

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ЛУГАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ ВЛАДИМИРА ДАЛЯ»

Институт транспорта и логистики

Кафедра гидрогазодинамики

УТВЕРЖДАЮ:
Директор института
транспорта и логистики
_____ Быкадоров В.В.
«26» 02 2025 года



ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
по учебной дисциплине

«Динамика вязкой жидкости»

01.03.03 Механика и математическое моделирование
«Механика деформируемых тел и сред»

Разработчик:

докт. техн. наук, профессор _____ Сёмин Д. А.

ФОС рассмотрен и одобрен на заседании кафедры гидрогазодинамика

от «14» января 2025г., протокол №3

Заведующий кафедрой _____ Мальцев Я.И.

Луганск – 2025 г.

**Комплект оценочных материалов по дисциплине
«Динамика вязкой жидкости»**

Задания закрытого типа

Задания закрытого типа на выбор правильного ответа

1. Выберите один правильный ответ

Что утверждает обобщенная гипотеза Ньютона:

- А) напряжения в жидкости пропорциональны скорости деформации
- Б) напряжения в жидкости пропорциональны скорости
- В) напряжения в жидкости пропорциональны давлению
- Г) напряжения в жидкости постоянны

Правильный ответ: А

Компетенции (индикаторы): ОПК-3, ОПК-5

2. Выберите один правильный ответ

Какой критерий подобия характеризует отношение сил инерции к силам вязкости:

- А) число Эйлера
- Б) число Фруда
- В) число Рейнольдса
- Г) число Струхала

Правильный ответ: В

Компетенции (индикаторы): ОПК-3, ОПК-5

3. Выберите один правильный ответ

Что такое осреднение Рейнольдса:

- А) усреднение уравнений Навье-Стокса по пространству
- Б) усреднение уравнений Навье-Стокса по времени В) объём, заполненный вихревыми линиями
- В) усреднение уравнений Навье-Стокса по скорости
- Г) усреднение уравнений Навье-Стокса по давлению

Правильный ответ: Б

Компетенции (индикаторы): ОПК-3, ОПК-5

4. Выберите один правильный ответ

Какова основная цель использования гипотез о турбулентных напряжениях:

- А) упростить уравнения Рейнольдса
- Б) замкнуть уравнения Рейнольдса, выразив турбулентные напряжения через известные величины
- В) увеличить точность решения уравнений Рейнольдса
- Г) получить аналитическое решение уравнений Рейнольдса

Правильный ответ: Б

Компетенции (индикаторы): ОПК-3, ОПК-5

5. Выберите один правильный ответ

Какой участок выделяют в турбулентном пограничном слое вблизи стенки:

- А) турбулентное ядро
- Б) внешняя часть пограничного слоя
- В) ламинарный подслой (вязкий подслой)
- Г) потенциальное ядро

Правильный ответ: В

Компетенции (индикаторы): ОПК-3, ОПК-5

6. Выберите один правильный ответ

Как толщина турбулентного пограничного слоя зависит от числа Рейнольдса:

- А) увеличивается с увеличением числа Рейнольдса
- Б) уменьшается с увеличением числа Рейнольдса
- В) не зависит от числа Рейнольдса
- Г) зависит сложным немонотонным образом

Правильный ответ: А

Компетенции (индикаторы): ОПК-3, ОПК-5

7. Выберите один правильный ответ

Что такое продольный градиент давления:

- А) изменение давления по нормали к поверхности
- Б) изменение давления вдоль поверхности
- В) изменение давления во времени
- Г) изменение давления в турбулентном потоке

Правильный ответ: Б

Компетенции (индикаторы): ОПК-3, ОПК-5

8. Выберите один правильный ответ

Какой градиент давления называют неблагоприятным (противоположным):

- А) положительный (давление возрастает по направлению течения)
- Б) отрицательный (давление убывает по направлению течения)
- В) равный нулю
- Г) периодический

Правильный ответ: А

Компетенции (индикаторы): ОПК-3, ОПК-5

Задания закрытого типа на установление соответствия

1. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

- | | |
|--------------------------|--|
| 1) Число Рейнольдса (Re) | А) Отношение сил инерции к силам тяжести |
| 2) Число Эйлера (Eu) | Б) Отношение сил инерции к силам давления |
| 3) Число Фруда (Fr) | В) Отношение сил инерции к силам вязкости |
| Число Струхала (St) | Отношение локальной скорости |
| 4) | Г) изменения течения к конвективной скорости |

Правильный ответ:

1	2	3	4
В	Б	А	Г

Компетенции (индикаторы): ОПК-3, ОПК-5

2. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

- | | |
|--------------------------------------|---|
| 1) Гипотеза Буссинеска | А) Использует алгебраические соотношения для определения турбулентной вязкости |
| 2) Модель длины перемешивания | Б) Использует два уравнения переноса для турбулентной кинетической энергии и скорости диссипации турбулентной энергии |
| Прандтля | В) Вводит понятие турбулентной вязкости и выражает турбулентные напряжения через градиенты осредненной скорости |
| к-ε модель | Г) Вводит понятие длины перемешивания и выражает турбулентные напряжения через квадрат градиента осредненной скорости |
| 3) | |
| Алгебраические модели турбулентности | |
| 4) | |

Правильный ответ:

1	2	3	4
В	Г	Б	А

Компетенции (индикаторы): ОПК-3, ОПК-5

3. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

- | | |
|------------------------------|--|
| 1) Пограничный слой | А) Расстояние, на которое необходимо сместить твердую поверхность, чтобы внешний поток испытывал такое же влияние, как и из-за наличия пограничного слоя |
| 2) Толщина пограничного слоя | Б) Тонкий слой жидкости вблизи твердой поверхности, где вязкость играет существенную роль |
| 3) Толщина вытеснения | В) Характеризует потерю импульса в пограничном слое из-за действия вязкости |

- 4) Толщина потери импульса Г) Расстояние от стенки, на котором скорость достигает некоторого значения, близкого к скорости внешнего потока (например, 99%)

Правильный ответ:

1	2	3	4
Б	Г	А	В

Компетенции (индикаторы): ОПК-3, ОПК-5

4. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

- | | |
|----------------------------|---|
| 1) Функция тока | А) Сумма потенциала скорости и функции тока, представленная в виде функции комплексного переменного |
| 2) Гидродинамическая сетка | Б) Плоский потенциальный поток, характеризующийся расхождением жидкости из одной точки |
| 3) Комплексный потенциал | В) Совокупность линий тока и линий равного потенциала |
| 4) Источник | Г) Скалярная функция, линии уровня которой совпадают с линиями тока |

Правильный ответ:

1	2	3	4
Г	В	А	Б

Компетенции (индикаторы): ОПК-3, ОПК-5

5. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

- | | |
|--------------------------------|--|
| 1) Обобщенная гипотеза Ньютона | А) Мера сопротивления жидкости течению |
| 2) Ньютоновская жидкость | Б) Жидкость, в которой касательные напряжения линейно зависят от скорости сдвига |
| 3) Вязкость | В) Характеризует интенсивность изменения формы тела |
| 4) Скорость деформации | Г) Утверждает, что напряжения в жидкости пропорциональны скорости деформации |

Правильный ответ:

1	2	3	4
Г	Б	А	В

Компетенции (индикаторы): ОПК-3, ОПК-5

6. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

- | | |
|--------------------------------------|---|
| 1) Благоприятный градиент давления | А) Возникает при наличии неблагоприятного градиента давления, характеризуется обратным течением вблизи стенки |
| 2) Неблагоприятный градиент давления | Б) Уменьшает толщину пограничного слоя, стабилизирует течение |
| 3) Отрыв пограничного слоя | В) Точка на поверхности, где касательное напряжение на стенке становится равным нулю |
| 4) Точка отрыва | Г) Увеличивает толщину пограничного слоя, замедляет течение вблизи стенки, может приводить к отрыву |

Правильный ответ:

1	2	3	4
Б	Г	А	В

Компетенции (индикаторы): ОПК-3, ОПК-5

7. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

- | | |
|------------------|-------------------------------------|
| 1) δ | А) Толщина потери импульса |
| 2) δ^* | Б) Толщина вытеснения |
| 3) δ^{**} | В) Толщина пограничного слоя |
| 4) τ_w | Г) Касательное напряжение на стенке |

Правильный ответ:

1	2	3	4
В	Б	А	Г

Компетенции (индикаторы): ОПК-3, ОПК-5

8. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

- | | |
|--|--|
| 1) Вязкий подслей (ламинарный подслей) | А) Область, где вязкие и турбулентные напряжения сопоставимы по величине |
| 2) Переходная область (буферный слей) | Б) Область, где распределение скорости описывается логарифмическим законом |
| 3) Логарифмическая область | В) Область, где преобладают турбулентные напряжения |
| 4) Внешняя часть пограничного слей | Г) Область вблизи стенки, где преобладают вязкие напряжения |

Правильный ответ:

1

Г

2

А

3

Б

4

В

Компетенции (индикаторы): ОПК-3, ОПК-5

Задания закрытого типа на установление правильной последовательности

1. Установите правильную последовательность этапов развития отрыва пограничного слоя при наличии неблагоприятного градиента давления:

А) возникновение обратного течения вблизи стенки

Б) увеличение толщины пограничного слоя

В) уменьшение касательного напряжения на стенке

Г) отделение пограничного слоя от поверхности

Правильный ответ: Б, В, А, Г

Компетенции (индикаторы): ОПК-3, ОПК-5

2. Установите правильную последовательность слоев турбулентного пограничного слоя в порядке удаления от поверхности стенки:

А) логарифмическая область

Б) вязкий подслой (ламинарный подслой)

В) переходная область (буферный слой)

Г) внешняя часть пограничного слоя

Правильный ответ: Б, В, А, Г

Компетенции (индикаторы): ОПК-3, ОПК-5

3. Установите правильную последовательность этапов применения интегрального соотношения Кармана для решения задачи о пограничном слое:

А) выбор профиля скорости в пограничном слое

Б) подстановка профиля скорости в интегральное соотношение Кармана

В) решение полученного дифференциального уравнения относительно толщины пограничного слоя

Г) определение касательного напряжения на стенке

Правильный ответ: А, Б, В, Г

Компетенции (индикаторы): ОПК-3, ОПК-5

4. Установите правильную последовательность этапов решения задачи турбулентного течения с использованием k - ϵ модели:

А) решение уравнений Рейнольдса с учетом турбулентной вязкости

Б) решение уравнений переноса для турбулентной кинетической энергии (k) и скорости диссипации (ϵ)

В) определение турбулентной вязкости на основе значений k и ϵ

Г) постановка граничных условий для k и ϵ

Правильный ответ: Г, Б, В, А

Компетенции (индикаторы): ОПК-3, ОПК-5

5. Установите правильную последовательность шагов вывода уравнений Рейнольдса:

- А) представление мгновенных значений скорости и давления в виде суммы осредненных значений и пульсаций
- Б) подстановка полученных выражений в уравнения Навье-Стокса
- В) осреднение полученных уравнений по времени
- Г) получение уравнений Рейнольдса

Правильный ответ: А, Б, В, Г

Компетенции (индикаторы): ОПК-3, ОПК-5

6. Установите правильную последовательность шагов приведения уравнений Навье-Стокса к безразмерному виду:

- А) выбор характерных величин (скорости, длины, давления)
- Б) определение безразмерных переменных
- В) подстановка безразмерных переменных в уравнения Навье-Стокса
- Г) перегруппировка членов уравнения и выделение безразмерных критериев подобия

Правильный ответ: А, Б, В, Г

Компетенции (индикаторы): ОПК-3, ОПК-5

7. Установите правильную последовательность шагов для вывода уравнений динамики вязкой жидкости в напряжениях:

- А) запись закона сохранения импульса для контрольного объема
- Б) выражение поверхностных сил через напряжения (вязкие и давления)
- В) учет объемных сил
- Г) переход к дифференциальной форме уравнения

Правильный ответ: А, Б, В, Г

Компетенции (индикаторы): ОПК-3, ОПК-5

8. Установите правильную последовательность шагов построения гидродинамической сетки:

- А) построение линий равного потенциала
- Б) построение линий тока
- В) расчет потенциала скорости и функции тока
- Г) выбор масштаба и шага для линий тока и линий равного потенциала

Правильный ответ: Г, В, Б, А

Компетенции (индикаторы): ОПК-3, ОПК-5

Задания открытого типа

Задания открытого типа на дополнение

1. Напишите пропущенное слово (словосочетание).

Согласно обобщенной гипотезе Ньютона, напряжения в жидкости пропорциональны _____.

Правильный ответ: скорости деформации.

Компетенции (индикаторы): ОПК-3, ОПК-5

2. Напишите пропущенное слово (словосочетание).

Жидкость, в которой касательные напряжения линейно зависят от скорости сдвига, называется _____.

Правильный ответ: ньютоновской.

Компетенции (индикаторы): ОПК-3, ОПК-5

3. Напишите пропущенное слово (словосочетание).

Турбулентное движение характеризуется хаотическими _____ скорости и давления.

Правильный ответ: пульсациями.

Компетенции (индикаторы): ОПК-3, ОПК-5

4. Напишите пропущенное слово (словосочетание).

Осреднение Рейнольдса заключается в усреднении уравнений Навье-Стокса по _____.

Правильный ответ: времени.

Компетенции (индикаторы): ОПК-3, ОПК-5

5. Напишите пропущенное слово (словосочетание).

В уравнениях Рейнольдса появляются дополнительные члены, учитывающие _____.

Правильный ответ: турбулентные напряжения.

Компетенции (индикаторы): ОПК-3, ОПК-5

6. Напишите пропущенное слово (словосочетание).

Отклонение мгновенной скорости от среднего значения называется _____.

Правильный ответ: пульсацией скорости.

Компетенции (индикаторы): ОПК-3, ОПК-5

7. Напишите пропущенное слово (словосочетание).

Основная цель использования гипотез о турбулентных напряжениях – _____ уравнения Рейнольдса.

Правильный ответ: замкнуть.

Компетенции (индикаторы): ОПК-3, ОПК-5

8. Напишите пропущенное слово (словосочетание).

Основной причиной образования пограничного слоя является _____ жидкости.

Правильный ответ: вязкость.

Компетенции (индикаторы): ОПК-3, ОПК-5

Задания открытого типа с кратким свободным ответом

1. Ньютоновская жидкость – это жидкость, в которой касательные напряжения линейно зависят от _____.

Правильный ответ: скорости сдвига / градиента скорости.

Компетенции (индикаторы): ОПК-3, ОПК-5

2. Число Рейнольдса характеризует отношение сил _____.

Правильный ответ: инерции к силам вязкости.

Компетенции (индикаторы): ОПК-3, ОПК-5

3. Согласно гипотезе Буссинеска, турбулентные напряжения пропорциональны градиенту осредненной скорости с коэффициентом пропорциональности, называемым _____.

Правильный ответ: турбулентной вязкостью / вихревой вязкостью.

Компетенции (индикаторы): ОПК-3, ОПК-5

4. Толщина вытеснения характеризует влияние пограничного слоя на _____.

Правильный ответ: внешний поток / ядро потока.

Компетенции (индикаторы): ОПК-3, ОПК-5

5. Отделение пограничного слоя от поверхности называется _____.

Правильный ответ: отрывом / отрывом пограничного слоя.

Компетенции (индикаторы): ОПК-3, ОПК-5

6. Градиент давления, при котором давление убывает по направлению течения, называется _____.

Правильный ответ: благоприятным градиентом давления / отрицательным градиентом давления.

Компетенции (индикаторы): ОПК-3, ОПК-5

7. Отрыв пограничного слоя возникает при наличии _____.

Правильный ответ: неблагоприятного градиента давления / положительного градиента давления.

Компетенции (индикаторы): ОПК-3, ОПК-5

8. Изменение давления вдоль поверхности называется _____.

Правильный ответ: продольным градиентом давления.

Компетенции (индикаторы): ОПК-3, ОПК-5

Задания открытого типа с развернутым ответом

1. Уравнения Навье-Стокса в безразмерной форме:

Даны характерные масштабы: длина L , скорость U , давление p .

Требуется представить уравнения Навье-Стокса для несжимаемой ньютоновской жидкости в безразмерной форме.

Привести расширенное решение.

Время выполнения – 45 мин.

Ожидаемый результат:

Запишем уравнения Навье-Стокса для несжимаемой жидкости:

$$\frac{\partial \bar{V}}{\partial t} + (\bar{V} \cdot \nabla) \bar{V} = \bar{F} - \frac{1}{\rho} \overline{\text{grad}} p + \nu \nabla^2 \bar{V}.$$

Запишем переменные, входящие в уравнение через безразмерные параметры, обозначая безразмерность волнистой линией сверху:

$$\bar{V} = U \tilde{V}, \quad t = T \tilde{t}, \quad x = L \tilde{x}, \quad y = L \tilde{y}, \quad z = L \tilde{z}, \quad p = p_0 \tilde{p}, \quad \nu = \nu_0 \tilde{\nu}, \quad F = F_0 \tilde{F}, \quad \nabla = \frac{1}{L} \tilde{\nabla},$$

$$\overline{\text{grad}} = \tilde{\nabla} = \frac{1}{L} \widetilde{\text{grad}}.$$

Подставим в исходное уравнение полученные выражения для переменных:

$$\frac{U}{T} \frac{\partial \tilde{V}}{\partial \tilde{t}} + \frac{U^2}{L} (\tilde{V} \cdot \tilde{\nabla}) \tilde{V} = F_0 \tilde{F} - \frac{p_0}{\rho L} \widetilde{\text{grad}} \tilde{p} + \frac{\nu_0 U}{L^2} \tilde{\nu} \tilde{\nabla}^2 \tilde{V}.$$

Разделим все члены на $\frac{L}{U^2}$:

$$\frac{L}{UT} \frac{\partial \tilde{V}}{\partial \tilde{t}} + (\tilde{V} \cdot \tilde{\nabla}) \tilde{V} = \frac{F_0 L}{U^2} \tilde{F} - \frac{p_0}{\rho U^2} \widetilde{\text{grad}} \tilde{p} + \frac{\nu_0}{UL} \tilde{\nu} \tilde{\nabla}^2 \tilde{V}.$$

Перепишем уравнение в критериальной форме:

$$Sh \frac{\partial \tilde{V}}{\partial \tilde{t}} + (\tilde{V} \cdot \tilde{\nabla}) \tilde{V} = Fr^{-1} \tilde{F} - Eu \widetilde{\text{grad}} \tilde{p} + Re^{-1} \tilde{\nu} \tilde{\nabla}^2 \tilde{V}$$

Ответ: $Sh \frac{\partial \tilde{V}}{\partial \tilde{t}} + (\tilde{V} \cdot \tilde{\nabla}) \tilde{V} = Fr^{-1} \tilde{F} - Eu \widetilde{\text{grad}} \tilde{p} + Re^{-1} \tilde{\nu} \tilde{\nabla}^2 \tilde{V}.$

Критерии оценивания:

– нахождение уравнения Навье-Стокса для несжимаемой ньютоновской жидкости в безразмерной форме.

Компетенции (индикаторы): ОПК-3, ОПК-5

2. Турбулентные напряжения и гипотеза Буссинеска:

Получите уравнения Рейнольдса для течения несжимаемой жидкости. Объясните, почему эти уравнения не замкнуты. Используйте гипотезу Буссинеска, чтобы выразить турбулентные напряжения через осредненные скорости.

Привести расширенное решение.

Время выполнения – 45 мин.

Ожидаемый результат:

Представим мгновенные значения скорости и давления как сумму осредненных и пульсационных составляющих:

$$u = \langle u \rangle + u', \quad v = \langle v \rangle + v', \quad w = \langle w \rangle + w' \quad p = \langle p \rangle + p'$$

Подставим эти выражения в уравнения Навье-Стокса и усредним по времени (или по ансамблю).

В результате усреднения получим уравнения Рейнольдса:

$$\text{Уравнение неразрывности: } \frac{\partial \langle u \rangle}{\partial x} + \frac{\partial \langle v \rangle}{\partial y} + \frac{\partial \langle w \rangle}{\partial z} = 0$$

Уравнения движения (например, для оси x):

$$\rho \left(\frac{\partial \langle u \rangle}{\partial t} + \langle u \rangle \frac{\partial \langle u \rangle}{\partial x} + \langle v \rangle \frac{\partial \langle u \rangle}{\partial y} + \langle w \rangle \frac{\partial \langle u \rangle}{\partial z} \right) = - \frac{\partial \langle p \rangle}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 \langle u \rangle}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \langle u \rangle}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \langle u \rangle}{\partial z^2} \right) - \rho \left(\frac{\partial \langle u'u' \rangle}{\partial x} + \frac{\partial \langle u'v' \rangle}{\partial y} + \frac{\partial \langle u'w' \rangle}{\partial z} \right)$$

Члены $-\rho \langle u'u' \rangle$, $-\rho \langle u'v' \rangle$, $-\rho \langle u'w' \rangle$ представляют собой турбулентные напряжения, возникающие из-за пульсаций скорости.

Уравнения Рейнольдса не замкнуты, потому что в них появляются новые неизвестные – турбулентные напряжения. Для их определения требуется ввести дополнительные соотношения.

Согласно гипотезе Буссинеска, турбулентные напряжения пропорциональны градиенту осредненной скорости:

$$\begin{aligned} -\rho \langle u'v' \rangle &= \mu_t \left(\frac{\partial \langle u \rangle}{\partial y} + \frac{\partial \langle v \rangle}{\partial x} \right) \\ -\rho \langle u'u' \rangle &= 2\mu_t \frac{\partial \langle u \rangle}{\partial x} - \frac{2}{3} \rho k \\ -\rho \langle v'v' \rangle &= 2\mu_t \frac{\partial \langle v \rangle}{\partial y} - \frac{2}{3} \rho k \\ -\rho \langle w'w' \rangle &= 2\mu_t \frac{\partial \langle w \rangle}{\partial z} - \frac{2}{3} \rho k \end{aligned},$$

где μ_t – турбулентная вязкость, а $k = \frac{1}{2} (\langle u'^2 \rangle + \langle v'^2 \rangle + \langle w'^2 \rangle)$ – турбулентная кинетическая энергия.

Подставляя эти выражения в уравнения Рейнольдса, можно получить замкнутую систему уравнений. Однако, теперь необходимо определить турбулентную вязкость μ_t , для чего используются различные модели турбулентности (например, k-ε модель).

Гипотеза Буссинеска позволяет выразить турбулентные напряжения через осредненные скорости, замыкая уравнения Рейнольдса. Однако, для

определения турбулентной вязкости требуются дополнительные модели турбулентности.

Ответ: Проекция на ось x:

$$\rho \left(\frac{\partial \langle u \rangle}{\partial t} + \langle u \rangle \frac{\partial \langle u \rangle}{\partial x} + \langle v \rangle \frac{\partial \langle u \rangle}{\partial y} + \langle w \rangle \frac{\partial \langle u \rangle}{\partial z} \right) =$$

$$-\frac{\partial \langle p \rangle}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 \langle u \rangle}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \langle u \rangle}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \langle u \rangle}{\partial z^2} \right) - 2\mu_t \frac{\partial \langle u \rangle}{\partial x} - \frac{2}{3} \rho k + \mu_t \left(\frac{\partial \langle u \rangle}{\partial y} + \frac{\partial \langle v \rangle}{\partial x} \right) + \mu_t \left(\frac{\partial \langle u \rangle}{\partial y} + \frac{\partial \langle w \rangle}{\partial x} \right)$$

Критерии оценивания:

- нахождение уравнения Рейнольдса;
- нахождение выражения для турбулентных напряжений через гипотезу Буссинеска;
- нахождение выражения уравнений Рейнольдса с записью турбулентных напряжений через гипотезу Буссинеска.

Компетенции (индикаторы): ОПК-3, ОПК-5

3. Ламинарный пограничный слой на плоской пластине:

Выведите уравнения Прандтля для ламинарного пограничного слоя на плоской пластине. Объясните, какие упрощения сделаны по сравнению с уравнениями Навье-Стокса.

Привести расширенное решение.

Время выполнения – 45 мин.

Ожидаемый результат:

Запишем исходные уравнения Навье-Стокса для несжимаемой жидкости и замкнем их при помощи уравнения неразрывности:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right),$$

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right)$$

где $\nu = \mu/\rho$ - кинематическая вязкость.

Предположим, что толщина пограничного слоя мала: $\delta \ll L$, где L - характерный размер. Поперечная скорость v мала по сравнению с продольной скоростью u . Продольные изменения скорости малы по сравнению с поперечными изменениями.

Используя эти предположения, проводим масштабный анализ членов в уравнениях Навье-Стокса. Например, если $u \sim U$, $x \sim L$, $y \sim \delta$, то $v \sim U\delta/L$.

В результате масштабного анализа и отбрасывания малых членов, получим уравнения Прандтля:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$

$\frac{\partial p}{\partial y} \approx 0 \Rightarrow p \approx p(x)$ (давление постоянно по толщине пограничного слоя)

Уравнения Прандтля являются упрощением уравнений Навье-Стокса для тонкого пограничного слоя. Основные упрощения: пренебрежение продольной вязкостью

$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \ll \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$ и допущение о постоянстве давления по толщине пограничного слоя.

Ответ:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$

Критерии оценивания:

– нахождение уравнений Прандтля для плоского пограничного слоя.

Компетенции (индикаторы): ОПК-3, ОПК-5

4. Интегральное соотношение Кармана:

Требуется вывести интегральное соотношение Кармана для ламинарного пограничного слоя.

Привести расширенное решение.

Время выполнения – 45 мин.

Ожидаемый результат:

Запишем уравнения Прандтля:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$

Проинтегрируем оба уравнения по координате y от стенки ($y=0$) до внешней границы пограничного слоя ($y=\delta$).

$$\int_0^\delta \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) dy = \int_0^\delta \frac{\partial u}{\partial x} dy + \int_0^\delta \frac{\partial v}{\partial y} dy = 0$$

$$\frac{d}{dx} \int_0^\delta u dy - u\delta \frac{d\delta}{dx} + v(\delta) - v(0) = 0$$

Учитывая, что $v(0) = 0$ $u(\delta) = U(x)$ (скорость внешнего потока), получаем:

$$v(\delta) = -\frac{d}{dx} \int_0^\delta u dy + U(x) \frac{d\delta}{dx}$$

$$\int_0^\delta \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) dy = -\frac{1}{\rho} \int_0^\delta \frac{dp}{dx} dy + \nu \int_0^\delta \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} dy$$

$$\int_0^\delta u \frac{\partial u}{\partial x} dy + \int_0^\delta v \frac{\partial u}{\partial y} dy = -\frac{\delta}{\rho} \frac{dp}{dx} + \nu \left(\frac{\partial u}{\partial y} \Big|_\delta - \frac{\partial u}{\partial y} \Big|_0 \right)$$

После преобразований с использованием интегрирования по частям, уравнения неразрывности и граничных условий, получим:

$$\frac{d}{dx} \int_0^\delta u^2 dy - U(x) \frac{d}{dx} \int_0^\delta u dy = -\frac{\delta}{\rho} \frac{dp}{dx} - \nu \left(\frac{\partial u}{\partial y} \Big|_0 \right)$$

Обозначим касательное напряжение на стенке как $\tau_w = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} \Big|_0 \right) = \rho \nu \left(\frac{\partial u}{\partial y} \Big|_0 \right)$

Толщина потери импульса: $\delta^* = \int_0^\infty \left(\frac{u}{U} \right) \left(1 - \frac{u}{U} \right) dy \approx \int_0^\delta \left(\frac{u}{U} \right) \left(1 - \frac{u}{U} \right) dy$

Толщина вытеснения: $\delta^* = \int_0^\infty \left(1 - \frac{u}{U} \right) dy \approx \int_0^\delta \left(1 - \frac{u}{U} \right) dy$

Подставляя эти определения в полученное уравнение, получим интегральное соотношение Кармана: $\frac{d}{dx} (U^2 \delta^*) + \delta^* U \frac{dU}{dx} = \frac{\tau_w}{\rho}$

Интегральное соотношение Кармана связывает интегральные характеристики пограничного слоя (толщину потери импульса, толщину вытеснения) с касательным напряжением на стенке и градиентом давления. Оно является приближенным, но полезным инструментом для анализа пограничного слоя.

Ответ: $\frac{d}{dx} (U^2 \delta^*) + \delta^* U \frac{dU}{dx} = \frac{\tau_w}{\rho}$

Критерии оценивания:

– нахождение выражения для интегрального соотношения Кармана.

Компетенции (индикаторы): ОПК-3, ОПК-5

5. Турбулентный пограничный слой и логарифмический закон:

Требуется описать структуру турбулентного пограничного слоя вблизи стенки. Вывести логарифмический закон распределения скорости для логарифмической области.

Привести расширенное решение.

Время выполнения – 45 мин.

Ожидаемый результат:

Структура турбулентного пограничного слоя вблизи стенки:

Вязкий подслой (ламинарный подслой): Тонкий слой вблизи стенки, где преобладают вязкие напряжения. Турбулентные пульсации подавлены.

Переходная область (буферный слой): Область, где вязкие и турбулентные напряжения сопоставимы по величине.

Логарифмическая область (турбулентное ядро): Область, где преобладают турбулентные напряжения. Распределение скорости описывается логарифмическим законом.

Внешняя часть пограничного слоя: Область, где турбулентные пульсации наиболее интенсивны и влияние стенки незначительно.

В логарифмической области турбулентное напряжение τ_t постоянно и примерно равно касательному напряжению на стенке τ_w : $\tau_t \approx \tau_w$

Используем гипотезу Прандтля о пути перемешивания: $\tau_t = \rho l^2 \left(\frac{du}{dy} \right)^2$, где l - путь перемешивания.

Примем, что путь перемешивания пропорционален расстоянию от стенки: $l = \kappa y$, где κ - постоянная Кармана ($\kappa \approx 0.41$).

$$\text{Тогда } \rho(\kappa y)^2 \left(\frac{du}{dy} \right)^2 = \tau_w$$

$$\frac{du}{dy} = \frac{1}{\kappa y} \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} = \frac{u_\tau}{\kappa y}, \text{ где } u_\tau = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} - \text{динамическая скорость.}$$

Интегрируя это уравнение, получим: $u(y) = \frac{u_\tau}{\kappa} \ln(y) + C$, где C - константа интегрирования.

Чтобы учесть влияние вязкого подслоя, введем безразмерные переменные:

$$y^+ = \frac{y u_\tau}{\nu} - \text{безразмерное расстояние от стенки.}$$

$$u^+ = \frac{u}{u_\tau} - \text{безразмерная скорость.}$$

Тогда логарифмический закон примет вид: $u^+ = \frac{1}{\kappa} \ln(y^+) + B$, где B - константа ($B \approx 5.0 - 5.5$).

Логарифмический закон описывает распределение скорости в логарифмической области турбулентного пограничного слоя. Он связывает безразмерную скорость с безразмерным расстоянием от стенки и содержит две эмпирические константы: постоянную Кармана и аддитивную константу B .

$$\text{Ответ: } u^+ = \frac{1}{\kappa} \ln(y^+) + B, \text{ где } B - \text{константа } (B \approx 5.0 - 5.5).$$

Критерии оценивания:

– нахождение выражения для логарифмического закона распределения скорости для логарифмической области.

Компетенции (индикаторы): ОПК-3, ОПК-5

6. Влияние продольного градиента давления и отрыв:

Требуется объяснить, как продольный градиент давления влияет на пограничный слой и возникновение отрыва. Описать, что происходит в точке отрыва.

Привести расширенное решение.

Время выполнения – 45 мин.

Ожидаемый результат:

Продольный градиент давления: Изменение давления вдоль направления течения $\frac{dp}{dx}$.

Благоприятный градиент давления $\left(\frac{dp}{dx} < 0\right)$: Давление уменьшается по направлению течения. Он ускоряет поток в пограничном слое, уменьшает его толщину и делает его более устойчивым к отрыву.

Неблагоприятный градиент давления $\left(\frac{dp}{dx} > 0\right)$: Давление увеличивается по направлению течения. Он замедляет поток в пограничном слое, увеличивает его толщину и способствует возникновению отрыва.

Влияние на профиль скорости: Неблагоприятный градиент давления приводит к тому, что профиль скорости вблизи стенки становится менее полным и более искривленным. Скорость вблизи стенки уменьшается.

Отрыв пограничного слоя: Отрыв происходит, когда неблагоприятный градиент давления настолько силен, что поток вблизи стенки замедляется до нуля, и возникает обратное течение.

Точка отрыва:

Касательное напряжение на стенке становится равным нулю: $\tau_w = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right) \Big|_{y=0} = 0$.

Градиент скорости на стенке равен нулю: $\left(\frac{\partial u}{\partial y} \right) \Big|_{y=0} = 0$.

За точкой отрыва образуется область обратного течения и пограничный слой отделяется от поверхности, образуя вихревую область.

Вывод: Неблагоприятный градиент давления является ключевым фактором, приводящим к отрыву пограничного слоя. В точке отрыва касательное напряжение на стенке и градиент скорости обращаются в ноль.

Ответ: Неблагоприятный градиент давления является ключевым фактором, приводящим к отрыву пограничного слоя. В точке отрыва касательное напряжение на стенке и градиент скорости обращаются в ноль.

Критерии оценивания:

– объяснение влияния продольного градиента давления на пограничный слой и возникновение отрыва;

– описание происходящего в точке отрыва.

Компетенции (индикаторы): ОПК-3, ОПК-5

7. Метод Кармана-Польгаузена:

Задан полиномиальный профиль скорости четвертой

степени: $u(y) = U \left(a \left(\frac{y}{\delta} \right) + b \left(\frac{y}{\delta} \right)^2 + c \left(\frac{y}{\delta} \right)^3 + d \left(\frac{y}{\delta} \right)^4 \right)$, где U - скорость внешнего

потока, δ - толщина пограничного слоя, a, b, c, d - константы.

Требуется применить метод Кармана-Польгаузена для оценки толщины ламинарного пограничного слоя на плоской пластине.

Привести расширенное решение.

Время выполнения – 45 мин.

Ожидаемый результат:

Граничные условия:

$$y = 0: u = 0, \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0 \text{ (на стенке)}$$

$$y = \delta: u = U, \frac{\partial u}{\partial y} = 0 \text{ (на внешней границе)}$$

Определение констант: Подставляя граничные условия в выражение для $u(y)$ и его производные, получим:

$$a = 2, b = 0, c = -2, d = 1. \text{ Тогда } u(y) = U \left(2 \left(\frac{y}{\delta} \right) - 2 \left(\frac{y}{\delta} \right)^3 + \left(\frac{y}{\delta} \right)^4 \right)$$

Интегральное соотношение Кармана для плоской пластины $\left(\frac{dp}{dx} = 0 \right)$:

$$\frac{d}{dx}(U^2 \delta^*) = \frac{\tau_w}{\rho}$$

Вычисление толщины потери импульса:

$$\delta^* = \int_0^\delta \left(\frac{u}{U} \right) \left(1 - \frac{u}{U} \right) dy = \int_0^\delta (2\eta - 2\eta^3 + \eta^4)(1 - 2\eta + 2\eta^3 - \eta^4) d\eta$$

После интегрирования получим:

$$\delta^* = \frac{37}{315} \delta$$

Вычисление касательного напряжения на стенке:

$$\tau_w = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right) \Big|_{y=0} = \mu U \left(\frac{2}{\delta} \right)$$

Подстановка в интегральное соотношение Кармана:

$$\frac{d}{dx} \left(U^2 \frac{37}{315} \delta \right) = \frac{\mu U \frac{2}{\delta}}{\rho} \Rightarrow \frac{37}{315} U^2 \frac{d\delta}{dx} = \frac{2\mu U}{\rho \delta}$$

Решение дифференциального уравнения:

$$\delta d\delta = \frac{630}{37} \left(\frac{\nu}{U} \right) dx \Rightarrow \delta^2 = \frac{1260}{37} \left(\frac{\nu x}{U} \right) + C$$

Примем, что $\delta(0) = 0$, тогда $C = 0$.

$$\delta^2 = \left(\frac{1260}{37}\right)\left(\frac{\nu x}{U}\right) \Rightarrow \delta = \sqrt{\frac{1260}{37}} \sqrt{\frac{\nu x}{U}} \approx 5.83 \sqrt{\frac{\nu x}{U}} \Rightarrow \delta = \frac{5.83x}{\sqrt{\frac{Ux}{\nu}}} = \frac{5.83x}{\sqrt{Re_x}}$$

Получили оценку для толщины ламинарного пограничного слоя на плоской пластине: $\delta = \frac{5.83x}{\sqrt{Re_x}}$. Этот результат близок к точному решению Блазиуса

$\left(\delta \approx \frac{5x}{\sqrt{Re_x}}\right)$, что показывает эффективность метода Кармана-Польгаузена.

Ответ: $\delta = \frac{5.83x}{\sqrt{Re_x}}$.

Критерии оценивания:

– нахождение оценки толщины ламинарного пограничного слоя на плоской пластине.

Компетенции (индикаторы): ОПК-3, ОПК-5

8. Аналогия между теплопередачей и сопротивлением:

Требуется объяснить аналогию между теплопередачей и сопротивлением тела в потоке вязкого газа. Как связаны число Нуссельта (Nu), число Рейнольдса (Re) и число Прандтля (Pr).

Привести расширенное решение.

Время выполнения – 45 мин.

Ожидаемый результат:

Суть аналогии:

Существует формальная аналогия между процессами переноса импульса (вязкость) и переноса тепла. Оба процесса связаны с диффузией соответствующих величин (импульса и энергии) в пограничном слое.

Сопротивление тела: Сопротивление тела определяется касательным напряжением на стенке (τ_w), которое связано с градиентом скорости в пограничном слое (вязкостью).

Теплопередача: Теплопередача определяется тепловым потоком (q), который связан с градиентом температуры в пограничном слое (теплопроводностью).

Числа подобия: Безразмерные числа характеризуют интенсивность этих процессов:

Число Рейнольдса (Re): $Re = \frac{\rho UL}{\mu}$ (отношение инерционных сил к вязким силам).

Число Нуссельта (Nu): $Nu = \frac{hL}{k}$ (отношение конвективного теплообмена к кондуктивному), где h - коэффициент теплоотдачи, k - теплопроводность.

Число Прандтля (Pr): $Pr = \frac{\nu}{a} = \frac{\mu_{cp}}{k}$ (отношение диффузивности импульса к диффузивности тепла), где ν - кинематическая вязкость, a - коэффициент температуропроводности, c_p - удельная теплоемкость.

Связь между Nu , Re и Pr (пример): для ламинарного пограничного слоя на плоской пластине существует приближенная зависимость: $Nu \approx 0.32 \cdot Re^{\frac{1}{2}} \cdot Pr^{\frac{1}{3}}$. Эта формула показывает, что теплопередача увеличивается с ростом Re и Pr .

Вывод: Аналогия между теплопередачей и сопротивлением тела позволяет использовать результаты, полученные для одной задачи, для оценки характеристик другой. Числа Nu , Re и Pr являются ключевыми параметрами, определяющими интенсивность этих процессов.

Ответ: Аналогия между теплопередачей и сопротивлением тела позволяет использовать результаты, полученные для одной задачи, для оценки характеристик другой. Числа Nu , Re и Pr являются ключевыми параметрами, определяющими интенсивность этих процессов.

Критерии оценивания:

- объяснение аналогии между теплопередачей и сопротивлением тела в потоке вязкого газа;
- объяснение связи чисел Нуссельта (Nu), Рейнольдса (Re) и Прандтля (Pr).

Компетенции (индикаторы): ОПК-3, ОПК-5

Экспертное заключение

Представленный фонд оценочных средств (далее - ФОС) по дисциплине «Динамика вязкой жидкости» соответствует требованиям ГОС ВО.

Предлагаемые формы и средства текущего и промежуточного контроля адекватны целям и задачам реализации основной образовательной программы по направлению подготовки 01.03.03 Механика и математическое моделирование.

Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающегося представлены в полном объеме.

Виды оценочных средств, включенные в представленный фонд, отвечают основным принципам формирования ФОС.

Разработанный и представленный для экспертизы фонд оценочных средств рекомендуется к использованию в процессе подготовки бакалавров, по указанному направлению.

Председатель учебно-методической
комиссии института транспорта и логистики



Е.И. Иванова

Лист изменений и дополнений

№ п/п	Виды дополнений и изменений	Дата и номер протокола заседания кафедры (кафедр), на котором были рассмотрены и одобрены изменения и дополнения	Подпись (с расшифровкой) заведующего кафедрой (заведующих кафедрами)