |

Правильный ответ

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 1 | 2 | 3 | 4 |
| Г | А | Б | В |

Компетенции (индикаторы): ОПК-1, ОПК-5.

8. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Определенный интеграл |  | Значение |
| 1) |  | А) |  |
| 2) |  | Б) |  |
| 3) |  | В) |  |
| 4) |  | Г) |  |

Правильный ответ:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 1 | 2 | 3 | 4 |
| А | В | Б | Г |

Компетенции (индикаторы): ОПК-1, ОПК-5.

9. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Ряд |  | Название |
| 1) |  | А) |  |
| 2) |  | Б) |  |
| 3) |  | В) |  |
| 4) |  | Г) |  |

Правильный ответ:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 1 | 2 | 3 | 4 |
| Б | А | В | Г |

Компетенции (индикаторы): ОПК-1, ОПК-5.

10. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Функция |  | Разложение в ряд Маклорена |
| 1) |  | А) |  |
| 2) |  | Б) |  |
| 3) |  | В) |  |
| 4) |  | Г) |  |

Правильный ответ:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 1 | 2 | 3 | 4 |
| В | Г | Б | А |

Компетенции (индикаторы): ОПК-1, ОПК-5.

11. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Двойной интеграл по области |  | Значение |
| 1) |  | А) |  |
| 2) |  | Б) |  |
| 3) |  | В) |  |
| 4) |  | Г) |  |

Правильный ответ:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 1 | 2 | 3 | 4 |
| В | Б | Г | А |

Компетенции (индикаторы): ОПК-1, ОПК-5.

12. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Тройной интеграл по |  | Значение |
| 1) |  | А) |  |
| 2) |  | Б) |  |
| 3) |  | В) |  |
| 4) |  | Г) |  |

Правильный ответ:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 1 | 2 | 3 | 4 |
| Б | А | В | Г |

Компетенции (индикаторы): ОПК-1, ОПК-5.

#### Задания закрытого типа на установление правильной последовательности

1. Расположить значения производных функций в точке в порядке возрастания их величин:

А) ,

Б) ,

В) ,

Г) ,

Правильный ответ: Г, Б, А, В

Компетенции (индикаторы):

2. Расположите пределы в порядке убывания их значений:

А)

Б)

В)

Г)

Правильный ответ: Г, В, А, Б

Компетенции (индикаторы): ОПК-1, ОПК-5.

3. Расположите определенные интегралы в порядке возрастания их значений:

А)

Б)

В)

Г)

Правильный ответ: А, В, Б, Г

Компетенции (индикаторы): ОПК-1, ОПК-5.

4. Расположить простые рациональные дроби в правильной последовательности, соответствующей их названиям.

А)

Б)

В)

Г)

Правильный ответ: В, Б, А, Г

Компетенции (индикаторы): ОПК-1, ОПК-5.

5. Расположите значения функции в порядке убывания:

А)

Б)

В)

Г)

Правильный ответ: А, Б, В, Г

Компетенции (индикаторы): ОПК-1, ОПК-5.

6. Расположите интегралы в порядке убывания их значений:

А)

Б)

В)

Г)

Правильный ответ: Г, А, Б, В

Компетенции (индикаторы): ОПК-1, ОПК-5.

### Задания открытого типа

#### Задания открытого типа на дополнение

1. Напишите пропущенное слово (словосочетание).

Закончить формулировку определения. Ответ дать в именительном падеже.

Пусть  – точка разрыва для функции , определенной в окрестности , тогда если существуют конечные левый и правый пределы , для функции при , то точка  называется \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

Правильный ответ: точка разрыва первого рода.

Компетенции (индикаторы): ОПК-1, ОПК-5.

2. Напишите пропущенное слово (словосочетание).

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ – это функция , областью определения которой является множество натуральных чисел

Правильный ответ: числовая последовательность.

Компетенции (индикаторы): ОПК-1, ОПК-5.

3. Напишите пропущенное слово (словосочетание).

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ – предел отношения приращения функции к приращению её аргумента при стремлении приращения аргумента к нулю (при условии, что такой предел существует).

Правильный ответ: производная; производная функции.

Компетенции (индикаторы): ОПК-1, ОПК-5.

4. Напишите пропущенное слово (словосочетание).

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ для функции – это такая функция, производная которой равна .

Правильный ответ: первообразная.

Компетенции (индикаторы): ОПК-1, ОПК-5.

5. Напишите пропущенное слово (словосочетание).

Интеграл называется \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_, если выполняется по крайней мере одно из следующих условий: 1) область интегрирования является бесконечной; 2) подынтегральная функция является неограниченной в окрестности некоторых точек области интегрирования.

Правильный ответ: несобственным.

Компетенции (индикаторы): ОПК-1, ОПК-5.

6. Напишите пропущенное слово (словосочетание).

Плоская фигура, ограниченная сверху графиком неотрицательной функции, снизу – прямой , слева и справа – соответственно прямыми  и , – это \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

Правильный ответ: криволинейная трапеция.

Компетенции (индикаторы): ОПК-1, ОПК-5.

7. Напишите пропущенное слово (словосочетание).

Геометрический смысл двойного интеграла заключается в том, что величина двойного интеграла от неотрицательной функции равна \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ цилиндрического тела.

Правильный ответ: объёму.

Компетенции (индикаторы): ОПК-1, ОПК-5.

8. Напишите пропущенное слово (словосочетание).

Закончить формулировку теоремы Лейбница.

Если модуль общего члена знакочередующегося числового ряда стремится к нулю, убывая, то этот ряд\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Правильный ответ: сходится.

Компетенции (индикаторы): ОПК-1, ОПК-5.

9. Напишите пропущенное слово (словосочетание).

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ функции в точке – это вектор, координатами которого являются значения частных производных в этой точке.

Правильный ответ: градиент.

Компетенции (индикаторы): ОПК-1, ОПК-5.

10. Напишите пропущенное слово (словосочетание).

Если числовой ряд сходится, то предел его общего члена равен \_\_\_\_\_\_\_\_.

Правильный ответ: нулю.

Компетенции (индикаторы): ОПК-1, ОПК-5.

14. Напишите пропущенное слово (словосочетание).

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ – частный случай ряда Тейлора, где точка разложения равна нулю.

Правильный ответ: Ряд Маклорена.

Компетенции (индикаторы): ОПК-1, ОПК-5.

#### Задания открытого типа с кратким свободным ответом

1. Производная функция равна … *(Ответ запишите в виде функции)*

Правильный ответ: .

Компетенции (индикаторы): ОПК-1, ОПК-5.

2. Найти промежуток возрастания функции *(Ответ запишите в виде интервала)*

Правильный ответ: .

Компетенции (индикаторы): ОПК-1, ОПК-5.

3. Точка движется прямолинейно по закону . Найти скорость материальной точки в момент времени . *(Ответ запишите в виде числа)*

Правильный ответ: .

Компетенции (индикаторы): ОПК-1, ОПК-5.

4. Найти наибольшее значение функции на отрезке *(Ответ запишите в виде числа)*

Правильный ответ: .

Компетенции (индикаторы): ОПК-1, ОПК-5.

5. Найти сумму абсцисс точек разрыва функции:

*(Ответ запишите в виде числа)*

Правильный ответ: .

Компетенции (индикаторы): ОПК-1, ОПК-5.

6. Найти промежуток, на котором график функции выпуклый вниз?*(Ответ запишите в виде промежутка)*

Правильный ответ: .

Компетенции (индикаторы): ОПК-1, ОПК-5.

7. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями *(Ответ запишите в виде числа)*

Правильный ответ: .

Компетенции (индикаторы): ОПК-1, ОПК-5.

8. Скорость тела определяется формулой . Найти путь, пройденный телом за промежуток времени от до . *(Ответ запишите в виде рационального числа)*

Правильный ответ:

Компетенции (индикаторы): ОПК-1, ОПК-5.

9. Найти объем тела, образованного вращением вокруг оси фигуры, ограниченной линиями , , . *(Ответ запишите в виде числа)*

Правильный ответ:

Компетенции (индикаторы): ОПК-1, ОПК-5.

10. Установить сходимость или расходимость несобственного интеграла первого рода *(Ответ записать одним словом)*

Правильный ответ: сходится.

Компетенции (индикаторы): ОПК-1, ОПК-5.

11. Установить сходимость или расходимость несобственного интеграла второго рода ? *(Ответ записать одним словом)*

Правильный ответ: расходится.

Компетенции (индикаторы): ОПК-1, ОПК-5.

12. Вычислить определенный интеграл . *(Ответ запишите в виде числа)*

Правильный ответ: .

Компетенции (индикаторы): ОПК-1, ОПК-5.

13. Найти область сходимости степенного ряда . *(Ответ запишите в виде промежутка)*

Правильный ответ:

Компетенции (индикаторы): ОПК-1, ОПК-5.

14. Для функции от двух переменных найти .

Правильный ответ:

Компетенции (индикаторы): ОПК-1, ОПК-5.

15. Найти двойной интеграл , если область ограничена линиями: .

Правильный ответ: .

Компетенции (индикаторы): ОПК-1, ОПК-5.

16. Разложением какой функции является следующий ряд Маклорена:  *(Ответ запишите в виде )*

Правильный ответ: .

Компетенции (индикаторы): ОПК-1, ОПК-5.

#### Задания открытого типа с развернутым ответом

1. Решить задачу, используя методы дифференциального исчисления:

Каковы должны быть размеры консервной банки цилиндрической формы, чтобы на её изготовление пошло наименьшее количество материала, если объем банки ?

Привести расширенное решение.

Время выполнения – 30 мин.

Ожидаемый результат:

1. По условию объем цилиндра .

Принимая радиус основания цилиндра , получаем высоту цилиндра .

Функция площади полной поверхности цилиндра:

2. Находим критические точки:

тогда и только тогда, когда , откуда .

Имеем критическую точку: .

3. Достаточное условие экстремума выполняется, так как , значит в найденной точке функция достигает минимального значения, что соответствует условию.

4. Тогда высота оптимальной банки:

Ответ: оптимальные параметры цилиндрической консервной банки:

Критерии оценивания:

– корректное построение функции площади полной поверхности объемного тела;

– использование аппарата дифференциального исчисления для нахождения экстремальных параметров объемного тела;

– проверка достаточного условия существования экстремума;

– определение экстремальных параметров цилиндра.

Компетенции (индикаторы): ОПК-1, ОПК-5.

2. Решить задачу, используя методы дифференциального исчисления:

При подготовке к экзамену студент за дней изучает -ю часть курса и забывает -ю часть. Сколько дней нужно потратить на подготовку, чтобы была изучена максимальная часть курса?

Привести расширенное решение.

Время выполнения – 30 мин.

Ожидаемый результат:

1. Составим функцию , которая отражает объем изученного студентом учебного материала в ходе прохождения курса:

2. Находим экстремум функции учитывая, что :

3. Убедимся, что – точка максимума функции :

Ответ: максимальная часть курса будет изучена через .

Критерии оценивания:

– построение функции , отражающей объем изученного студентом учебного материала в ходе прохождения курса;

– нахождение экстремума функции ;

– доказательство того, что найденный экстремум есть максимум.

Компетенции (индикаторы): ОПК-1, ОПК-5.

3. Решить задачу, используя прикладные аспекты интегрального исчисления:

Найти площадь фигуры, ограниченной эллипсом  где , – параметр.

Привести расширенное решение.

Время выполнения – 25 мин.

Ожидаемый результат:

1. Анализ формы и расположения эллипса.

Запишем уравнение эллипса, заданного параметрически, в декартовых координатах:

Возводим в квадрат и суммируем уравнения последней системы:

Таким образом, имеем эллипс с полуосями и центром – в начале координат.

2. Нахождение части искомой площади.

Исходя из симметрии эллипса при таком его расположении, удобно найти площадь его четверти, т.к. .

Площадь находим по формуле для параметрически заданной кривой:

Имеем по условию: Тогда , пределы интегрирования .

3. Нахожденье площади целой фигуры.

Тогда искомая площадь:

Таким образом, искомая площадь

Ответ: площадь фигуры, ограниченной эллипсом, равна .

Критерии оценивания:

– анализ формы и расположения эллипса;

– переход к декартовым координатам;

– использование формулы площади плоской фигуры при параметрическом ее задании;

– применение свойств определенного интеграла и стандартных методов интегрирования.

Компетенции (индикаторы): ОПК-1, ОПК-5.

4. Решить задачу, используя методы интегрального исчисления:

Цилиндрический резервуар с высотой и диаметром основания наполнен водой. За какое время вода вытечет из него через круглое отверстие радиуса , сделанное в дне резервуара?

(Справочная информация: скорость истечения жидкости по закону Бернулли выражается формулой , причем для воды ).

Привести расширенное решение.

Время выполнения – 30 мин.

Ожидаемый результат:

1. Пусть через после истечения воды уровень оставшейся воды в резервуаре был равен , а за время понизился на . вычислим объем воды, вытекающий за этот бесконечно малый промежуток времени , двумя способами:

1 сп.) Объем равен объему цилиндрического слоя высотой и радиусом основания .

2 сп.) Объем равен объему цилиндра, основанием которого служит отверстие в дне резервуара , а высота равна , где – скорость течения воды:

Приравниваем полученные выражения:

Получаем:

2. Интегрируем уравнение, получаем время истечения воды:

3. Подставляем исходные данные, получаем:

Ответ: вода вытечет из резервуара через .

Критерии оценивания:

– построение математической модели процесса истечения воды из резервуара;

– интегрирование полученного уравнения;

– нахождение времени вытекания воды из резервуара через круглое отверстие, сделанное в дне резервуара.

Компетенции (индикаторы): ОПК-1, ОПК-5.

5. Решить задачу, используя методы интегрального исчисления:

Найти массу  пластины, которая ограничена кривыми:

и имеет поверхностную плотность, определяемую функцией .

Привести расширенное решение.

Время выполнения – 25 мин.

Ожидаемый результат:

Задача может быть решена с использованием двойного интеграла, а именно:

Область (плоская пластина) – это фигура, ограниченная прямыми и параболой , . Тогда масса равна:

Переходя к повторному интегрированию, внешнее интегрирование проведем по переменной . Тогда .

Ответ: масса пластины равна .

Критерии оценивания:

– использование прикладных возможностей двойного интеграла;

– вычисление двойного интеграла повторным интегрированием (возможен чертеж области интегрирования);

– нахождение величины массы.

Компетенции (индикаторы): ОПК-1, ОПК-5.

6. Решить задачу, используя методы дифференциального исчисления:

Найти выражение для объема реализованной продукции , если известно, что кривая спроса задается уравнением , норма акселерации , норма инвестиций , .

(Справочная информация: модель роста в условиях конкурентного рынка принимает вид ).

Привести расширенное решение.

Время выполнения – 30 мин.

Ожидаемый результат:

Используем модель роста в условиях конкурентного рынка при заданных условий:

Окончательное решение принимает вид:

Ответ: объем реализованной продукции определяется функцией:

Критерии оценивания:

– адаптировать модель роста в условиях конкурентного рынка для решаемой задачи;

– найти общее решение полученного дифференциального уравнения;

– выделить частное решение, соответствующее заданным начальным условиям;

– найти функцию объема реализованной продукции.

Компетенции (индикаторы): ОПК-1, ОПК-5.