

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ЛУГАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ ВЛАДИМИРА ДАЛЯ»

Институт технологий и инженерной механики
Кафедра физики

УТВЕРЖДАЮ

Директор института технологий и
инженерной механики


Могильная Е.П.
« 25 » 02 2025 г.

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
по учебной дисциплине**

Теория групп

(наименование учебной дисциплины, практики)

03.03.02 Физика

(код и наименование направления подготовки (специальности))

«Физика»

(наименование профиля подготовки (специальности, магистерской программы); при отсутствии ставится прочерк)

Разработчик:

доцент  Харченко Е.И.

ФОС рассмотрен и одобрен на заседании кафедры физики

от 25 02 2025 г., протокол № 6

Заведующий кафедрой  Корсунов К.А.

Луганск 2025 г.

**Комплект оценочных материалов по дисциплине
«Теория групп»**

Задания закрытого типа

Задания закрытого типа на выбор правильного ответа

1. *Выберите один правильный ответ*

Какие из перечисленных множеств образуют группу:

- А) множество корней n -й степени из единицы относительно операции сложения.
- Б) множество четных чисел относительно операции сложения.
- В) множество нечетных целых чисел относительно операции умножения.
- Г) неотрицательные целые числа относительно операции сложения.

Правильный ответ: Б, В

Компетенции (индикаторы): ПК-1 (ПК-1.1, ПК-1.2, ПК-1.3, ПК-1.4)

2. *Выберите один правильный ответ*

Если в класс сопряженных элементов входит более одного элемента, то он

- А) может быть подгруппой группы;
- Б) является подгруппой группы;
- В) никогда не может быть подгруппой группы;
- Г) в некоторых случаях может, в некоторых не может;

Правильный ответ: Б

Компетенции (индикаторы): ПК-1 (ПК-1.1, ПК-1.2, ПК-1.3, ПК-1.4)

3. *Выберите один правильный ответ*

Классы смежности

- А) могут являться объединением нескольких классов сопряженных элементов;
- Б) могут пересекаться с некоторыми классами сопряженных элементов;
- В) не могут пересекаться друг с другом
- Г) могут пересекаться друг с другом;

Правильный ответ: В

Компетенции (индикаторы): ПК-1 (ПК-1.1, ПК-1.2, ПК-1.3, ПК-1.4)

4. *Выберите один правильный ответ*

Число классов сопряженных элементов

- А) может быть равно порядку группы;
- Б) является делителем порядка группы;
- В) всегда равно порядку группы;

Г) может быть меньше порядка группы;

Правильный ответ: В

Компетенции (индикаторы): ПК-1 (ПК-1.1, ПК-1.2, ПК-1.3, ПК-1.4)

5. *Выберите один правильный ответ*

Теорема Лагранжа заключается в том, что

А) порядок классов сопряженных элементов является делителем порядка группы;

Б) число классов сопряженных элементов превосходит числа ее подгрупп;

В) порядок подгруппы конечной группы является делителем порядка группы;

Г) число классов сопряженных элементов не превосходит числа ее подгрупп;

Правильный ответ: В

Компетенции (индикаторы): ПК-1 (ПК-1.1, ПК-1.2, ПК-1.3, ПК-1.4)

6. *Выберите один правильный ответ*

Число неэквивалентных неприводимых представлений группы

А) равно числу всех инвариантных подгрупп группы;

Б) может превышать порядок группы;

В) равно числу смежных классов некоторой инвариантной подгруппы;

Г) равно числу классов сопряженных элементов в этой группе

Правильный ответ: Г

Компетенции (индикаторы): ПК-1 (ПК-1.1, ПК-1.2, ПК-1.3, ПК-1.4)

7. *Выберите один правильный ответ*

Размерность любого неприводимого представления

А) может превышать порядок группы;

Б) является делителем порядка группы;

В) не совпадает с числом классов сопряженных элементов;

Г) входит столько раз, какова размерность этого представления;

Правильный ответ: Б

Компетенции (индикаторы): ПК-1 (ПК-1.1, ПК-1.2, ПК-1.3, ПК-1.4)

8. *Выберите один правильный ответ*

В регулярное представление группы ее каждое неприводимое представление

А) входит только один раз;

Б) входит столько раз, каков порядок этого представления;

В) может не входить вовсе;

Г) не может пересекаться ни с одним из классов сопряженных элементов;

Правильный ответ: Б

Компетенции (индикаторы): ПК-1 (ПК-1.1, ПК-1.2, ПК-1.3, ПК-1.4)

9. Выберите один правильный ответ

Теорема Бернсайда утверждает, что

А) максимальная размерность неприводимого представления не равна порядку группы;

Б) сумма размерностей всех неприводимых представлений группы равна порядку этой группы;

В); сумма квадратов размерностей всех неприводимых неэквивалентных представлений группы равна порядку этой группы;

Г) совпадает с числом классов сопряженных элементов;

Правильный ответ: В

Компетенции (индикаторы): ПК-1 (ПК-1.1, ПК-1.2, ПК-1.3, ПК-1.4)

10. Выберите один правильный ответ

В абелевой группе

А) число классов сопряженных элементов больше порядка группы;

Б) только некоторые элементы коммутируют друг с другом

В) число классов сопряженных элементов меньше порядка группы;

Г) все элементы коммутируют друг с другом;

Правильный ответ: Г

Компетенции (индикаторы): ПК-1 (ПК-1.1, ПК-1.2, ПК-1.3, ПК-1.4)

11. Выберите один правильный ответ

Характер представления $D(g)$ описывается формулой

А) $\sum_{g \in G} \chi^{(i)}(g) \bar{\chi}^{(j)}(g) = m \delta_{ij},$

Б) $\chi(g) = \sum_i D_{ii}(g) = \text{Sp } D(g).$

В) $\sum_s k_s \chi_s^{(i)} \bar{\chi}_s^j = m \delta_{ij},$

Г) $\chi(g) = \sum_j r_j \chi^{(j)}(g),$

Правильный ответ: Б

Компетенции (индикаторы): ПК-1 (ПК-1.1, ПК-1.2, ПК-1.3, ПК-1.4)

11. Выберите один правильный ответ

Матрица, коммутирующая со всеми матрицами данного неприводимого представления, является

А) треугольной

Б) нулевой

В) кратной единичной матрице

Г) блочно-диагональной

Правильный ответ: В

Компетенции (индикаторы): ПК-1 (ПК-1.1, ПК-1.2, ПК-1.3, ПК-1.4)

Задания закрытого типа на установление соответствия

1. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

	Сингония		Классы
1)	Ромбическая	А)	T, T_h, T_d, O, O_h
2)	Тетрагональная	Б)	C_{2v}, D_2, D_{2h}
3)	Ромбоэдрическая	В)	$S_4, C_4, C_{4h}, C_{4v}, D_4, D_{4h}$
4)	Гексагональная	Г)	$C_3, S_6, C_{3v}, D_3, D_{3d}$
5)	Кубическая	Д)	$D_6, D_{6h}, S_6, C_6, C_{6h}, C_{6v}$

Правильный ответ:

1	2	3	4	5
Б	Г	В	Д	А

Компетенции (индикаторы): ПК-1 (ПК-1.1, ПК-1.2, ПК-1.3, ПК-1.4)

2. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

	Оператор		Соотношение
1)	Оператор T^\dagger является сопряженным с линейным оператором T , если	А)	$(U\vec{x}, U\vec{y}) = (\vec{x}, \vec{y})$ для всех \vec{x}, \vec{y}
2)	Оператор является самосопряженным или эрмитовым, если он совпадает со своим сопряженным	Б)	$(T\vec{x}, \vec{y}) = (\vec{x}, T^\dagger\vec{y})$ для всех \vec{x}, \vec{y}
3)	Оператор U называется унитарным оператором, если	В)	$(T\vec{x}, \vec{y}) = (\vec{x}, T\vec{y})$ для всех \vec{x}, \vec{y}

Правильный ответ:

1	2	3
Б	В	А

Компетенции (индикаторы): ПК-1 (ПК-1.1, ПК-1.2, ПК-1.3, ПК-1.4)

3. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

	Физическая величина		Математическое выражение
1)	Характер $\chi(g)$ представления $D(g)$	А)	$\sum_{g \in G} \chi^{(i)}(g) \bar{\chi}^{(j)}(g) = m \delta_{ij},$
2)	Свойство ортогональности неприводимых представлений	Б)	$\chi(g) = \sum_i D_{ii}(g) = \text{Sp } D(g).$
3)	Характер $\chi(g)$ приводимого представления D	В)	$(\chi, \chi) = \left(\sum_j r_j \chi^{(j)}, \sum_{j'} r_{j'} \chi^{(j')} \right) = \sum_j r_j^2.$

4)	Критерий неприводимости представления	Г)	$\chi(g) = \sum_j r_j \chi^{(j)}(g),$
----	---------------------------------------	----	---------------------------------------

Правильный ответ:

1	2	3	4
Б	А	Г	В

Компетенции (индикаторы): ПК-1 (ПК-1.1, ПК-1.2, ПК-1.3, ПК-1.4)

Задания закрытого типа на установление правильной последовательности

Установите правильную последовательность.

Запишите правильную последовательность букв слева направо.

1. Установите правильную последовательность сингоний.

Запишите правильную последовательность букв слева направо.

А) моноклинная

Б) гексагональная

В) триклинная

Г) кубическая

Д) ромбическая

Е) тетрагональная

Ж) ромбоэдрическая

Правильный ответ: В, А, Д, Е, Ж, Б, Г

Компетенции (индикаторы): ПК-1

Задания открытого типа

Задания открытого типа на дополнение

1. *Напишите пропущенное слово (словосочетание)*

Группа, имеющая конечное число элементов n , называется_____.

Правильный ответ: конечной

Компетенции (индикаторы): ПК-1 (ПК-1.1, ПК-1.2, ПК-1.3, ПК-1.4)

2. *Напишите пропущенное слово (словосочетание)*

Группа, имеющая бесконечное число элементов, которые зависят от одного или нескольких параметров, называется_____.

Правильный ответ: непрерывной

Компетенции (индикаторы): ПК-1 (ПК-1.1, ПК-1.2, ПК-1.3, ПК-1.4)

3. *Напишите пропущенное слово (словосочетание)*

Группа, которая может быть получена возведением в степень одного из элементов, называется _____.

Правильный ответ: циклической

Компетенции (индикаторы): ПК-1 (ПК-1.1, ПК-1.2, ПК-1.3, ПК-1.4)

4. *Напишите пропущенное слово (словосочетание)*

Преобразование пространства, переводящее каждый вектор \vec{r} в вектор $-\vec{r}$, называется _____.

Правильный ответ: инверсией

Компетенции (индикаторы): ПК-1 (ПК-1.1, ПК-1.2, ПК-1.3, ПК-1.4)

5. *Напишите пропущенное слово (словосочетание)*

Группы симметрии, элементы которых – все оси и плоскости симметрии – имеют по крайней мере одну точку пересечения, называются _____.

Правильный ответ: точечными

Компетенции (индикаторы): ПК-1 (ПК-1.1, ПК-1.2, ПК-1.3, ПК-1.4)

6. *Напишите пропущенное слово (словосочетание)*

Две группы G и \tilde{G} называются _____, если существует взаимнооднозначное соответствие между их элементами, сохраняющее закон умножения.

Правильный ответ: изоморфными

Компетенции (индикаторы): ПК-1 (ПК-1.1, ПК-1.2, ПК-1.3, ПК-1.4)

7. *Напишите пропущенное слово (словосочетание)*

Если соответствие между элементами групп G и \tilde{G} не взаимнооднозначно, то эти группы называются _____.

Правильный ответ: гомоморфными

Компетенции (индикаторы): ПК-1 (ПК-1.1, ПК-1.2, ПК-1.3, ПК-1.4)

8. *Напишите пропущенное слово (словосочетание)*

Множество, образованное инвариантной подгруппой N и всеми ее классами смежности, в которой N является единичным элементом, образует группу, которую называют _____.

Правильный ответ: фактор-группой

Компетенции (индикаторы): ПК-1 (ПК-1.1, ПК-1.2, ПК-1.3, ПК-1.4)

Задания открытого типа с кратким свободным ответом

1. *Напишите пропущенное слово (словосочетание)*

Если все элементы группы коммутируют, т.е. для любых $a, b \in G$ выполняется $ab = ba$, то группа называется _____.

Правильный ответ: абелевой / коммутативной

Компетенции (индикаторы): ПК-1 (ПК-1.1, ПК-1.2, ПК-1.3, ПК-1.4)

Задания открытого типа с развернутым ответом

1. Решите задачу. Приведите полное решение задачи.

Доказать, что равенство $\frac{1}{n} \sum_g \bar{\chi}(g) \chi(g) = 1$ является достаточным

условием неприводимости представления.

Время выполнения – 15 мин.

Критерии оценивания: полное содержательное соответствие приведенному ниже пояснению.

Ожидаемый результат:

Решение. Характеры приводимого представления могут быть записаны в виде

$$\chi(g) = \sum_j k_j \chi^{(j)}(g),$$

где $\chi^{(j)}(g)$ – характеры неприводимых представлений, а k_j – кратности этих представлений. Используя свойство ортогональности характеров неприводимых представлений, мы получим

$$\frac{1}{n} \sum_g \bar{\chi}(g) \chi(g) = \sum_j k_j^2.$$

Правая часть этого равенства может равняться единице лишь в том случае, когда только одно из чисел k_j отлично от нуля и равно единице.

Компетенции (индикаторы): ПК-1 (ПК-1.1, ПК-1.2, ПК-1.3, ПК-1.4)

2. Решите задачу. Приведите полное решение задачи.

С помощью первой леммы Шура доказать, что сумма матриц неприводимого представления, соответствующих элементам одного класса, кратна единичной.

Время выполнения – 15 мин.

Критерии оценивания: полное содержательное соответствие приведенному ниже пояснению.

Ожидаемый результат:

Решение. Пусть B – любой фиксированный элемент группы, а элемент A пробегает некоторый класс K . Тогда совокупность BAB^{-1} снова дает нам весь класс. Переходя к неприводимому представлению группы матрицами D , мы можем написать

$$D(B) \left[\sum_{A \in K} D(A) \right] D^{-1}(B) = \sum_{A \in K} D(A)$$

или

$$D(B) \sum_{A \in K} D(A) = \left[\sum_{A \in K} D(A) \right] D(B).$$

Так как элемент B произволен, то согласно первой лемме Шура мы можем утверждать, что матрица $\sum_{A \in K} D(A)$ кратна единичной.

Компетенции (индикаторы): ПК-1 (ПК-1.1, ПК-1.2, ПК-1.3, ПК-1.4)

Экспертное заключение

Представленный фонд оценочных средств (далее – ФОС) по дисциплине «Теория групп» соответствует требованиям ФГОС ВО.

Предлагаемые формы и средства текущего и промежуточного контроля адекватны целям и задачам реализации основной профессиональной образовательной программы по направлению подготовки 03.03.02 Физика.

Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины представлены в полном объеме.

Виды оценочных средств, включенные в представленный фонд, отвечают основным принципам формирования ФОС.

Разработанный и представленный для экспертизы фонд оценочных средств рекомендуется к использованию в процессе подготовки обучающихся по указанному направлению.

Председатель учебно-методической
комиссии института технологий и
инженерной механики



Ясуник С.Н.

Лист изменений и дополнений

№ п/п	Виды дополнений и изменений	Дата и номер протокола заседания кафедры (кафедр), на котором были рассмотрены и одобрены изменения и дополнения	Подпись (с расшифровкой) заведующего кафедрой (заведующих кафедрами)