

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ЛУГАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ ВЛАДИМИРА ДАЛЯ»

Институт транспорта и логистики

Кафедра гидрогазодинамики

УТВЕРЖДАЮ:

Директор института
транспорта и логистики

Быкадоров В.В.



« 16 » 02 2025 года

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
по учебной дисциплине

«Теория колебаний»

01.03.03 Механика и математическое моделирование
«Механика деформируемых тел и сред»

Разработчик:

канд. техн. наук, доцент  Левашов А.Н.

ФОС рассмотрен и одобрен на заседании кафедры гидрогазодинамика

от «14» января 2025г., протокол №3

Заведующий кафедрой  Мальцев Я.И.

Луганск – 2025 г.

**Комплект оценочных материалов по дисциплине
«Теория колебаний»**

Задания закрытого типа

Задания закрытого типа на выбор правильного ответа

Выберите один правильный ответ

1. Предметом теории колебаний являются:

- А) колебательные движения;
- Б) волновые процессы;
- В) колебательные явления и процессы в системах различной природы;
- Г) изучение движения тел в потоке жидкости.

Правильный ответ: В

Компетенции (индикаторы): ОПК-3

2. Кинематический подход применительно к анализу колебаний:

- А) Учитывает только силы, действующие на систему;
- Б) Определяет движение системы через решение дифференциальных уравнений;
- В) Не исследует причины движения, а описывает процесс через скорость, ускорение и координаты;
- Г) Применяется только для сложных механических систем.

Правильный ответ: В

Компетенции (индикаторы): ОПК-3

3. Чему равен период колебаний T если колебания подчиняются закону $x(t) = A \sin(\omega t + \varphi)$:

- А) $T = \pi$;
- Б) $T = \frac{2\pi}{\omega}$;
- В) $T = \frac{1}{\omega}$;
- Г) 2ω .

Правильный ответ: Б

Компетенции (индикаторы): ОПК-3

4. Как называется величина, которая задаётся соотношением $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$:

- А) амплитуда;
- Б) собственная частота;
- В) длина волны;
- Г) скорость колебаний.

Правильный ответ: Б

Компетенции (индикаторы): ОПК-3

Задания закрытого типа на установление соответствия

Установите правильное соответствие

1. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

- | | |
|---|--|
| 1) Максимальное увеличение амплитуды при совпадении частоты внешнего воздействия с собственной частотой системы | А) вынужденные гармонические колебания |
| 2) Периодические колебания с частотой внешней силы | Б) резонанс |
| 3) Движение системы носит апериодический характер | В) сверхкритическое демпфирование |
| 4) Постепенное снижение амплитуды с течением времени | Г) легкое затухание |

Правильный ответ

1	2	3	4
Б	А	В	Г

Компетенции (индикаторы): ОПК-3

2. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

- | | |
|--|---|
| 1) Автоколебательные системы | А) системы с малым энергообменом за период автоколебаний |
| 2) Автоколебательные системы релаксационного типа | Б) системы, в которой в ходе колебаний осуществляется обмен энергией между контурами |
| 3) Автоколебательные системы томсоновского типа | В) системы, в которых могут возникать незатухающие колебания безотносительно внешнего воздействия |
| 4) Автоколебательная система с двумя степенями свободы | Г) системы, не содержащие гармонических осцилляторов |

Правильный ответ

1	2	3	4
В	Г	А	Б

Компетенции (индикаторы): ОПК-3

3. Установите соответствие между математическим выражением и текстовым описанием.

- | | |
|---|--|
| 1) Гармоническое внешнее воздействие на колебательную систему | А) $x(t) = A \cos(\omega t + \varphi)$ |
| 2) Колебания с затуханием | Б) $x(t) = A e^{-\gamma t} \cos(\omega t + \varphi)$ |
| 3) Периодические колебания без затухания | В) $x(t) = x_0 e^{-\gamma t}$ |
| 4) Аperiodическое затухание | Г) $F(t) = F_0 \cos(\omega t)$ |

Правильный ответ

1	2	3	4
Г	Б	А	В

Компетенции (индикаторы): ОПК-3

4. Установите соответствие между математическим выражением и текстовым описанием.

- | | |
|------------------------------------|---|
| 1) Пружинный маятник | А) $\ddot{\alpha} + \frac{k}{J} \alpha = 0$ |
| 2) Физический маятник | Б) $\ddot{\alpha} + \frac{g}{l_m} \alpha = 0$ |
| 3) Математический маятник | В) $\ddot{x} + \frac{k}{m} x = 0$ |
| 4) Торсионный (крутильный) маятник | Г) $\ddot{\alpha} + \frac{mgl_c}{J} \alpha = 0$ |

Правильный ответ

1	2	3	4
В	Г	Б	А

Компетенции (индикаторы): ОПК-3

Задания закрытого типа на установление правильной последовательности

1. Запишите правильную последовательность действий при реализации динамического подхода к рассмотрению колебательных процессов:

- А) измерьте и зафиксируйте ключевые параметры системы: массу, жесткость, сопротивление, начальное смещение и скорость;
- Б) сформулируйте физическую модель колебательной системы;
- В) решите полученные уравнения, используя подходящие методы;
- Г) проанализируйте полученные амплитуды, частоты, фазы и другие характеристики колебаний;
- Д) используйте законы Ньютона или принципы Лагранжа для составления уравнений, описывающих динамику системы.

Правильный ответ: Б, А, Д, В, Г.

Компетенции (индикаторы): ОПК-3

2. Запишите правильную последовательность действий при реализации кинематического подхода к рассмотрению колебательных процессов:

А) проанализируйте полученные результаты, чтобы выявить закономерности и особенности колебательной системы;

Б) постройте графики зависимости перемещения, скорости и ускорения;

В) составьте математическую модель, используя уравнения движения и кинематические параметры;

Г) определите ключевые параметры колебаний, такие как амплитуда, период, частота и фаза;

Д) определите, какой тип колебательной системы вы рассматриваете.

Правильный ответ: Д, В, Г, Б, А.

Компетенции (индикаторы): ОПК-3

3. Запишите в порядке возрастания последовательность значений периода T для колебательных систем, которые описываются соответствующими дифференциальными уравнениями:

А) $\ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0$, $k = 2[H / M]$, $m = 0,5[кг]$;

Б) $\ddot{\alpha} + \frac{k}{J}\alpha = 0$, $k = 3[НМ / рад]$, $J = 2[кгМ^2]$;

В) $\ddot{\alpha} + \frac{mgl_c}{J}\alpha = 0$, $m = 1[кг]$, $g = 9,81[М / с^2]$, $l_c = 1[М]$, $J = 2[кгМ^2]$;

Г) $\ddot{\alpha} + \frac{g}{I_m}\alpha = 0$, $g = 9,81[М / с^2]$, $I_m = 3,5[М]$.

Правильный ответ: В, А, Г, Б.

Компетенции (индикаторы): ОПК-3

4. Запишите в порядке возрастания числовые значения, которые являются правильными ответами на приведенные ниже вопросы:

А) чему равно число степеней свободы колебательной системы, описываемой данным дифференциальным уравнением $\ddot{\alpha} + \frac{g}{I_m}\sin(\alpha) = 0$;

Б) какое количество особых точек будет содержать фазовый портрет колебательной системы, если она описывается данным уравнением $\ddot{\alpha} + \frac{g}{I_m}\alpha = 0$;

В) какое количество замкнутых траекторий содержит фазовый портрет колебательной системы, если она описывается данным уравнением $\ddot{x} + 2\zeta\dot{x} + \omega_0^2x = 0$, где $\zeta < 1$ – коэффициент затухания, ω_0 собственная угловая частота;

Г) какое количество особых точек будет содержать фазовый портрет колебательной системы, если она описывается данным уравнением $\ddot{x} + 2\dot{x} + \beta x + \gamma x^3 = 0$ и $\beta = -3, \gamma = 2$.

Правильный ответ: В, Б, А, Г.

Компетенции (индикаторы): ОПК-3

Задания открытого типа

Задания открытого типа на дополнение

Напишите пропущенное слово (словосочетание)

1. _____ — это вариационный метод определения приближённых значений собственных частот.

Правильный ответ: Метод Релея

Компетенции (индикаторы): ОПК-3

2. Динамические системы, в которых колебания поддерживаются за счет энергии, поступающей из внутренних источников, называются _____.

Правильный ответ: Автоколебательные системы

Компетенции (индикаторы): ОПК-3

3. Параметры _____ колебательной системы (масса, жёсткость пружины, сопротивление среды) не зависят от параметров состояния системы (смещений и скоростей).

Правильный ответ: линейной

Компетенции (индикаторы): ОПК-3

4. Свойство такое как стремление колебательной системы возвратиться в исходное состояние после того, как она из него была выведена называется _____.

Правильный ответ: устойчивость

Компетенции (индикаторы): ОПК-3

5. Положение _____ колебательной системы — это положение, вблизи которого совершаются колебания.

Правильный ответ: равновесия

Компетенции (индикаторы): ОПК-3

6. Квазиупругая сила — это сила, _____ смещению тела (аналогично силе упругости), но её природа не связана с упругой деформацией тела.

Правильный ответ: пропорциональная

Компетенции (индикаторы): ОПК-3

7. _____ колебательной системы — это отношение энергии, запасённой в колебательной системе, к энергии, теряемой системой за один период колебания.

Правильный ответ: Добротность

Компетенции (индикаторы): ОПК-3

8. Изохронность колебательной системы — физический термин, обозначающий независимость периода собственных колебаний системы от их _____.

Правильный ответ: амплитуды

Компетенции (индикаторы): ОПК-3

Задания открытого типа с кратким свободным ответом

1. Циклическая частота колебательной системы $\ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0$ равна _____ . (Ответ запишите в виде формулы)

Правильный ответ: $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ / $\sqrt{\frac{k}{m}}$ / $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$.

Компетенции (индикаторы): ОПК-3

2. Необходимым условием устойчивого равновесия является наличие _____ . (Напишите пропущенное слово/словосочетание)

Правильный ответ: возвращающей силы/ восстанавливающей силы

Компетенции (индикаторы): ОПК-3

3. Уравнение $\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = 0, \quad i = 1, 2, \dots, n$ носит название _____ .

Правильный ответ: уравнение Лагранжа второго рода

Компетенции (индикаторы): ОПК-3

4. В уравнении $\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = 0, \quad i = 1, 2, \dots, n$ L — называется функцией Лагранжа и определяется как разность между _____ . (Напишите пропущенное слово/словосочетание)

Правильный ответ: кинетической и потенциальной энергией системы

Компетенции (индикаторы): ОПК-3

5. Подход в механике, согласно которому для системы материальных точек сумма всех действующих на нее сил, включая инерционные силы, равна нулю. носят

название _____ . (Напишите пропущенное слово/словосочетание)

Правильный принцип Даламбера / принцип кинетостатики

Компетенции (индикаторы): ОПК-3

Задания открытого типа с развёрнутым ответом

1. Имеется пружинный осциллятор с жесткостью $k = 200[H / м]$ и массой тела $m = 0,5[кг]$. Тело отклоняется от своего равновесного положения на $0,1[м]$ и затем отпускается. Найдите период колебаний системы. Определите максимальную скорость тела при колебаниях. Посчитайте полную механическую энергию системы.

Привести расширенное решение.

Время выполнения 15 минут.

Ожидаемый результат:

Решение

Найдем период колебаний

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}},$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{0,5}{200}} = 2\pi\sqrt{0,0025} = 2\pi \cdot 0,05 \approx 0,314[с].$$

Найдем максимальную скорость

$$v_{\max} = A \cdot \sqrt{\frac{k}{m}},$$

$$v_{\max} = 0,1 \cdot \sqrt{\frac{200}{0,5}} = 0,1 \cdot \sqrt{400} = 0,1 \cdot 20 = 2[м/с]$$

Найдем полную механическую энергию

$$E = \frac{1}{2}kA^2,$$

$$E = \frac{1}{2} \cdot 200 \cdot (0,1)^2 = \frac{1}{2} \cdot 200 \cdot 0,01 = 1[Дж].$$

Ответ: период колебаний системы $2\pi \cdot 0,05 \approx 0,314[с]$, максимальная скорость $2[м/с]$, полная механическая энергия $1[Дж]$.

Критерии оценивания:

- найти период колебаний;
- найти максимальную скорость;
- найдем полную механическую энергию.

Компетенции (индикаторы): ОПК-3.

2. Рассмотрим систему, состоящую из пружины с жесткостью $k = 100[H/M]$ и массы $m = 1[kg]$. Допустим, что система испытывает затухающие колебания с коэффициентом затухания $\beta = 0.5[c^{-1}]$. 1. Найдите собственную частоту колебаний ω_0 системы, определите затухающую частоту ω_d . выразите уравнение затухающих колебаний для данного механического осциллятора. Если начальная амплитуда колебаний равна $A_0 = 0.1[M]$, найдите амплитуду через $t = 2[c]$.

Привести расширенное решение.

Время выполнения 25 минут.

Ожидаемый результат:

Решение

Найдем собственную частоту

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{100[H/M]}{1[kg]}} = \sqrt{100} = 10 \text{ рад/с}$$

Найдем затухающую частоту

$$\omega_d = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} = \sqrt{10^2 - 0.5^2} = \sqrt{100 - 0.25} = \sqrt{99.75} \approx 9.9875 [рад/с]$$

Уравнение затухающих колебаний с учетом начальной фазы $\varphi = 0$:

$$x(t) = A_0 e^{-\beta t} \cos(\omega_d t)$$

$$x(t) = 0.1 e^{-0.5t} \cos(9.9875t)$$

Найдем амплитуду через

$$A(t) = A_0 e^{-\beta t} = 0.1 e^{-0.5 \times 2} = 0.1 e^{-1} \approx 0.1 \times 0.3679 \approx 0.03679 [M]$$

Ответы: собственная частота $\omega_0 \approx 10 [рад/с]$, затухающая частота

$\omega_d \approx 9.9875 [рад/с]$, уравнение затухающих колебаний $x(t) = 0.1 e^{-0.5t} \cos(9.9875t)$, амплитуда через $t = 2 [c]$ примерно $0.03679 [M]$.

Критерии оценивания:

- найти собственную частоту;
- найти затухающую частоту;
- найти амплитуду.

Компетенции (индикаторы) ОПК-3.

3. По гладкому жёсткому неподвижному стержню может без трения двигаться муфта, имеющая массу m (рис.1). Муфта с помощью пружины, имеющей жёсткость k , соединена с неподвижной точкой N . Пружина в недеформированном состоянии имеет длину $l < H$. При перемещениях муфты происходит деформация пружины. При этом изменяется расстояние между её витками, но пружина в целом остаётся прямолинейной, то есть центры её витков всегда находятся на одной линии. Точка N располагается на расстоянии H от стержня. Пренебрегая размерами муфты найти частоту малых колебаний относительно положения равновесия x .

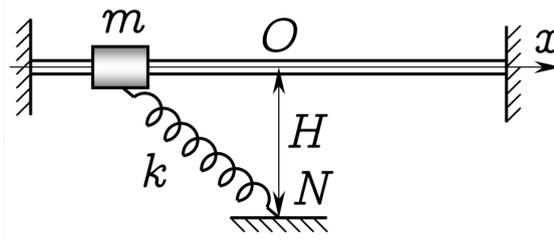


Рис.1

Привести расширенное решение.

Время выполнения 45 минут.

Ожидаемый результат:

Совместим ось Ox системы координат со стержнем. Поместим начало координат в точке O , находящейся на минимальном расстоянии от неподвижной точки N . В качестве обобщённой координаты выберем координату x муфты. Длина пружины может быть больше, меньше или равна H .

Потенциальная энергия пружины равна $V = \frac{k(\sqrt{H^2 + x^2} - l)^2}{2}$.

Из условия $\frac{\partial V}{\partial x} = 0$, найдем координату x_0 единственного положения равновесия $x_0 = 0$ и направленную вдоль стержня составляющую силы F_x , с которой пружина

действует на муфту $F_x = k \frac{x(\sqrt{H^2 + x^2} - l)}{\sqrt{H^2 + x^2}}$.

Используя второй закон Ньютона, запишем уравнение движения

$$m\ddot{x} + k \frac{x(\sqrt{H^2 + x^2} - l)}{\sqrt{H^2 + x^2}} = 0.$$

Линеаризуя это уравнение, будем иметь $\ddot{x} + \frac{k}{m} \left(1 - \frac{l}{H}\right) x = 0$.

Это уравнение гармонических колебаний с частотой ω_0 , определяемой равенством

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m} \left(1 - \frac{l}{H}\right)}$$

Критерии оценивания: полное содержательное соответствие приведенному выше результату.

Компетенции (индикаторы): ОПК-3

4. Построить фазовый портрет системы, движение которой описывается системой уравнений

$$\begin{aligned} \dot{x} &= ax - bxy, \\ \dot{y} &= -cy + dxy, \end{aligned}$$

где все коэффициенты a, b, c и d положительны, а возможные состояния системы ограничены областью значений переменных, удовлетворяющих неравенствам $x \geq 0; y \geq 0$.

Привести расширенное решение.

Время выполнения 45 минут.

Ожидаемый результат:

Неравенства $x \geq 0; y \geq 0$ означает, что фазовым пространством системы является первый квадрант фазовой плоскости. Найдём координаты особых точек фазового пространства. Для этого приравняем уравнения для \dot{x} , \dot{y} нулю, получим систему:

$$ax - bxy = 0,$$

$$dxy - cy = 0.$$

Решим полученную систему уравнений. В результате найдём, что в фазовом пространстве системы имеется две особые точки, координаты которых определяются равенствами:

$$x_1 = 0, y_1 = 0;$$

$$x_2 = c/d, y_2 = a/b.$$

Получим уравнение фазовых траекторий в окрестности особой точки $x_1 = 0, y_1 = 0$. Для этого примем в момент времени $t = 0$, $x = x_0, y = y_0$, где x_0 и y_0 – малые величины. Линеаризуя уравнения

$$\dot{x} = ax - bxy,$$

$$\dot{y} = -cy + dxy,$$

получим решение линейных уравнений с указанными выше начальными условиями, найдём зависимость фазовых переменных от времени:

$$x(t) = x_0 \exp(at); y(t) = y_0 \exp(-ct).$$

Исключая время получим $xy^{a/c} = const$, данное выражение есть уравнение семейства гипербол асимптоты, которых совпадают с осями координат. Таким образом, фазовыми траекториями системы в небольшой окрестности начала координат является семейство гипербол.

Получим уравнения фазовых траекторий в окрестности второй особой точки с координатами $x_2 = c/d, y_2 = a/b$, положим $x = x_2 + \xi; y = y_2 + \eta$, где ξ и η – малые вариации. Подставим выражения для x и y в исходную систему линеаризуем ее, получим уравнения для вариаций:

$$\dot{\xi} = -\frac{bc}{d}\eta,$$

$$\dot{\eta} = \frac{ad}{b}\xi.$$

Решая полученные уравнения найдем, что фазовые траектории удовлетворяют выражению $\xi^2 + \frac{b^2c}{ad^2}\eta^2 = const$. Это выражение описывает семейство эллипсов.

Фазовый портрет в целом показан на рис. 1.

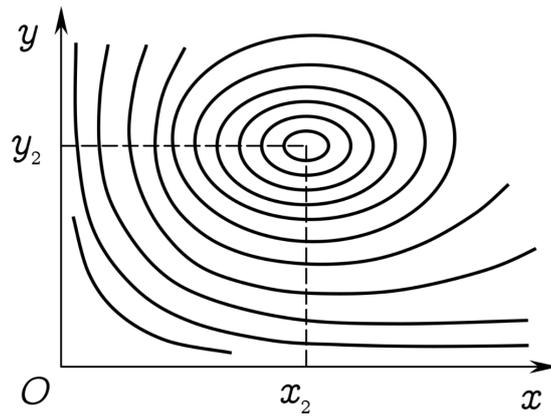


Рис. 1

Критерии оценивания: полное содержательное соответствие приведенному выше результату.

Компетенции (индикаторы): ОПК-3

Экспертное заключение

Представленный фонд оценочных средств (далее - ФОС) по дисциплине «Теория колебаний» соответствует требованиям ГОС ВО.

Предлагаемые формы и средства текущего и промежуточного контроля адекватны целям и задачам реализации основной образовательной программы по направлению подготовки 01.03.03 Механика и математическое моделирование.

Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающегося представлены в полном объеме.

Виды оценочных средств, включенные в представленный фонд, отвечают основным принципам формирования ФОС.

Разработанный и представленный для экспертизы фонд оценочных средств рекомендуется к использованию в процессе подготовки бакалавров, по указанному направлению.

Председатель учебно-методической
комиссии института транспорта и логистики



Е.И. Иванова

Лист изменений и дополнений

№ п/п	Виды дополнений и изменений	Дата и номер протокола заседания кафедры (кафедр), на котором были рассмотрены и одобрены изменения и дополнения	Подпись (с расшифровкой) заведующего кафедрой (заведующих кафедрами)