

Комплект оценочных материалов по дисциплине
ОП.01 Элементы высшей математики
для специальности 09.02.01 Компьютерные системы и комплексы

Задания закрытого типа на выбор правильного ответа

1. Выберите один правильный ответ

Векторы взаимно перпендикулярны, если:

- A) их координаты равны
- B) они коллинеарны
- C) их векторное произведение равно 0
- D) их скалярное произведение равно 0

Правильный ответ: D

Компетенции: ОК 01, ПК 1.1

2. Выберите один правильный ответ

Вычислить определитель
$$\begin{vmatrix} 5 & 2 \\ 7 & 3 \end{vmatrix}$$

- A) 1
- B) 29
- C) -1
- D) -29

Правильный ответ: A

Компетенции: ОК 01, ПК 2.1

3. Выберите один правильный ответ

Найти производную функции $y = x^2 + 1$:

- A) $y' = x$;
- B) $y' = 2x$;
- C) $y' = 2$;
- D) $y' = 2x + 1$.

Правильный ответ: B

Компетенции: ПК 2.1

Задания закрытого типа на установление соответствия

Установите правильное соответствие.

Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

1. Установите соответствие названий операций над векторами и формул для выполнения этих операций:

1) сложение

A) $(x_1 - x_2; y_1 - y_2; z_1 - z_2)$

- | | |
|---------------------------|----------------------------------|
| 2) вычитание | Б) $x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2$ |
| 3) умножение на число к | В) (кx; ку; кz) |
| 4) скалярное произведение | Г) $(x_1+x_2; y_1+y_2; z_1+z_2)$ |

Правильный ответ: 1Г; 2А ; 3В; 4Б

Компетенции: ОК 01, ПК1.1

2. Установите соответствие между функциями и их производными:

- | | |
|-------------------------------|----------------------------|
| 1) $y = x \cdot x^3$ | A) $5^x \ln 5$ |
| 2) $y = 3 \sin x$ | Б) $1 - 3x^2$ |
| 3) $y = 5^x$ | В) $3 \cos x$ |
| 4) $y = \operatorname{tg} 2x$ | Г) $\frac{2}{(\cos 2x)^2}$ |

Правильный ответ: 1Б, 2В, 3А, 4Г

Компетенции: ОК 02, ПК 2.1

3. Установите соответствие между комплексными числами и их модулями:

- 1) $z = \sqrt{3} - i$ A) 5
 2) $z = 1 - i$ Б) 2
 3) $z = 3 + 4i$ В) 3
 4) $z = 3i$ Г) $\sqrt{2}$

Правильный ответ: 1Б, 2Г, 3А, 4В

Компетенции: ПК 2.1, ПК 1.1

Задания закрытого типа на установление правильной последовательности

1. Установите правильную последовательность действий при исследовании функции на экстремум:

- А) найти производную
 - Б) найти область определения функции
 - В) определить знак производной в окрестности критической точки
 - Г) приравнять производную к нулю

Правильный ответ: Б, А, Г, В

Компетенции: ОК 01, ПК 2.1

2. Установите правильную последовательность применения формул при дифференцировании функции $y=2x + \cos\sqrt{3x+1}$

- А) нахождение производной корня
- Б) нахождение производной многочлена
- В) нахождение производной косинуса
- С) нахождение производной суммы функций

Правильный ответ: С, В, А, Б

Компетенции: ОК 01, ПК1.1

3. Установите правильную последовательность длин соответствующих векторов, записав их в порядке возрастания:

- А) $2\vec{a}$
- Б) $-\vec{a}$
- В) $-3\vec{a}$
- Г) $\frac{1}{3}\vec{a}$

Правильный ответ: Г, Б, А, В

Компетенции: ПК 1.1

Задания открытого типа на дополнение

Напишите пропущенное слово (словосочетание).

1. Дифференциальным уравнением называют уравнение, содержащее переменную под знаком...

Правильный ответ: производной или дифференциала

Компетенции: ПК 2.1, ОК 02

2. Функция возрастает на тех интервалах, на которых ее производная...

Правильный ответ: положительна

Компетенции: ПК 1.1, ОК 01

3. Формула Ньютона-Лейбница применяется для вычисления ...

Правильный ответ: определенного интеграла

Компетенции: ОК 01, ОК 02

Задания открытого типа с кратким свободным ответом

1. Производная функция $y(x) = \cos(x^2)$ равна ... (*Ответ запишите в виде функции*)

Правильный ответ: $-2x \sin x^2$.

Компетенции: ПК 1.1, ОК 01

2. Найти промежуток возрастания функции $y(x) = 1 - x^2$ (*Ответ запишите в виде интервала*)

Правильный ответ: $(-\infty; 0)$.

Компетенции: ПК 2.1, ОК 02

3. Найти площадь треугольника, заданного координатами своих вершин $A(0; 0; 0)$, $B(1; 0; 0)$, $C(0; 2; 0)$ (*Ответ запишите в виде числа*)

Правильный ответ: 1.

Компетенции: ОК 01, ПК 1.1

4. Найти наибольшее значение функции $y(x) = x^2 - 2x - 1$ на отрезке $[-1; 1]$ (*Ответ запишите в виде числа*)

Правильный ответ: 2.

Компетенции: ОК 02, ПК 2.1

Задания открытого типа с развернутым ответом

1. Решить задачу:

Найти матрицу, обратную к матрице $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 2 & 4 & 1 \end{pmatrix}$ и сделать проверку.

Привести расширенное решение.

Время выполнения – 20 мин.

Ожидаемый результат:

1. Найдем определитель матрицы A

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & -3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 2 & 4 & 1 \end{vmatrix} = 1(1-8) - 2(-1-4) - 3(-4-2) = -7 + 10 + 18 = 21$$

2. Убедившись, что матрица невырожденная, найдем алгебраические дополнения к ее элементам:

$$\begin{array}{lll} A_{11} = -7 & A_{21} = -(2+12) = -14 & A_{31} = 4+3 = 7 \\ A_{12} = -(-5) = 5 & A_{22} = 1+6 = 7 & A_{32} = -(2-3) = 1 \\ A_{13} = -6 & A_{23} = -(4-4) = 0 & A_{33} = 1+1 = 3 \end{array}$$

3. Составим обратную матрицу $A^{-1} = \frac{1}{21} \begin{pmatrix} -7 & -14 & 7 \\ 5 & 7 & 1 \\ -6 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

4. Сделаем проверку, для чего убедимся, что $A^{-1}A = E$

$$\frac{1}{21} \begin{pmatrix} -7 & -14 & 7 \\ 5 & 7 & 1 \\ -6 & 0 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 2 & 4 & 1 \end{pmatrix} = C$$

$$\begin{aligned} c_{11} &= \frac{1}{21}(-7+14+14)=1 & c_{21} &= \frac{1}{21}(5-7+2)=0 & c_{31} &= \frac{1}{21}(-6+0+6)=0 \\ c_{12} &= \frac{1}{21}(-14-14+28)=0 & c_{22} &= \frac{1}{21}(10+7+4)=1 & c_{32} &= \frac{1}{21}(-12+0+12)=0 \\ c_{13} &= \frac{1}{21}(21-28+7)=0 & c_{23} &= \frac{1}{21}(-15+14+1)=1 & c_{33} &= \frac{1}{21}(18+0+3)=1 \end{aligned}$$

Получили $C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = E$

Ответ: $A^{-1} = \frac{1}{21} \begin{pmatrix} -7 & -14 & 7 \\ 5 & 7 & 1 \\ -6 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ или $A^{-1} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{3} & -\frac{2}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{5}{21} & \frac{1}{3} & \frac{1}{21} \\ -\frac{6}{21} & 0 & \frac{1}{7} \end{pmatrix}$

Критерии оценивания:

- вычисление определителя 3-го порядка;
- нахождение алгебраических дополнений и составление обратной матрицы;
- доказательство путем произведения матриц того, что обратная матрица найдена верно.

Компетенции: ОК 01, ПК 2.1

2. Решить систему линейных алгебраических уравнений методом Крамера:

$$\begin{cases} 5x - y - z = 0 \\ x + 2y + 3z = 14 \\ 4x + 3y + 2z = 16 \end{cases}$$

Привести расширенное решение.

Время выполнения – 15 мин.

Ожидаемый результат:

1. Составим и вычислим определители:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 5 & -1 & -1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 4 & 3 & 2 \end{vmatrix} = 5(4 - 9) + (2 - 12) - (3 - 8) = -25 - 10 + 5 = -30;$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 0 & -1 & -1 \\ 14 & 2 & 3 \\ 16 & 3 & 2 \end{vmatrix} = (28 - 48) - (42 - 32) = -20 - 10 = -30.$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 5 & 0 & -1 \\ 1 & 14 & 3 \\ 4 & 16 & 2 \end{vmatrix} = 5(28 - 48) - (16 - 56) = -100 + 40 = -60.$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 5 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 14 \\ 4 & 3 & 16 \end{vmatrix} = 5(32 - 42) + (16 - 56) = -50 - 40 = -90.$$

2. Найдем решение по формулам Крамера: $x = \Delta_1/\Delta = 1$; $y = \Delta_2/\Delta = 2$; $z = \Delta_3/\Delta = 3$.

3. Так как $\Delta \neq 0$, то система имеет единственное решение (1;2;3)

Критерии оценивания:

- наличие вычисления главного и вспомогательных определителей;
- обоснование единственности решения;
- получение решения системы

Компетенции: ОК 02, ПК 2.1, ПК 1.1