**Комплект оценочных материалов по дисциплине**

**«****Теория групп»**

**Задания закрытого типа**

**Задания закрытого типа на выбор правильного ответа**

1. *Выберите один правильный ответ*

Какие из перечисленных множеств образуют группу:

А) множество корней -й степени из единицы относительно операции сложения.

Б) множество четных чисел относительно операции сложения.

В) множество нечетных целых чисел относительно операции умножения.

Г) неотрицательные целые числа относительно операции сложения.

Правильный ответ: Б, В

Компетенции (индикаторы): ПК-1 (ПК-1.1, ПК-1.2, ПК-1.3, ПК-1.4)

2*. Выберите один правильный ответ*

Если в класс сопряженных элементов входит более одного элемента, то он

А) может быть подгруппой группы;

Б) является подгруппой группы;

В) никогда не может быть подгруппой группы;

Г) в некоторых случаях может, в некоторых не может;

Правильный ответ: Б

Компетенции (индикаторы): ПК-1 (ПК-1.1, ПК-1.2, ПК-1.3, ПК-1.4)

3. *Выберите один правильный ответ*

Классы смежности

А) могут являться объединением нескольких классов сопряженных элементов;

Б) могут пересекаться с некоторыми классами сопряженных элементов;

В) не могут пересекаться друг с другом

Г) могут пересекаться друг с другом;

Правильный ответ: В

Компетенции (индикаторы): ПК-1 (ПК-1.1, ПК-1.2, ПК-1.3, ПК-1.4)

4. *Выберите один правильный ответ*

Число классов сопряженных элементов

А) может быть равно порядку группы;

Б) является делителем порядка группы;

В) всегда равно порядку группы;

Г) может быть меньше порядка группы;

Правильный ответ: В

Компетенции (индикаторы): ПК-1 (ПК-1.1, ПК-1.2, ПК-1.3, ПК-1.4)

5. *Выберите один правильный ответ*

Теорема Лагранжа заключается в том, что

А) порядок классов сопряженных элементов является делителем порядка группы;

Б) число классов сопряженных элементов превосходит числа ее подгрупп;

В) порядок подгруппы конечной группы является делителем порядка группы;

Г) число классов сопряженных элементов не превосходит числа ее подгрупп;

Правильный ответ: В

Компетенции (индикаторы): ПК-1 (ПК-1.1, ПК-1.2, ПК-1.3, ПК-1.4)

6. *Выберите один правильный ответ*

Число неэквивалентных неприводимых представлений группы

А) равно числу всех инвариантных подгрупп группы;

Б) может превышать порядок группы;

В) равно числу смежных классов некоторой инвариантной подгруппы;

Г) равно числу классов сопряженных элементов в этой группе

Правильный ответ: Г

Компетенции (индикаторы): ПК-1 (ПК-1.1, ПК-1.2, ПК-1.3, ПК-1.4)

7. *Выберите один правильный ответ*

Размерность любого неприводимого представления

А) может превышать порядок группы;

Б) является делителем порядка группы;

в) не совпадает с числом классов сопряженных элементов;

Г) входит столько раз, какова размерность этого представления;

Правильный ответ: Б

Компетенции (индикаторы): ПК-1 (ПК-1.1, ПК-1.2, ПК-1.3, ПК-1.4)

8. *Выберите один правильный ответ*

В регулярное представление группы ее каждое неприводимое представление

А) входит только один раз;

Б) входит столько раз, каков порядок этого представления;

В) может не входить вовсе;

Г) не может пересекаться ни с одним из классов сопряженных элементов;

Правильный ответ: Б

Компетенции (индикаторы): ПК-1 (ПК-1.1, ПК-1.2, ПК-1.3, ПК-1.4)

9. *Выберите один правильный ответ*

Теорема Бернсайда утверждает, что

А) максимальная размерность неприводимого представления не равна порядку группы;

Б) сумма размерностей всех неприводимых представлений группы равна порядку этой группы;

В); сумма квадратов размерностей всех неприводимых неэквивалентных представлений группы равна порядку этой группы;

Г) совпадает с числом классов сопряженных элементов;

Правильный ответ: В

Компетенции (индикаторы): ПК-1 (ПК-1.1, ПК-1.2, ПК-1.3, ПК-1.4)

10. *Выберите один правильный ответ*

В абелевой группе

А) число классов сопряженных элементов больше порядка группы;

Б) только некоторые элементы коммутируют друг с другом

В) число классов сопряженных элементов меньше порядка группы;

Г) все элементы коммутируют друг с другом;

Правильный ответ: Г

Компетенции (индикаторы): ПК-1 (ПК-1.1, ПК-1.2, ПК-1.3, ПК-1.4)

11. *Выберите один правильный ответ*

Характер представления описывается формулой

А)

Б)

В)

Г)

Правильный ответ: Б

Компетенции (индикаторы): ПК-1 (ПК-1.1, ПК-1.2, ПК-1.3, ПК-1.4)

11. *Выберите один правильный ответ*

Матрица, коммутирующая со всеми матрицами данного неприводимого представления, является

А) треугольной

Б**)** нулевой

В**)** кратной единичной матрице

Г) блочно-диагональной

Правильный ответ: В

Компетенции (индикаторы): ПК-1 (ПК-1.1, ПК-1.2, ПК-1.3, ПК-1.4)

**Задания закрытого типа на установление соответствия**

1. Установите правильное соответствие. *Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.*

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Сингония |  | Классы |
| 1) | Ромбическая | А) |  |
| 2) | Тетрагональная | Б) |  |
| 3) | Ромбоэдрическая | В) |  |
| 4) | Гексагональная | Г) |  |
| 5) | Кубическая | Д) |  |

Правильный ответ:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| Б | Г | В | Д | А |

Компетенции (индикаторы): ПК-1 (ПК-1.1, ПК-1.2, ПК-1.3, ПК-1.4)

2. Установите правильное соответствие. *Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.*

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Оператор |  | Соотношение |
| 1) | Оператор является *сопряженным* с линейным оператором , если | А) |  для всех  |
| 2) | Оператор является самосопряженным или эрмитовым, если он совпадает со своим сопряженным | Б) |  для всех  |
| 3) | Оператор называется унитарным оператором, если | В) |  для всех  |

Правильный ответ:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 1 | 2 | 3 |
| Б | В | А |

Компетенции (индикаторы): ПК-1 (ПК-1.1, ПК-1.2, ПК-1.3, ПК-1.4)

3. Установите правильное соответствие. *Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.*

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Физическая величина |  | Математическое выражение |
| 1) | Характер представления  | А) |  |
| 2) | Свойство ортогональности неприводимых представлений | Б) |  |
| 3) | Характер приводимого представления | В) |  |
| 4) | Критерий неприводимости представления | Г) |  |

Правильный ответ:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 1 | 2 | 3 | 4 |
| Б | А | Г | В |

Компетенции (индикаторы): ПК-1 (ПК-1.1, ПК-1.2, ПК-1.3, ПК-1.4)

**Задания закрытого типа на установление правильной последовательности**

*Установите правильную последовательность.*

*Запишите правильную последовательность букв слева направо.*

1. Установите правильную последовательность сингоний.

Запишите правильную последовательность букв слева направо.

А) моноклинная

Б) гексагональная

В) триклинная

Г) кубическая

Д) ромбическая

Е) тетрагональная

Ж) ромбоэдрическая

Правильный ответ: В, А, Д, Е, Ж, Б, Г

Компетенции (индикаторы): ПК-1

**Задания открытого типа**

**Задания открытого типа на дополнение**

1. *Напишите пропущенное слово (словосочетание)*

Группа, имеющая конечное число элементов , называется\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ .

Правильный ответ: конечной

Компетенции (индикаторы): ПК-1 (ПК-1.1, ПК-1.2, ПК-1.3, ПК-1.4)

2. *Напишите пропущенное слово (словосочетание)*

Группа, имеющая бесконечное число элементов, которые зависят от одного или нескольких параметров, называется\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ .

Правильный ответ: непрерывной

Компетенции (индикаторы): ПК-1 (ПК-1.1, ПК-1.2, ПК-1.3, ПК-1.4)

3. *Напишите пропущенное слово (словосочетание)*

Группа, которая может быть получена возведением в степень одного из элементов, называется \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ .

Правильный ответ: циклической

Компетенции (индикаторы): ПК-1 (ПК-1.1, ПК-1.2, ПК-1-3, ПК-1-4)

4. *Напишите пропущенное слово (словосочетание)*

Преобразование пространства, переводящее каждый вектор  в вектор , называется\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ .

Правильный ответ: инверсией

Компетенции (индикаторы): ПК-1 (ПК-1.1, ПК-1.2, ПК-1.3, ПК-1.4)

5. *Напишите пропущенное слово (словосочетание)*

Группы симметрии, элементы которых – все оси и плоскости симметрии – имеют по крайней мере одну точку пересечения, называются \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ .

Правильный ответ: точечными

Компетенции (индикаторы): ПК-1 (ПК-1.1, ПК-1.2, ПК-1.3, ПК-1.4)

6. *Напишите пропущенное слово (словосочетание)*

Две группы и называются\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_, если существует взаимнооднозначное соответствие между их элементами, сохраняющее закон умножения.

Правильный ответ: изоморфными

Компетенции (индикаторы): ПК-1 (ПК-1.1, ПК-1.2, ПК-1-.3, ПК-1.4)

7. *Напишите пропущенное слово (словосочетание)*

Если соответствие между элементами групп  и  не взаимнооднозначно, то эти группы называются \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ .

Правильный ответ: гомоморфными

Компетенции (индикаторы): ПК-1 (ПК-1.1, ПК-1.2, ПК-1.3, ПК-1.4)

8. *Напишите пропущенное слово (словосочетание)*

Множество, образованное инвариантной подгруппой  и всеми ее классами смежности, в которой  является единичным элементом, образует группу, которую называют \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

Правильный ответ: фактор-группой

Компетенции (индикаторы): ПК-1 (ПК-1.1, ПК-1.2, ПК-1.3, ПК-1.4)

**Задания открытого типа с кратким свободным ответом**

1. Напишите пропущенное слово (словосочетание)

Если все элементы группы коммутируют, т.е. для любых выполняется , то группа называется \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

Правильный ответ: абелевой / коммутативной

Компетенции (индикаторы): ПК-1 (ПК-1.1, ПК-1.2, ПК-1.3, ПК-1.4)

**Задания открытого типа с развернутым ответом**

1. Решите задачу. Приведите полное решение задачи.

Доказать, что равенство  является достаточным условием неприводимости представления.

Время выполнения – 15 мин.

Критерии оценивания: полное содержательное соответствие приведенному ниже пояснению.

Ожидаемый результат:

Решение. Характеры приводимого представления могут быть записаны в виде



где  – характеры неприводимых представлений, а  – кратности этих представлений. Используя свойство ортогональности характеров неприводимых представлений, мы получим



Правая часть этого равенства может равняться единице лишь в том случае, когда только одно из чисел  отлично от нуля и равно единице.

Компетенции (индикаторы): ПК-1 (ПК-1.1, ПК-1.2, ПК-1.3, ПК-1.4)

2. Решите задачу. Приведите полное решение задачи.

С помощью первой леммы Шура доказать, что сумма матриц неприводимого представления, соответствующих элементам одного класса, кратна единичной.

Время выполнения – 15 мин.

Критерии оценивания: полное содержательное соответствие приведенному ниже пояснению.

Ожидаемый результат:

Решение. Пусть  – любой фиксированный элемент группы, а элемент  пробегает некоторый класс . Тогда совокупность  снова дает нам весь класс. Переходя к неприводимому представлению группы матрицами , мы можем написать



или



Так как элемент  произволен, то согласно первой лемме Шура мы можем утверждать, что матрица  кратна единичной.

Компетенции (индикаторы): ПК-1 (ПК-1.1, ПК-1.2, ПК-1.3, ПК-1.4)