**Комплект оценочных материалов по дисциплине  
«Математическое моделирование сложных систем»**

### Задания закрытого типа

**Задания закрытого типа на выбор правильного ответа**

1. Выберите один правильный ответ

Математическое моделирование используется для:

А) упрощения поставленной задачи

Б) поиска физической модели

В) принятия решения в рамках поставленной задач

Г) изучения свойств реальных объектов в рамках поставленной задачи

Правильный ответ: Г

Компетенции: ПК-1, ПК-3

2. Выберите один правильный ответ

Модель отражает:

А) существенные признаки моделируемого объекта в соответствии с целью моделирования

Б) существенные признаки объекта

В) некоторые из существующих признаков объекта

Г) все существующие признаки объекта

Правильный ответ: А

Компетенции: ПК-1, ПК-3

3. Выберите один правильный ответ

Построение математической модели начинается с

А) построения алгоритма, моделирующего поведение объекта

Б) анализа взаимосвязей моделируемого объекта

В) построения и анализа простейшей математической модели, рассматриваемого объекта

Г) поиска закономерностей поведения объекта

Правильный ответ: В

Компетенции: ПК-1, ПК-3

4. Выберите один правильный ответ

Какие процессы должны отражать математические модели в задачах исследования поведения реальных объектов или процессов

А) реальные физические нелинейные процессы, протекающие в реальных объектах

Б) реальные математические нелинейные процессы

В) реальные физические линейные процессы.

Г) реальные математические линейные процессы

Правильный ответ: А

Компетенции: ПК-1, ПК-3

5. Выберите один правильный ответ

Какими знаниями необходимо обладать для построения математической модели в прикладных задачах?

А) только специальными знаниями об объекте

Б) только математическими знаниями

В) специальными знаниями об моделируемом объекте и математическими знаниями

Г) только физическими знаниями

Правильный ответ: В

Компетенции: ПК-1, ПК-3

#### Задания закрытого типа на установление соответствия

1. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

Основные этапы математического моделирования

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Этапы |  | Содержание этапа |
| 1) | Построение модели | А) | на этом этапе задается некоторый определенный объект — явление природы, конструкция, экономический план, производственный процесс и т. д. Сначала выявляются основные особенности явления и связи между ними на качественном уровне. Затем найденные качественные зависимости формулируются на языке математики |
| 2) | Решение математической задачи, к которой приводит модель | Б) | на этом этапе большое внимание уделяется разработке алгоритмов и численных методов решения задачи на ЭВМ, при помощи которых результат может быть найден с необходимой точностью и за допустимое время. |
| 4) | Модификация модели | Г) | на этом этапе происходит либо усложнение модели, чтобы она была более адекватной действительности, либо ее упрощение ради достижения практически приемлемого решения |
| 3) | Проверка адекватности модели | В) | на этом этапе выясняется, согласуются ли результаты эксперимента с теоретическими следствиями из модели в пределах определенной точности |

Правильный ответ:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 1 | 2 | 3 | 4 |
| А | Б | Г | В |

Компетенции: ПК-1, ПК-3

2. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

Каждому методу поставить в соответствие его базовый принцип

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Метод |  | Базовый принцип |
| 1) | Вариационные методы | А) | Минимизация суммы квадратов отклонений |
| 2) | Метод Монте-Карло | Б) | Замена производных разностными аналогами |
| 3) | Метод конечных разностей | В) | Использование случайных чисел для решения задач |
| 4) | Метод наименьших квадратов | Г) | Минимизация функционала энергии |

Правильный ответ:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 1 | 2 | 3 | 4 |
| Г | В | Б | А |

3. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

Принципы построения математических моделей

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Наименование принципа |  | Содержание  принципа |
| 1) | Принцип информационной достаточности | А) | При полном отсутствии информации об исследуемой системе построение ее модели невозможно.  При наличии полной информации о системе ее моделирование лишено смысла. Определяет некоторый критический уровень априорных сведений о системе при достижении которого может быть построена ее адекватная модель. |
| 2) | Принцип осуществимости | Б) | Состоит в том, что создаваемая модель должна обеспечивать достижение поставленной цели исследования с вероятностью, существенно отличающейся от нуля, и за конечное время. |
| 3) | Принцип агрегирования | В) | Является ключевым. Создаваемая модель должна отражать в первую очередь те свойства реальной системы (или явления), которые влияют на выбранный  показатель эффективности. Соответственно при использовании любой конкретной модели познаются  лишь некоторые стороны реальности. |
| 4) | Принцип множественности моделей | Г) | Заключается в том, что ложную систему можно представить состоящей из агрегатов (подсистем), для адекватного математического описания которых оказываются пригодными некоторые  стандартные математические схемы. |

Правильный ответ:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 1 | 2 | 3 | 4 |
| А | Б | Г | В |

Компетенции: ПК-1, ПК-3

4. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

Формы представления математических моделей

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Форма представления |  | Содержание |
| 1) | Аналитическая форма | А) | Запись модели выполняется в виде явных, неявных, параметрических функций, интегральных и дифференциальных уравнений или других аналитических выражений, связывающих управляемые и неуправляемые переменные и цель моделирования. |
| 2) | Алгоритмическая форма | Б) | Модель представляется в формализованном виде, т.е. в виде точного предписания последовательности некоторой системы операций над исходными данными с целью получения результата. |
| 3) | Графическая форма | В) | Это представление моделируемого объекта на некотором графическом языке, например, на языке эквивалентных схем, диаграмм, языке графов и т. д. |
| 4) | Цифровая форма | Г) | Упорядоченный набор {множество Y} чисел из некоторого допустимого множества значений и алгоритм (правило), который множеству {Y} ставит в соответствие некоторую такую функцию F, что эта функция представляет исходный объект в соответствии с критериями качества моделирования. Эта форма характеризуется свойствами набора {Y} и сложностью алгоритма. |

Правильный ответ:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 1 | 2 | 3 | 4 |
| А | Б | В | Г |

Компетенции: ПК-1, ПК-3

5. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

Приемы упрощения математических моделей

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Наименование приёма |  | Содержание |
| 1) | Упрощение уравнений | А) | Включает виды упрощений, основанные на особенностях движений моделируемых объектов, которые позволяют уменьшить количество искомых переменных математической модели |
| 2) | Упрощение движений | Б) | Основными способами являются:  – переход к безразмерным величинам (с помощью замены переменных)  – приближенная замена переменных величин постоянными значениями;  – пренебрежение малыми членами. |
| 3) | Линеаризация | В) | Математические модели имеют наиболее простой вид математического описания, а также наиболее простые способы вычисления, в том случае, когда они линейные. Могут быть представлены как алгебраическими уравнениями, так и дифференциальными, методы решения которых хорошо разработаны |
| 4) | Метод малого параметра | Г) | Применяется при аналитическом виде математического описания и основывается на разложении в ряд Тейлора искомого решения. Начинается применение метода с анализа вида аналитической зависимости и выявления малых членов. Цель такого анализа заключается в получении уравнения, простого для решения, которое не содержит этих малых членов. |

Правильный ответ:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 1 | 2 | 3 | 4 |
| Б | А | В | Г |

Компетенции: ПК-1, ПК-3

**Задания закрытого типа на установление правильной последовательности**

1. Укажите правильную последовательность реализации процедур формирования математической модели:

А) Формализованное описание процесса или объекта

Б) Разработка математического описания

В) Выбор метода решения, разработка алгоритма расчета

Г) Проведение численных исследований

Правильный ответ: А, Б, В, Г

Компетенции: ПК-1, ПК-3

2. Укажите правильную последовательность реализации следующих основных действий при математическом моделировании процессов или объектов.

А) Формулирование законов, связывающих основные объекты модели, результат - запись в математических терминах сформулированных качественных представлений о связях между объектами модели

Б) Исследование математических задач, к которым приводят математические модели для решения основной задачи – получение в результате анализа модели выходных данных (теоретических следствий) для сопоставления их с результатами наблюдений изучаемых явлений

В) Выяснение соответствия принимаемой (гипотетичной) модели критерию практики, т.е. выяснение вопроса о том, согласуется ли результат наблюдений с теоретическими следствиями модели в пределах точности наблюдений.

Г) Последующий анализ модели в связи с накоплением данных об изучаемых явлениях и модернизация модели

Правильный ответ: Г, А, Б, В

Компетенции: ПК-1, ПК-3

### Задания открытого типа

**Задания открытого типа на дополнение**

1. Напишите пропущенное слово (словосочетание).

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ – это линейное гиперболическое дифференциальное уравнение в частных производных, описывающее распространение малых поперечных колебаний струны.

Правильный ответ: Волновое уравнение

Компетенции: ПК-1, ПК-3

2. Напишите пропущенное слово (словосочетание).

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_– это совокупность математических объектов (чисел, символов, множеств и т. д.) и связей между ними, отражающих важнейшие для проектировщика свойства проектируемого технического объекта.

Правильный ответ: Математическая модель

Компетенции: ПК-1, ПК-3

3. Напишите пропущенное слово (словосочетание).

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ это — логико‑математическое описание объекта, которое может быть использовано для экспериментирования на компьютере в целях проектирования, анализа и оценки функционирования объекта.

Правильный ответ: Имитационная модель

Компетенции: ПК-1, ПК-3

4. Напишите пропущенное слово (словосочетание).

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_это — численный метод решения математических задач, при котором искомые величины представляют вероятностными характеристиками какого‑либо случайного явления, это явление моделируется, после чего нужные характеристики.

Правильный ответ: Статистическое моделирование

5. Напишите пропущенное слово (словосочетание).

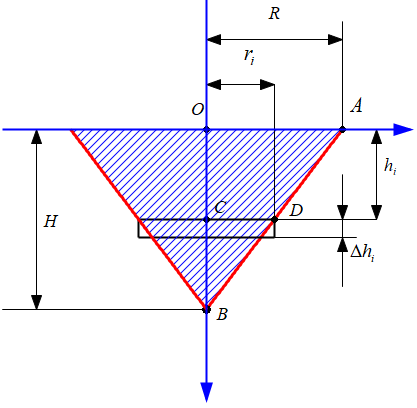
\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ **это —дифференциальное уравнение в частных производных второго порядка, которое моделирует распределение температуры в заданной области пространства и её изменение во времени.**

Правильный ответ: **Уравнение теплопроводности**

Компетенции: ПК-1, ПК-3

**Задания открытого типа с кратким свободным ответом**

1. Сформировать математическую модель процесса выкачки жидкости из резервуара и найти работу , которую нужно затратить, чтобы выкачать жидкость, имеющую плотность , из конического сосуда, обращенного вершиной вниз и имеющего радиус основания и высоту .



Правильный ответ: чтобы выкачать жидкость из заданного конического сосуда нужно затратить (ед. раб.) /

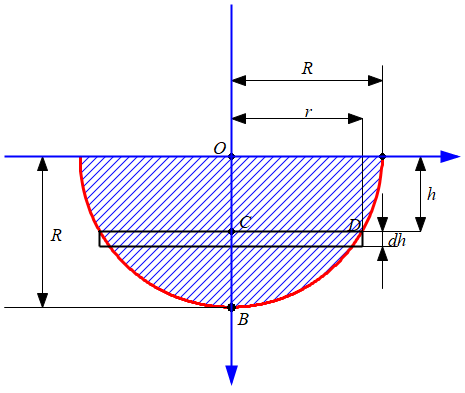
Компетенции: ПК-1, ПК-3

2. Сформировать математическую модель давления жидкости на вертикальную пластину и, воспользовавшись законом Паскаля давления жидкости на пластину о том, что это давление равно весу столба этой жидкости, имеющего основанием пластинку, а высотой – глубину ее погружения от свободной поверхности жидкости, т. е. где: - плотность жидкости; - ускорение свободного падения; - площадь пластинки; -глубина ее погружения, найти, с какой силой вода давит на вертикальный прямоугольный шлюз с основанием и высотой , если удельный вес воды равен ?

Правильный ответ: Вода давит на вертикальный прямоугольный шлюз с силой (ньютонов) / .

Компетенции: ПК-1, ПК-3

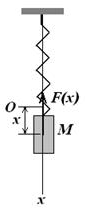
3. Сформировать математическую модель процесса выкачки жидкости из резервуара и найти работу , которую нужно затратить, чтобы выкачать жидкость из полусферического сосуда радиуса ?



Правильный ответ: чтобы выкачать жидкость из полусферического сосуда радиуса , нужно затратить (ед. работы) / .

Компетенции: ПК-1, ПК-3

4. Сформировать математическую модель процесса растяжения пружины и найти работу, которую нужно затратить, чтобы растянуть пружину на , если сила растягивает пружину на ?



Правильный ответ: для растяжения пружины на нужно затратить /

Компетенции: ПК-1, ПК-3

**Задания открытого типа с развернутым ответом**

1. Построить математическую модель распределения напряжения в колоне с переменным профилем сечения и на её основе решить задачу определения формы, которую должна иметь однородная вертикальная подкрановая колонна с квадратным поперечным сечением, чтобы давление от удерживаемого ею груза и её собственного веса, приходящееся на единицу площади горизонтального сечения, было всюду одинаково?

Привести расширенное решение.

Время выполнения – 0 мин.

Ожидаемый результат.

Удельный вес материала колонны равен , а сторона квадрата её верхнего основания равен .





Пусть сечение колонны вертикальной плоскостью, проходящей через её ось симметрии, имеет вид, изображенный на рисунке. Определим давление груза и собственного веса верхней отсеченной части колонны на единицу площади полученного горизонтального сечения (квадрат со стороной ).

Объём верхней отсеченной части колонны как объём тела c известным поперечным сечением (квадрат), равен

а её вес

Взяв отношение к площади сечения , получим давление на единицу площади этого сечения, которое по условию задачи должно быть равно давлению на единицу площади любого другого горизонтального сечения.

Давление на единицу площади верхнего основания колонны равно , что следует из условия задачи. Поэтому

Дифференцируя обе части этого равенства, получим дифференциальное уравнение кривой : .

Решая его как уравнение с разделяющимися переменными, найдём

Из условия при находим , что постоянная . Следовательно, уравнение кривой есть . Разрешая относительно у, будем иметь: , где .

При найденной форме колонны во всех её точках давление будет одинаково.

Критерии оценивания:

– анализ физических составляющий процесса распределения напряжения в произвольном сечении колонны и формирование условий постоянства давления в поперечном сечении колоны;

– вычисление формы колоны, у которой во всех её точках давление будет одинаково.

Компетенции: ПК-1, ПК-3

2. Построить математическую модель малых поперечных колебаний струны при следующих условиях.

1) Рассмотреть только такие колебания струны, в которых:

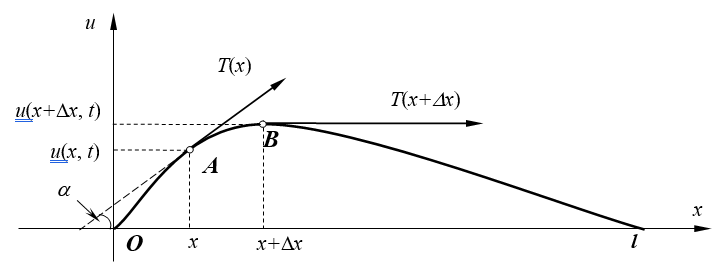
а) векторы смещения точек струны лежат в одной плоскости ;

б) вектор смещения перпендикулярен в любой момент времени к оси *Ох* (поперечные колебания), т.е. ;

в) ограничимся рассмотрением лишь малых колебаний струны, т.е. таких, в которых можно пренебречь квадратом величины (скорость изменения формы) в сравнении с единицей.

2) В рамках этой модели величину натяжения , возникающего в струне, можно считать не зависящей от времени и удлинением участков струны в процессе колебаний можно пренебречь. Следовательно, в силу закона Гука величина не зависит от времени, т.е. .

Справочная информация: предполагается, что на рассматриваемом участке невозмущенной струны его длина в начальный момент времени равна, а в некоторый момент времени . Тогда для малых колебаний



Привести расширенное решение.

Время выполнения – 30 мин.

Ожидаемый результат.

Составим уравнение движения малого участка струны *АВ* длинойΔ*x*. Его движение описывается вторым законом Ньютона: , в котором *т –* массаучастка ( – линейная плотность струны), – ускорение точек участка. Сила представляет собой равнодействующую внутренних и внешних сил, приложенных к рассматриваемому участку. Под внутренней силой понимается сила, действующая на элемент струны со стороны смежных с ним участков в точках и . Величина этой силы равна . Внешние силы, представляют собой воздействие на струну различных физических полей или тел. Результирующая этих сил может быть представлена в виде ( – линейная плотность внешних сил). Таким образом, смещение элемента *АВ* удовлетворяет уравнению

Проекция этого векторного равенства на ось *и*, с учетом соотношений и ,

приводит к уравнению

Деление последнего равенства на с последующим переходом к пределу при позволяет получить уравнение

В силу произвольности выбора точки *х* полученное уравнение будет справедливо для всех точек струны. Таким образом, это уравнение является искомым уравнениеммалых поперечных колебаний струны

Критерии оценивания:

– анализ физических составляющий процесса поперечных колебаний и построение его математической модели с использованием закона Гука;

– вывод дифференциального уравнения в частных производных, решение которого описывает этот процесс

Компетенции: ПК-1, ПК-3

3. Построить математическую модель вытекания жидкости из конического сосуда и на её основе решить следующую задачу. Два одинаковых сосуда имеют форму прямого кругового конуса с вертикальной осью. Их высота равна , а радиус основания – . Но вершина одного из конусов расположена вверху, а другого – внизу. Оба сосуда наполнены водой, которая вытекает через небольшие одинаковые отверстия внизу. Из какого сосуда вода вытечет быстрее.

(Справочная информация: Рекомендуется использовать формулу Торричелли**,** котораясвязывает скорость истечения [идеальной жидкости](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%98%D0%B4%D0%B5%D0%B0%D0%BB%D1%8C%D0%BD%D0%B0%D1%8F_%D0%B6%D0%B8%D0%B4%D0%BA%D0%BE%D1%81%D1%82%D1%8C) из малого отверстия в открытом сосуде с высотой жидкости над отверстием, а именно, , где – высота уровня воды над отверстием, – ускорение силы тяжести.)

Привести расширенное решение.

Время выполнения – 30 мин.

Ожидаемый результат.

Полагаем, что время , за которое уровень воды в первом или во втором сосуде понизится на величину , есть некоторая функция и найдём её дифференциал при изменении на величину .

Пусть понижению уровня воды в сосуде на соответствует малое приращение времени . Тогда, с учётом заданной формулы, объём воды, вытекшей за время через отверстие в дне площадью ,будет равен . За это же время объём воды в сосуде уменьшится на величину , которая должна быть равна объёму вытекшей воды . Отсюда, из равенства , получим:

Время полного опорожнения первого или второго сосуда получим, интегрируя в пределах от до :

Для вычисления этого интеграла выразим переменную через переменную . Из подобия треугольников имеем:

1) для первого сосуда ;

2) для второго сосуда .

Поэтому, время полного опорожнения первого сосуда будет

3) Время опорожнения второго сосуда выражается интегралом

Последний интеграл вычисляется с помощью подстановки .

Для сопоставления и  найдём их отношение .

Из первого сосуда вода вытечет значительно быстрее, чем из второго.

Критерии оценивания:

– анализ физических составляющий процесса вытекания жидкости из резервуара заданной формы;

– получение формулы для определения времени вытекания жидкости из сосуда с последующим её применением для заданных сосудов.

Компетенции: ПК-1, ПК-3

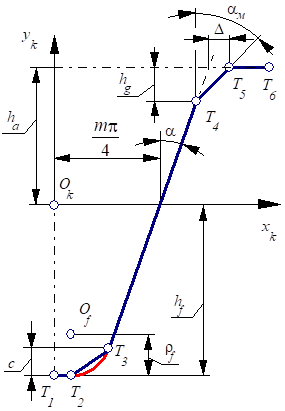
4. Построить математическую модель процесса обработки зубьев колес, которая служит инструментом построения картин обкатки.

Рассмотреть процесс при наличии следующих предположений:

а) профилирование впадины зуба колеса происходит в торцовом сечении колеса, то есть в сечении, перпендикулярном оси вращения колеса.

б) торцовый исходный производящий контур является модельным представлением производящей рейки инструмента.

(Справочная информация: предполагается, что моделирование производится в соответствии со следующей схемой расчета профиля производящего контура)



Привести расширенное решение.

Время выполнения – 45 мин.

Ожидаемый результат.

Исходный производящий контур целесообразно представлять как объединение двух симметричных полупрофилей, каждый из которых представляет собой список точек вещественной плоскости, координаты которых определяются в декартовой системе координат . В общем случае, алгоритм построения полупрофиля является следующим.

1. Определяются координаты точки .

, , (1)

где - модуль колеса.

2. Определяются координаты точек на дуге переходной окружности . Число точек на дуге окружности и угловой шаг между точками определяются исходя из заданной точности описания (мм)

, .(2)

Тогда координаты точек на дуге переходной кривой могут быть определены по формулам

, , ,(3)

где , - координаты центра дуги переходной окружности в системе координат . При будут получены координаты точки , при - координаты точки .

3. Если исходный профиль модифицирован, определяются координаты начальной точки участка модификации .

, ,(4)

4. Определяются координаты точки . В случае, если исходный профиль является модифицированным, определяется по формуле

, где , (5)

в противном случае

. (6)

Кроме того, в обоих случаях .

Координаты точки можно не определять, так как эта точка не участвует в формировании профиля зуба. Переход от нормального производящего контура к торцовому производится делением каждой из координат профиля нормального производящего контура на , где - угол наклона винтовой линии зуба нарезаемого колеса. Переход от правого полупрофиля к левому производится изменением знака координаты каждой из точек полупрофиля.

Критерии оценивания:

– анализ физических составляющий процесса нарезки зубьев в соответствии с приведенной схемой;

– построение алгоритма расчёта профиля зуба

Компетенции: ПК-1, ПК-3

5. Построить математическую модель и на её основе решить задачу вычисления работы силы трения в плоской сплошной пяте.

Привести расширенное решение.

Время выполнения – 30 мин.

Ожидаемый результат.

Пусть

– полное давление, передаваемое пятой;

- угловая скорость вращения вала;

- коэффициент трения;

- давление на единицу площади пяты.

1. Разбиваем трущуюся поверхность на элементарные кольца, ограниченные окружностями радиусов и . Их площадь равна . Если – есть давление в точке, отстоящей от центра на расстоянии , то на рассматриваемое кольцо будет действовать элементарная сила давления . Суммируя силы давления по всем кольцам, получаем равенство:

(1)

2. Определяем момент силы трения во вращающейся пяте относительно оси вращения, учитывая, что сила трения, развивающаяся в элементарном кольце и противодействующая вращению, будет равна . Тогда соответствующий ей элементарный момент выразится в виде произведения этой силы на плечо r = . Полный момент трения будет равен

Работа, производимая таким вращательным моментом, равна

(2)

3. По условию, отношение с Но Тогда const. Откуда const. Величина этой постоянной p определяется из условия (1):

Подставляя найденное значение p в (2), находим искомую работу

В частности, для сплошной пяты и .

Критерии оценивания:

– анализ физических составляющий процесса трения в пяте в предположении, что давление p распределяется по поверхности трения так, что работа сил трения, отнесенная к единице площади (изнашивание), сохраняет постоянную величину (пята старая и хорошо приработанная);

– вычисление работы переменной силы трения с целью получения искомого результата.

Компетенции: ПК-1, ПК-3