

**Комплект оценочных материалов по дисциплине
«Высшая математика»**

Задания закрытого типа

Задания закрытого типа на выбор правильного ответа

1. Выберите один правильный ответ

Вычислить определитель:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix}$$

А) -2

Б) 0

В) -5

Г) 3

Правильный ответ: А

Компетенции (индикаторы): ОПК-1 (ОПК-1.1)

2. Выберите один правильный ответ

Вычислить скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$ векторов:

$$\vec{a}(1; 2; 3); \vec{b}(-1; 0; 0)$$

А) 3

Б) 0

В) -1

Г) ± 3

Правильный ответ: В

Компетенции (индикаторы): ОПК-1 (ОПК-1.1)

3. Выберите один правильный ответ

Вычислить производную функции в точке $x = 0$:

$$y(x) = \sqrt{1 + x^2}$$

А) -23

Б) 0

В) -5

Г) 3

Правильный ответ: Б

Компетенции (индикаторы): ОПК-1 (ОПК-1.1)

4. Выберите один правильный ответ

Вычислить предел функции:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$$

А) -1

Б) 0

В) π

Г) e

Правильный ответ: Г

Компетенции (индикаторы): ОПК-1 (ОПК-1.1)

Задания закрытого типа на установление соответствия

1. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

	Определитель		Значение определителя
1)	$\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix}$	А)	1
2)	$\begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}$	Б)	-2
3)	$\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}$	В)	0
4)	$\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{vmatrix}$	Г)	2

Правильный ответ:

1	2	3	4
Б	Г	А	В

Компетенции (индикаторы): ОПК-1 (ОПК-1.1)

2. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

	Матрица		Ранг матрицы
1)	$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$	А)	2
2)	$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$	Б)	1
3)	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	В)	3
4)	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	Г)	0

Правильный ответ:

1	2	3	4
Б	А	В	Г

Компетенции (индикаторы): ОПК-1 (ОПК-1.1)

3. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

	$y(x)$		$y'(x)$
1)	$\sin(x^2)$	А)	$\frac{1}{x^2}$
2)	$\frac{1}{x}$	Б)	$\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$
3)	$\sqrt{1+x^2}$	В)	0
4)	e^x	Г)	$2 \cdot x \cdot \cos(x^2)$

Правильный ответ:

1	2	3	4
Г	А	Б	В

Компетенции (индикаторы): ОПК-1 (ОПК-1.2)

4. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

	Векторы		$ \vec{a} \times \vec{b} $
1)	$\vec{a}(1; 2; 3); \vec{b}(-1; 0; 0)$	А)	1
2)	$\vec{a}(1; 2; 3); \vec{b}(1; 2; 3)$	Б)	$\sqrt{2}$
3)	$\vec{a}(1; 0; 0); \vec{b}(0; 1; 0)$	В)	0
4)	$\vec{a}(1; 0; 1); \vec{b}(0; 1; 0)$	Г)	$\sqrt{13}$

Правильный ответ:

1	2	3	4
Г	В	А	Б

Компетенции (индикаторы): ОПК-1 (ОПК-1.2)

Задания закрытого типа на установление правильной последовательности

1. Расположите определители в порядке возрастания:

А) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{vmatrix}$

Б) $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$

В) $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$

$$\Gamma) \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 3 \end{vmatrix}$$

Правильный ответ: В, А, Б, Г

Компетенции (индикаторы): ОПК-1 (ОПК-1.1)

2. Расположите векторы в порядке возрастания их длины:

А) (1; 0; 0)

Б) (1; 1; 1)

В) (3; 4)

Г) (100)

Правильный ответ: Г, В, Б, А

Компетенции (индикаторы): ОПК-1 (ОПК-1.2)

3. Расположите пределы в порядке убывания их значений:

А) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 4}{x^2 - x - 2}$

Б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$

В) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+1}{x} \right)^x$

Г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^5 + x + 1}{10x^4 - x - 2}$

Правильный ответ: Г, В, А, Б

Компетенции (индикаторы): ОПК-1 (ОПК-1.2)

4. Расположите объемы параллелепипедов, построенных на векторах $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$, в порядке возрастания:

А) $\vec{a}(1 \ 0 \ 0), \vec{b}(0 \ 1 \ 0), \vec{c}(0 \ 0 \ 1)$

Б) $\vec{a}(1 \ 0 \ 0), \vec{b}(3 \ 0 \ 4), \vec{c}(0 \ 6 \ 8)$

В) $\vec{a}(1 \ 0 \ 0), \vec{b}(0 \ 3 \ 4), \vec{c}(6 \ 8 \ 0)$

Г) $\vec{a}(1 \ 0 \ 1), \vec{b}(10 \ 0 \ 1), \vec{c}(-10 \ 0 \ 1)$

Правильный ответ: Г, А, Б, В

Компетенции (индикаторы): ОПК-1 (ОПК-1.2)

Задания открытого типа

Задания открытого типа на дополнение

1. Напишите пропущенное слово (словосочетание).

_____ двух ненулевых векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ – это число, равное произведению длин этих векторов на косинус угла между ними.

Правильный ответ: скалярное произведение.

Компетенции (индикаторы): ОПК-1 (ОПК-1.2)

2. Напишите пропущенное слово (словосочетание).

_____ – упорядоченный набор векторов в векторном пространстве, такой, что любой вектор этого пространства может быть единственным образом представлен в виде линейной комбинации векторов из этого набора.

Правильный ответ: базис.

Компетенции (индикаторы): ОПК-1 (ОПК-1.2)

3. Напишите пропущенное слово (словосочетание).

_____ – это геометрическое место точек, для которых сумма расстояний до двух фиксированных точек F_1 и F_2 , именуемых фокусами, есть величина постоянная.

Правильный ответ: эллипс.

Компетенции (индикаторы): ОПК-1 (ОПК-1.2)

4. Напишите пропущенное слово (словосочетание).

_____ – предел отношения приращения функции к приращению её аргумента при стремлении приращения аргумента к нулю (при условии, что такой предел существует).

Правильный ответ: производная; производная функции.

Компетенции (индикаторы): ОПК-1 (ОПК-1.3)

5. Напишите пропущенное слово (словосочетание).

Определитель квадратной матрицы равен сумме произведений элементов любой строки (столбца) на их _____.

Правильный ответ: алгебраические дополнения.

Компетенции (индикаторы): ОПК-1 (ОПК-1.3)

Задания открытого типа с кратким свободным ответом

1. Производная функция $y(x) = \cos(x^2)$ равна ... (Ответ запишите в виде функции)

Правильный ответ: $-2x \sin x^2$.

Компетенции (индикаторы): ОПК-1 (ОПК-1.2)

2. Найти промежуток возрастания функции $y(x) = 1 - x^2$ (Ответ запишите в виде интервала)

Правильный ответ: $(-\infty; 0)$.

Компетенции (индикаторы): ОПК-1 (ОПК-1.2)

3. Найти площадь треугольника, заданного координатами своих вершин $A(0; 0; 0)$, $B(1; 0; 0)$, $C(0; 2; 0)$ (Ответ запишите в виде числа)

Правильный ответ: 1.

Компетенции (индикаторы): ОПК-1 (ОПК-1.3)

4. Найти наибольшее значение функции $y(x) = x^2 - 2x - 1$ на отрезке $[-1; 1]$ (Ответ запишите в виде числа)

Правильный ответ: 2.

Компетенции (индикаторы): ОПК-1 (ОПК-1.3)

5. Найти сумму абсцисс точек разрыва функции:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 1, & x < 0 \\ \cos x, & 0 \leq x \leq 1 \\ x^2 - 1, & x > 1 \end{cases}$$

(Ответ запишите в виде числа)

Правильный ответ: 1.

Компетенции (индикаторы): ОПК-1 (ОПК-1.3)

Задания открытого типа с развернутым ответом

1. Решить задачу, используя методы дифференциального исчисления:

Тело массой $m_0 = 3000$ кг падает с высоты $H = 1280$ м метров и теряет массу (сгорает) пропорционально времени падения. Коэффициент пропорциональности $k = 100$ кг/с. Считая, что начальная скорость $v_0 = 0$ м/с, ускорение $g = 10$ м/с², найти время падения, при котором тело будет иметь наибольшую кинетическую энергию.

Привести расширенное решение.

Время выполнения – 30 мин.

Ожидаемый результат:

1. Примем, что тело является материальной точкой. Тогда кинетическая энергия материальной точки будет вычисляться по такой формуле:

$$E = \frac{m \cdot v^2}{2}$$

Учитывая, что масса тела при движении переменна, определим зависимость массы падающего тела от времени. Так как тело сгорает пропорционально времени падения, его масса уменьшается, и функция примет такой вид:

$$m(t) = m_0 - k \cdot t$$

Функция скорость тела от времени падения:

$$v(t) = v_0 + g \cdot t$$

Получаем функцию кинетической энергии тела от времени падения:

$$E(t) = \frac{1}{2} (m_0 - k \cdot t)(v_0 + g \cdot t)^2$$

$$E(t) = \frac{1}{2} (3000 - 100 \cdot t)(0 + 10 \cdot t)^2 = 5000(30 \cdot t^2 - t^3)$$

2. Определяем время $t_{m=0}$ падения тела до того момента, как его масса станет равна нулю:

$$m(t) = m_0 - k \cdot t = 3000 - 100 \cdot t = 0 \Rightarrow t_{m=0} = 30 \text{ сек}$$

3. Определяем время $t_{\text{столкн}}$ падения тела до столкновения с землей:

$$H = v_0 \cdot t + \frac{g \cdot t^2}{2} \Rightarrow 1280 = 5 \cdot t^2 \Rightarrow t_{\text{столкн}} = 16 \text{ сек}$$

4. Находим время падения, при котором тело будет иметь наибольшую кинетическую энергию, как наибольшее значение функции $E(t) = 5000(30 \cdot t^2 - t^3)$ на отрезке $t \in [0; 16]$

Находим внутренние критические точки:

$$E'(t) = 5000(60 \cdot t - 3t^2) = 0 \Rightarrow \\ \Rightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 20 \notin [0; 16] \end{cases}$$

Находим наибольшее значение функции на границах отрезка и во внутренних критических точках:

t	0	16
$E(t)$	0	$5000(30 \cdot 16^2 - 16^3)$

Ответ: время падения, при котором тело будет иметь наибольшую кинетическую энергию $t = 16$ сек.

Критерии оценивания:

- построение функции $E(t)$ кинетической энергии тела от времени падения;
- определение времени падения тела до того момента, как его масса станет равна нулю;
- определение времени падения тела до столкновения с землей;
- нахождение наибольшего значения функции $E(t)$ на отрезке, определенном временем падения тела до столкновения с землей

Компетенции (индикаторы): ОПК-1 (ОПК-1.3)

2. Решить задачу, используя методы дифференциального исчисления:

При подготовке к экзамену студент за t дней изучает $\left(\frac{t}{t+1}\right)$ -ю часть курса и забывает $(1/36 \cdot t)$ -ю часть. Сколько дней нужно потратить на подготовку, чтобы была изучена максимальная часть курса?

Привести расширенное решение.

Время выполнения – 30 мин.

Ожидаемый результат:

1. Составим функцию $V(t)$, которая отражает объем изученного студентом учебного материала в ходе прохождения курса:

$$V(t) = \left(\frac{t}{t+1}\right) - \left(\frac{1}{36} \cdot t\right)$$

2. Находим экстремум функции $V(t)$ учитывая, что $t > 0$:

$$V'(t) = \left(\frac{t}{t+1}\right)' - \left(\frac{1}{36} \cdot t\right)' = \frac{1}{(t+1)^2} - \frac{1}{36}$$

$$V'(t) = 0 \Rightarrow t_k = 5 \text{ дней}$$

3. Убедимся, что $t_k = 5$ дней – точка максимума функции $V(t)$:

$$V''(t) = \frac{-2}{(t+1)^3}$$

$$V''(t_k = 5) = \frac{-2}{(6)^3} < 0 \Rightarrow t_k = 5 \text{ дней} - \text{т. макс}$$

Ответ: максимальная часть курса будет изучена через 5 дней.

Критерии оценивания:

- построение функции $V(t)$, отражающей объем изученного студентом учебного материала в ходе прохождения курса;
- нахождение экстремума функции $V(t)$;
- доказательство того, что найденный экстремум есть максимум.

Компетенции (индикаторы): ОПК-1 (ОПК-1.3)

Лист изменений и дополнений

№ п/п	Виды дополнений и изменений	Дата и номер протокола заседания кафедры (кафедр), на котором были рассмотрены и одобрены изменения и дополнения	Подпись (с расшифровкой) заведующего кафедрой (заведующих кафедрами)
1.	Дополнен комплект оценочных материалов	Протокол заседания кафедры прикладной математики № <u>8</u> от <u>24.02.2025</u>	 В.В. Малый