# Комплект оценочных материалов по дисциплине«Актуарная математика»

### Задания закрытого типа

#### Задания закрытого типа на выбор правильного ответа

1. Выберите один правильный ответ

Что такое суммарный риск в страховании?

А) Общий объем обязательств страховой компании по всем договорам

Б) Риск, связанный с одним конкретным договором страхования

В) Риск, который невозможно оценить

Г) Риск, связанный с перестрахованием

Правильный ответ: А

Компетенции: ОПК-1

2. Выберите один правильный ответ

Какой метод используется для оптимизации параметров рисковой ситуации?

А) Метод наименьших квадратов

Б) Метод Гаусса

В) Метод Ньютона

Г) Метод Монте-Карло

Правильный ответ: Г

Компетенции: ОПК-1

3. Выберите один правильный ответ

Какой из параметров оптимизируется при перестраховании?

А) Размер страхового взноса

Б) Размер собственного удержания

В) Размер страховой суммы

Г) Срок действия договора

Правильный ответ: Б

Компетенции: ОПК-1

4. Выберите один правильный ответ

Страховая сумма по договору составляет $500000$ рублей. Тарифная ставка – $1,5 \%$. Определить размер страхового взноса в рублях.

А) $25000$

Б) $7500$

В) $5000$

Г) $15000$

Правильный ответ: Б

Компетенции: ОПК-1

5. Выберите один правильный ответ

По договору страхования установлена безусловная франшиза в размере $10000$ рублей. Убыток составил $25000$ рублей. Какую сумму в рублях выплатит страховая компания?

А) $10000$

Б) $25000$

В) $35000$

Г) $15000$

Правильный ответ: Г

Компетенции: ОПК-1

#### Задания закрытого типа на установление соответствия

1. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Виды долгосрочного страхования |  | Характеристика вида |
| 1) | Пожизненное страхование | А) | Страховая сумма выплачивается при смерти застрахованного |
| 2) | Временное страхование на $n$ лет | Б) | Страховая сумма выплачивается при смерти застрахованного, но только если она произошла по истечении $m$ лет после заключения договора, в противном случае ничего не выплачивается |
| 3) | Отсроченное на $m$ лет пожизненное страхование | В) | Страховая сумма выплачивается, если застрахованный дожил до момента окончания действия договора, в противном случае ничего не выплачивается |
| 4) | Накопительное страхование (чистое дожитие) на $n$ лет | Г) | Страховая сумма выплачивается при смерти застрахованного, но только если она произошла в течение $n$ лет после заключения договора, в противном случае ничего не выплачивается |

Правильный ответ:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 1 | 2 | 3 | 4 |
| А | Г | Б | В |

Компетенции: ОПК-1

2. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Сумма убытка, тыс. руб.  |  | Сумма (тыс. руб.), которую выплатит перестраховщик, если страховая компания передала в перестрахование $30\%$ риска |
| 1) | $$200$$ | А) | 90 |
| 2) | $$300$$ | Б) | 150 |
| 3) | $$400$$ | В) | 120 |
| 4) | $$500$$ | Г) | $$60$$ |

Правильный ответ:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 1 | 2 | 3 | 4 |
| Г | А | В | Б |

Компетенции: ОПК-1

3. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Показатели таблицы смертности или дожития |  | Обозначение |
| 1) | Число доживших до возраста $x$ из каждых 100000 родившихся $x$ лет назад | А) | $$e(x)$$ |
| 2) | Среднее число живущих в интервале возраста от $x$ до $x+1$ лет | Б) | $$L\_{x}$$ |
| 3) | Число умерших в возрасте $x$ | В) | $$d\_{x}$$ |
| 4) | Средняя предстоящая продолжительность жизни населения, достигшего возраста $x$ лет | Г) | $$l\_{x}$$ |

Правильный ответ:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 1 | 2 | 3 | 4 |
| Г | Б | В | А |

Компетенции: ОПК-1

4. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Принцип расчета |  | Применение принципа |
| 1) | Принцип эквивалентности | А) | Учет стоимости денег во времени |
| 2) | Принцип пропорциональности | Б) | Равенство приведенных стоимости премий и выплат |
| 3) | Принцип дисконтирования | В) | Распределение риска между страхователями |
| 4) | Принцип усреднения | Г) | Расчет тарифа для краткосрочных договоров |

Правильный ответ:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 1 | 2 | 3 | 4 |
| Б | Г | А | В |

Компетенции: ОПК-1

5. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Понятие теории перестрахования |  | Описание понятия |
| 1) | Лонга | А) | Передача риска другому перестраховщику |
| 2) | Собственное удержание | Б) | Компания, передающая риск |
| 3) | Ретроцессия | В) | Часть риска, оставляемая цедентом |
| 4) | Цедент | Г) | Договор перестрахования на длительный срок |

Правильный ответ:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 1 | 2 | 3 | 4 |
| Г | В | А | Б |

Компетенции: ОПК-1

#### Задания закрытого типа на установление правильной последовательности

1. Установите последовательность нахождения актуарной стоимости обязательства:

А) Приведение всех платежей к начальному моменту времени

Б) Указание вероятности каждого платежа

В) Запись всех моментов времени, в которых предусмотрены платежи и величины платежей

Г) Расчет актуарной стоимости обязательства

Правильный ответ: В, А, Б, Г

Компетенции: ОПК-1

2. Страховой тариф составляет $1,5$ руб. на $100$ руб. страховой суммы. Расположите страховые суммы (руб.) в порядке убывания значений премий, которые им соответствуют:

А) $750$

Б) $800$

В) $850$

Г) $900$

Правильный ответ: Г, В, Б, А

Компетенции: ОПК-1

3. Установите последовательность расчета страхового взноса:

А) Учет надбавок за риск

Б) Определение страховой суммы

В) Оценка вероятности наступления страхового случая

Г) Расчет базовой ставки

Правильный ответ: В, Г, А, Б

Компетенции: ОПК-1

4. Установите последовательность оптимизации параметров рисковой ситуации:

А) Построение математической модели риска

Б) Определение целевой функции (минимизация убытков / максимизация прибыли)

В) Тестирование сценариев

Г) Выбор оптимальных параметров

Правильный ответ: Б, А, В, Г

Компетенции: ОПК-1

### Задания открытого типа

#### Задания открытого типа на дополнение

1. Напишите пропущенное слово (словосочетание).

Перестрахование, при котором цедент и перестраховщик делят премии и убытки пропорционально, называется \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

Правильный ответ: пропорциональным.

Компетенции: ОПК-1

2. Напишите пропущенное слово (словосочетание).

Франшиза, при которой страхователь самостоятельно покрывает ущерб ниже установленного уровня, называется \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

Правильный ответ: безусловной.

Компетенции: ОПК-1

3. Напишите пропущенное слово (словосочетание).

Совокупность данных о смертности населения, используемая для расчетов в страховании жизни, называется таблицами \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

Правильный ответ: смертности.

Компетенции: ОПК-1

4. Напишите пропущенное слово (словосочетание).

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ – это аннуитет, выплачиваемый в начале каждого периода.

Правильный ответ: пренумерандо.

Компетенции: ОПК-1

#### Задания открытого типа с кратким свободным ответом

1. Страховая компания оценила вероятность наступления страхового случая как $0,05$. Какова вероятность того, что страховой случай наступит дважды подряд? *(Ответ запишите в долях единицы)*

Правильный ответ: $0,0025$.

Компетенции: ОПК-1

2. Найдите вероятность того, что лицо в возрасте $30$ лет умрет между $32$ и $33$ годами, если $l\_{30}=99000$, $l\_{32}=98700$, $l\_{33}=98500$ *(Ответ запишите в виде числа с точностью до пяти знаков после запятой)*

Правильный ответ: $0,00202$.

Компетенции: ОПК-1

3. По договору срочного страхования жизни сроком на 5 лет страховая сумма составляет $1,5$ млн. рублей. Какую сумму получит страхователь, если страховой случай наступит через 3 года? *(Ответ запишите в млн. руб. в виде числа)*

Правильный ответ: $1,5$.

Компетенции: ОПК-1

4. Как называется разница между общей страховой премией и нетто-премией?

Правильный ответ: нагрузка.

Компетенции: ОПК-1

#### Задания открытого типа с развернутым ответом

1. Вероятность смерти в течение ближайшего года людей в возрасте $70$ и $71$ года соответственно равны $q\_{70}=0,04$ и $q\_{71}=0,05$. Рассчитать вероятность того, что человек, которому сейчас 70 лет, умрет в возрасте от $70,5$ до $71,5$ лет. Для аппроксимации функции выживания для дробных возрастов использовать предположение Балдуччи. Как изменится результат, если использовать предположение о равномерном распределении смертей?

Привести расширенное решение.

Время выполнения – 40 мин.

Критерии оценивания:

– определение вероятности смерти в пределах заданного возраста;

– аппроксимация функции выживания для дробных возрастов в предположении Балдуччи;

– аппроксимация функции выживания для дробных возрастов в предположение о равномерном распределении смертей.

Ожидаемый результат:

1. Искомая вероятность:

$$≡P(0,5<T-70<1,5\left|T>70)=\right.$$

$$=\frac{P(70,5<T<71,5)}{P(T>70)}=\frac{s\left(70,5\right)-s(71,5)}{s(70)}$$

2. Дальнейший расчет будет зависеть от сделанного предположения о характере смертности для нецелочисленных возрастов.

Предположение Балдуччи означает интерполяцию функции $\frac{1}{s(x)}$ для дробных значений $x$ линейными функциями:

$$\frac{1}{s(n+t)}=\frac{1-t}{s(n)}+\frac{t}{s(n+1)}, 0\leq t\leq 1$$

Отсюда можно получить явную формулу для $s(x)$ на отрезке $n\leq x\leq n+1$:

$$s\left(n+t\right)=\frac{s(n)∙s(n+1)}{\left(1-t\right)∙s\left(n+1\right)+t∙s(n)}=\frac{s(n+1)}{p\_{n}+t∙q\_{n}} ,$$

где $p\_{n}$ – вероятность того, что человек в возрасте $n$ лет проживет еще по меньшей мере один год, а $q\_{n}$ – вероятность того, что человек в возрасте $n$ лет умрет на протяжении этого года.

Используя эту формулу, можно аппроксимировать $s\left(70,5\right)$ величиной

$$\frac{s(71)}{p\_{70}+0,5∙q\_{70}}=\frac{s(71)}{0,98} ,$$

а $s\left(71,5\right)$ – величиной

$$\frac{s(72)}{p\_{71}+0,5∙q\_{71}}=\frac{s(72)}{0,975} $$

Таким образом, искомая вероятность равна

$$\frac{\frac{s(71)}{0,98}-\frac{s(72)}{0,975}}{s(70)}=\frac{s(71)}{s(70)}∙\frac{1}{0,98}-\frac{s(72)}{s(70)}∙\frac{1}{0,975}=\frac{p\_{70}}{0,98}-\frac{p\_{71}∙p\_{70}}{0,975}=$$

$$=\frac{0,96}{0,98}-\frac{0,95∙0,96}{0,975}≈4,42\%$$

3. Предположение о равномерном распределении смертей означает интерполяцию функции выживания $s(x)$ для дробных значений $x$ линейными функциями

$$s\left(n+t\right)=\left(1-t\right)∙s\left(n\right)+t∙s\left(n+1\right), 0\leq t\leq 1$$

Используя эту формулу, можно аппроксимировать $s\left(70,5\right)$ величиной $0,5∙s\left(70\right)+0,5∙s\left(71\right)$, а $s\left(71,5\right)$ – величиной $0,5∙s\left(71\right)+0,5∙s\left(72\right)$.

Поэтому искомая вероятность равна

$0,5∙\frac{s\left(70\right)+s\left(71\right)-s\left(71\right)-s(72)}{s\left(70\right)}=0,5∙\left(1-\frac{s\left(72\right)}{s\left(70\right)}\right)=0,5∙\left(1-p\_{71}∙p\_{70}\right)=$

$$=0,5∙\left(1-0,95∙0,96\right)=4,4\%$$

Таким образом, предположение о равномерном распределении смертей привело к незначительному уменьшению искомой вероятности.

Ответ: Вероятность того, что человек, которому сейчас 70 лет, умрет в возрасте от $70,5$ до $71,5$ лет, в предположении Балдуччи равна $4,42\%$. Предположение о равномерном распределении смертей привело к незначительному уменьшению искомой вероятности до $4,4\%$.

Компетенции: ОПК-1

2. Страховая компания перестраховала свой портфель автострахования объемом $800$ тыс. руб. договором эксцедента сумм на следующих условиях: собственное удержание – $200$ тыс. руб.; лимит эксцедента сумм – $4$ линии. Достаточен ли объем покрытия, приобретенный страховой компанией? Пояснить почему. Рассчитать, как распределится страховая премия в размере $50$ тыс. руб. и убытки по договору в размере $500$ тыс. руб. между цедентом и перестраховщиком.

Привести расширенное решение.

Время выполнения – 30 мин.

Критерии оценивания:

– определение достаточности объема покрытия, приобретенного страховой компанией;

– расчет распределения страховой премии;

– нахождение количества товара $X, Y, Z$.

Ожидаемый результат:

1. Максимальный размер договора страхования, который на вышеизложенных условиях может заключить цедент, составляет:

$$200 \left(тыс.руб.\right)+4∙200 \left(тыс.руб.\right)=1 (млн.руб.) $$

Поэтому объем покрытия, приобретенный страховой компанией – цедентом, достаточен.

2. При заключении договора страхования на $800$ тыс. руб. распределение страховой суммы будет следующим.

Цедент оставит на собственном удержании $200$ тыс. руб., что составляет $\frac{200}{800}∙100\%=25\%$ страховой суммы.

Перестраховщик возьмет на свою ответственность оставшуюся сумму, так как она находится в пределах лимита ($4 \left(линии\right)∙200 (тыс.руб.)$), то есть 6$00$ тыс. руб., или $\frac{600}{800}∙100\%=75\%$.

Так как договоры эксцедента сумм являются договорами пропорционального перестрахования, то распределение страховой премии будет следующим.

Цедент получит $50 \left(тыс. руб.\right)∙0,25=12, 5 \left(тыс. руб.\right)$

Перестраховщик получит $50 \left(тыс. руб.\right)∙0,75=37, 5 \left(тыс. руб.\right)$

3. Убытки распределятся следующим образом.

Цедент выплатит $500 \left(тыс. руб.\right)∙0,25=125 \left(тыс. руб.\right)$

Перестраховщик выплатит $500 \left(тыс. руб.\right)∙0,75=375 \left(тыс. руб.\right)$

Ответ: Объем покрытия, приобретенный страховой компанией, является достаточным. Распределение страховой премии будет следующим: цедент получит $12, 5 тыс. руб.$, а перестраховщик $37, 5 тыс. руб.$ Убытки распределятся следующим образом: цедент выплатит $125 тыс. руб.$, а перестраховщик $375 тыс. руб.$

Компетенции: ОПК-1