# Комплект оценочных материалов по дисциплине «Прямые методы в математической физике»

### Задания закрытого типа

#### Задания закрытого типа на выбор правильного ответа

1. Выберите один правильный ответ

Определить *порядок* ДУ в частных производных для функции :

А)

Б) 1

В) 2

Правильный ответ: В

Компетенции: ПК-2

2. Выберите один правильный ответ

Определить знакпараметра ДУ в частных производных для функции : 

А)

Б) =+1

В) =–1

Правильный ответ: Б

Компетенции: ПК-2

3. Выберите один правильный ответ

Определить якобиан , :

А) –

Б)

В) 

Правильный ответ: В

Компетенции: ПК-2

#### Задания закрытого типа на установление соответствия

1. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Вид дифференциального уравнения |  | Уравнение характеристик |
| 1) | , ; | А) |  |
| 2) |  | Б) |  |
| 3) |  | В) | =0 |

Правильный ответ:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 1 | 2 | 3 |
| Б | В | А |

Компетенции: ПК-2

2. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Общий вид уравнения |  | Канонический вид |
| 1) |  | А) |  |
| 2) |  | Б) |  |
| 3) |  | В) |  |

Правильный ответ:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 1 | 2 | 3 |
| Б | В | А |

Компетенции: ПК-2

3. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | ДУ в канонической форме |  | Название |
| 1) | , | А) | уравнение теплопроводности |
| 2) | , | Б) | стационарное уравнение теплопроводности |
| 3) | , | В) | уравнение колебаний |

Правильный ответ:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 1 | 2 | 3 |
| В | А | Б |

Компетенции: ПК-2

4. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Постановка задачи: найти решение ДУ |  | Ответ |
| 1) |  | А) | , где  – произвольные функции |
| 2) |  | Б) | +*φ(x)+* |
| 3) |  | В) | ,  , где *φ(x),*  – произвольные функция |

Правильный ответ:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 1 | 2 | 3 |
| В | А | Б |

Компетенции: ПК-2

#### Задания закрытого типа на установление правильной последовательности

1. Расположите ДУ в направлении возрастания их порядка:

А)

Б)

В)

Г) –

Правильный ответ: А, Г, Б, В

Компетенции: ПК-2

2. Расположите ДУ в порядке возрастания параметра :

А)

Б)

В)

Правильный ответ: А, В, Б

Компетенции: ПК-2

3. Расположите ДУ в порядке возрастания суммарного числа начальных и граничных условий:

А)

Б)

В)

Правильный ответ: Б, В, А

Компетенции: ПК-2

4. Расположите ДУ в порядке возрастания возможных значений параметра :

А)

Б)

В)

Правильный ответ: Б, В, А

Компетенции: ПК-2

### Задания открытого типа

#### Задания открытого типа на дополнение

1. Напишите пропущенное слово (словосочетание).

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ называют такие методы (Эйлера, Ритца, Галеркина, конечных разностей, конечных элементов) решения задач теории дифференциальных и интегральных уравнений, которые сводят эти задачи к конечным системам алгебраических уравнений.

Правильный ответ:прямыми.

Компетенции: ПК-2

2. Напишите пропущенное слово (словосочетание).

Простейшую задачу вариационного исчисления называют задачей с \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ и символически записывают в виде

𝐽[𝑦(𝑥)] = → 𝑒𝑥𝑡𝑟; 𝑦(𝑎) = , 𝑦(𝑏) = .

Правильный ответ: закрепленными концами.

Компетенции: ПК-2

3. Напишите пропущенное слово (словосочетание).

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ – функции (кривые) 𝑦(𝑥) ∈ 𝑀, где 𝑀 = { 𝑦(𝑎)} – множество, на котором идет поиск локального экстремума.

Правильный ответ:допустимые.

Компетенции: ПК-2

4. Напишите пропущенное слово (словосочетание).

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ принято называть допустимую функцию 𝑦̂(𝑥), которая удовлетворяет уравнению Эйлера

Правильный ответ:экстремалью.

Компетенции: ПК-2

5. Напишите пропущенное слово (словосочетание).

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_, заданном на некотором множестве *М* называют отображение *J: М ⟶ R* множества *М* в множество *R* действительных чисел.

Правильный ответ: функционалом.

Компетенции: ПК-2

#### Задания открытого типа с кратким свободным ответом

1. Пусть ортонормальная система элементов в бесконечномерном евклидовом пространстве .Тогда расстояние равно \_\_\_\_\_\_\_\_\_ *(Ответ запишите в виде числа)*

Правильный ответ: .

Компетенции: ПК-2

2. Коэффициенты ряда Фурье по ортонормальной системе элементов для произвольного элемента равны \_\_\_\_\_\_\_\_\_ *(Ответ запишите в виде формулы)*

Правильный ответ: .

Компетенции: ПК-2

3. Пусть – гильбертово пространство и полная ортонормальная система элементов в *.* Если – такой элемент, что , , то равен \_\_\_\_\_\_\_\_\_ *(Ответ запишите в виде числа)*

Правильный ответ: 0.

Компетенции: ПК-2

4. Если ортонормальная система элементов в бесконечномерном евклидовом пространстве и – произвольное фиксированное натуральное число. Тогда, если линейная комбинация , то все коэффициенты равны \_\_\_\_\_\_\_\_\_ *(Ответ запишите в виде числа)*

Правильный ответ: 0.

Компетенции: ПК-2

5. Найти скалярное произведение векторов и *(Ответ запишите в виде числа)*

Правильный ответ: .

Компетенции: ПК-2

#### Задания открытого типа с развернутым ответом

1. Решить задачу, используя формализм прямых методов в математической физике:

Найти экстремаль функционала

Привести расширенное решение.

Время выполнения – 30 мин.

Критерии оценивания:

– построение уравнения Эйлера;

– построение функции Вейерштрасса;

– определение решения основной задачи;

Ожидаемый результат:

1. Запишем уравнение Эйлера

или

Найдем общее решение уравнения Эйлера, интегрируя последовательно

обе части уравнения. В результате получим следующее решение

Граничным условиям

,

=26

удовлетворяет экстремаль

2. На промежутке [1,3] данная экстремаль может быть включена в центральное поле экстремалей 𝑦(𝑥,

Функция Вейерштрасса

знакоопределена при любых , т.е. сохраняет знак в сильной окрестности кривой.

3. Следовательно, выполнено достаточное условие Вейерштрасса, и экстремаль доставляет сильный минимум.

Ответ: .

Компетенции: ПК-2

2. Решить задачу, используя формализм прямых методов в математической физике (решение провести в компьютерном классе):

Определить нестационарные температурные поля в неограниченной пластине (алюминиевом сплаве) с теплофизическими свойствами:

, , ,

если на той же поверхности, при , задано изменение температуры

, ,,

а другая поверхность термически изолирована. Толщина плиты: *L*=10 см. Начальное распределение по всей пластине равно .

Привести расширенное решение.

Время выполнения – 30 мин.

Критерии оценивания:

– построение разностной схемы;

– использование специальной программы;

– анализ численных результатов.

Ожидаемый результат:

1. Для начала мы сформулируем проблему в дифференциальной форме. Поскольку распространение тепла на самом деле происходит по одной оси координат, то уравнение переноса будет одномерным:

,

при этом *a* – коэффициент теплопроводности определяется теплофизическими свойствами тела .

Начальные условия:

.

Граничные условия:

,

. (\*)

Формула (\*) описывает теплоизоляционную поверхность, где нулевой слой выходят за пределы пластины и температура на этом слое всегда равна .

Решение этой задачи аналитическими методами нецелесообразно, поскольку мы ставим перед собой цель найти простое практическое решение, которое применимо в инженерных расчетах и предпочтительно запрограммировано на COMPUTER. Например, решая проблему методом разделения переменных, мы получаем довольно громоздкое решение:



Решение в интегральной форме (преобразование Лапласа) имеет не менее громоздкий вид, но значительный недостаток, потому что довольно трудно создать программу нахождения оригинала по изображению.

В данном случае удобно использовать численные методы решения, в частности, метод конечных разностей.

2. Составляем задачу в виде конечной разницы (в соответствии с классической явной схемой). Тогда вновь получим дифференциально-разностное уравнение теплопроводности с граничными условиями:

.

;

,

.

при , где .

Этот метод обычно требует определенного объема однотипных вычислительных операций, поэтому была разработана программа на языке Паскаль.

Кратко можно описать приложение пользователя. После процедуры ввода данных, непосредственно рассчитывается температура поля пластины и выдаются табличные данные на экран. Составлена программа численного расчета температурного поля пластины. Таблица показывает значения температуры для любого сечения пластины. На графике отчетливо показано, как меняется температура вдоль пластины в зависимости от времени нагрева поверхности.

Ответ.

# Таблица и диаграмма температурного поля пластины при соблюдении условия устойчивости

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2000 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 600 | 4000 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 180 | 1440 | 6000 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 54 | 504 | 2430 | 8000 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 16,2 | 172,8 | 946,8 | 3523,2 | 10000 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 4,86 | 58,32 | 358,02 | 1487,52 | 4693,32 | 12000 |
| 0 | 0 | 0 | 1,458 | 19,44 | 132,192 | 606,96 | 2110,41 | 5923,584 | 14000 |
| 0 | 0 | 0,4374 | 6,4152 | 47,871 | 240,7968 | 915,565 | 2803,33 | 7202,557 | 16000 |
| 0 | 0,13122 | 2,09952 | 17,0586 | 93,312 | 385,3494 | 1279,46 | 3556,77 | 8522,021 | 18000 |
| 0,039366 | 0,682344 | 5,996754 | 35,4469 | 158,0472 | 565,9723 | 1694,42 | 4363,15 | 9875,838 | 20000 |
| 0,22045 | 2,083774 | 13,23747 | 63,39194 | 243,6446 | 782,1291 | 2156,51 | 5216,34 | 11259,28 | 22000 |
| 0,713312 | 4,870886 | 24,9377 | 102,4214 | 351,1142 | 1032,897 | 2662,14 | 6111,27 | 12668,61 | 24000 |
| 1,746591 | 9,64366 | 42,16277 | 153,7841 | 481,0411 | 1317,136 | 3208,11 | 7043,74 | 14100,83 | 26000 |
| 3,591734 | 17,03027 | 65,89344 | 218,4748 | 633,6924 | 1633,599 | 3791,5 | 8010,17 | 15553,45 | 28000 |
| 6,545775 | 27,65766 | 97,0089 | 297,2657 | 809,099 | 1980,999 | 4409,73 | 9007,56 | 17024,43 | 30000 |
| 10,91561 | 42,12947 | 136,2806 | 390,7386 | 1007,119 | 2358,049 | 5060,46 | 10033,3 | 18512,04 | 32000 |
| 17,00508 | 61,01064 | 184,3727 | 499,3153 | 1227,484 | 2763,493 | 5741,58 | 11085,1 | 20014,8 | 34000 |
| 25,10522 | 84,81758 | 241,8468 | 623,2831 | 1469,836 | 3196,117 | 6451,2 | 12160,9 | 21531,44 | 36000 |



Компетенции: ПК-2