

**Комплект оценочных материалов по дисциплине  
ЕН.01 Элементы высшей математики  
для специальности 09.02.03 Программирование в компьютерных  
системах**

**Задания закрытого типа**

**Задания закрытого типа на выбор правильного ответа**

1. Выберите один правильный ответ

**Порядок определителя – это:**

- А) диапазон значений его элементов
- Б) значение определителя
- В) число его строк и столбцов
- Г) сумма индексов последнего элемента последней строки

Правильный ответ: В

Компетенции (индикаторы): ОК 01, ОК 08, ОК 09, ПК 1.1

2. Выберите один правильный ответ

**Найдите производную функции:**

$$y = \sin(2x - 3)$$

А)  $y' = \cos(2x - 3)$

Б)  $y' = -\cos(2x)$

В)  $y' = 2\cos(2x - 3)$

Г)  $y' = -2\cos(2x - 3)$

Правильный ответ: В

Компетенции (индикаторы): ОК 02, ОК 03, ОК 04, ПК 1.2

3. Выберите один правильный ответ

**Выполнить вычитание комплексных чисел:**

$$(4 - 3i) - (2i + 1)$$

А)  $6 - 2i$

Б)  $5 - i$

В)  $6i - 2$

Г)  $5 + 5i$

Правильный ответ: Б

Компетенции (индикаторы): ОК 01, ОК 08, ОК 09, ПК 2.4

4. Выберите один правильный ответ

Уравнение окружности с центром в точке С (3, -2) и радиусом 5 имеет вид:

A)  $(x-3)^2 + (y+2)^2 = 25$

Б)  $(x+3)^2 + (y-2)^2 = 25$

В)  $(x-3)^2 + (y-2)^2 = 25$

Г)  $(x+3)^2 + (y+2)^2 = 25$

Правильный ответ: А

Компетенции (индикаторы): ОК 05, ОК 08, ОК 09, ПК 3.4

### Задания закрытого типа на установление соответствия

1. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

|    | Тип матрицы          |    | Описание/Свойство                                                   |
|----|----------------------|----|---------------------------------------------------------------------|
| 1) | Нулевая матрица      | А) | Все элементы вне главной диагонали равны нулю.                      |
| 2) | Диагональная матрица | Б) | Все элементы равны нулю.                                            |
| 3) | Единичная матрица    | В) | Главная диагональ состоит из единиц, остальные элементы равны нулю. |
| 4) | Симметричная матрица | Г) | Матрица равна своей транспонированной матрице.                      |

Правильный ответ:

|   |   |   |   |
|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 |
| Б | А | В | Г |

Компетенции (индикаторы): ОК 02, ОК 03, ОК 08, ПК 2.4

2. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

|                        |                         |
|------------------------|-------------------------|
| правила интегрирования | соответствующие формулы |
|------------------------|-------------------------|

|        |                                  |         |                                                                        |
|--------|----------------------------------|---------|------------------------------------------------------------------------|
| 1<br>) | Правило суммы                    | А<br>)  | $\int (f(x) + g(x)) dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$                  |
| 2<br>) | Правило постоянного множителя    | Б)<br>) | $u = g(x) \Rightarrow du = g'(x) dx$                                   |
| 3<br>) | Правило подстановки              | В)<br>) | $\int u dv = uv - \int v du$                                           |
| 4<br>) | Правило интегрирования по частям | Г)<br>) | $\int k \cdot f(x) dx = k \cdot \int f(x) dx$<br>(где $k$ — константа) |

Правильный ответ:

|   |   |   |   |
|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 |
| А | Г | Б | В |

Компетенции (индикаторы): ОК 01, ОК 04, ОК 09, ПК 3.4

3. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

|    | Выражение            |    | Комплексное число |
|----|----------------------|----|-------------------|
| 1) | $5 \cdot (-i)^2$     | А) | $3 - 4i$          |
| 2) | $(2 - 3i) - (i - 1)$ | Б) | $-5$              |
| 3) | $(2 + i)(2 - i)$     | В) | $25$              |
| 4) | $(4 - 3i)(4 + 3i)$   | Г) | $5$               |

Правильный ответ:

|   |   |   |   |
|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 |
| Б | А | Г | В |

Компетенции (индикаторы): ОК 03, ОК 08, ОК 09, ПК 2.1

4. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

| термины              | определения                                                     |
|----------------------|-----------------------------------------------------------------|
| 1) Сходящийся ряд    | А) Ряд вида $\sum \frac{1}{n}$                                  |
| 2) Предел ряда       | Б) Значение, к которому стремится сумма бесконечного ряда.      |
| 3) Гармонический ряд | В) Ряд, сумма которого стремится к конечному числу.             |
| 4) Сумма ряда        | Г) Конечное значение, получаемое при сложении всех членов ряда. |
| 5) Ряд Тейлора       | Д) Представление функции в виде бесконечной суммы производных.  |

Правильный ответ:

|   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| В | Г | А | Б | Д |

Компетенции (индикаторы): ОК 02, ОК 05, ОК 08, ПК 1.1

**Задания закрытого типа на установление правильной последовательности**

**1. Расположите определенные интегралы в порядке возрастания их значения:**

А)  $\int_0^1 2 dx$

Б)  $\int_0^1 x dx$

В)  $\int_0^1 3x^2 dx$

Г)  $\int_0^1 \frac{x^3}{3} dx$

Правильный ответ: Г, Б, В, А

Компетенции (индикаторы): ОК 02, ОК 03, ОК 09, ПК 3.4

**2. Установите правильную последовательность, расположив системы линейных уравнений в порядке возрастания количества решений:**

А:

$$\begin{cases} x+y=2 \\ x-y=0 \end{cases}$$

Б:

$$\begin{cases} x+y=2 \\ 2x+2y=4 \end{cases}$$

В:

$$\begin{cases} x+y=4 \\ 2x+2y=1 \end{cases}$$

Правильный ответ: В, А, Б

Компетенции (индикаторы): ОК 04, ОК 05, ОК 08, ПК 2.4

**3. Установите правильную последовательность дифференциальных уравнений от первого порядка к более высокому порядку.**

А)  $y'' + 3y' + 2y = 0$

Б)  $\frac{d^4 y}{dx^4} = -y$

В)  $y - y''' = -5$

$$\Gamma) \quad \frac{dy}{dx} + y = 0$$

Правильный ответ: Г, А, В, Б

Компетенции (индикаторы): ОК 03, ОК 08, ОК 09, ПК 1.1

### Задания открытого типа

#### Задания открытого типа на дополнение

1. Напишите пропущенное слово (словосочетание).

Порядком дифференциального уравнения называется наивысший порядок \_\_\_\_\_.

Правильный ответ: производной.

Компетенции (индикаторы): ОК 01 – ОК 09, ПК 1.1, ПК 1.2, ПК 2.4, ПК 3.4

2. Напишите пропущенное слово (словосочетание).

Ряд Тейлора – это бесконечный ряд, который описывает функции с помощью их \_\_\_\_\_ в заданной точке и имеет вид:

$$f(x) = f(a) + f'(a)(x-a) + \frac{f''(a)}{2!} \cdot (x-a)^2 + \dots$$

Правильный ответ: производных.

Компетенции (индикаторы): ОК 01 – ОК 09, ПК 1.1, ПК 1.2, ПК 2.4, ПК 3.4

3. Напишите пропущенное слово (словосочетание).

Числа вида  $z = a + bi$ ,  $\bar{z} = a - bi$  где  $a$  и  $b$  – действительные числа,  $i$  – мнимая единица, называются \_\_\_\_\_ числами.

Правильный ответ: комплексно – сопряженными.

Компетенции (индикаторы): ОК 01 – ОК 09, ПК 1.1, ПК 1.2, ПК 2.4, ПК 3.4

4. Напишите пропущенное слово (словосочетание).

Точки, в которых функция достигает максимума и минимума, называются \_\_\_\_\_.

Правильный ответ: точками экстремума.

Компетенции (индикаторы): ОК 01 – ОК 09, ПК 1.1, ПК 1.2, ПК 2.4, ПК 3.4

#### Задания открытого типа с кратким свободным ответом

1. Вычислить  $A - 2B$  :

$$A = \begin{pmatrix} 53 & -1 \\ 17 & 6 \\ 04 & -2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 11 & 0 \\ -2 & 13 \\ 32 & 2 \end{pmatrix}$$

Правильный ответ:  $\begin{pmatrix} 31 & -1 \\ 55 & 0 \\ -60 & -6 \end{pmatrix}$ .

Компетенции (индикаторы): ОК 01 – ОК 09, ПК 1.1, ПК 1.2, ПК 2.4, ПК 3.4

2. Вычислить интеграл:  $\int 6x(x-1)dx$

Правильный ответ:  $F(x) = 2x^3 - 3x^2 + C$ .

Компетенции (индикаторы): ОК 01 – ОК 09, ПК 1.1, ПК 1.2, ПК 2.4, ПК 3.4

3. Вычислить  $(1-2i)^2 + 5i$

Правильный ответ:  $i - 3$ .

Компетенции (индикаторы): ОК 01 – ОК 09, ПК 1.1, ПК 1.2, ПК 2.4, ПК 3.4

4. Найти наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x) = 2x^3 - 9x^2$  на  $[1;4]$ .

Правильный ответ:  $\max_{[1;4]} f(x) = f(1) = -7$

$\min_{[1;4]} f(x) = f(3) = -27$ ;

Компетенции (индикаторы): ОК 01 – ОК 09, ПК 1.1, ПК 1.2, ПК 2.4, ПК 3.4

### Задания открытого типа с развернутым ответом

1. Решить систему матричным способом.

$$\begin{cases} 3x_1 - x_2 + x_3 = 12 \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 3 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 3 \end{cases}$$

Привести расширенное решение.

Время выполнения – 20 мин.

Ожидаемый результат:

Представим СЛУ в матричном виде:  $(A|B) = \left( \begin{array}{ccc|c} 3 & -1 & 1 & 12 \\ 5 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 2 & 3 \end{array} \right)$

$$\Delta A = \begin{vmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 5 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 \end{vmatrix} = 6 - 2 + 5 - 1 + 10 - 6 = 12 \neq 0$$

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 5 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix},$$

- матрица

невырожденная.

Решим систему матричным способом, для этого вычислим обратную матрицу

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta A} \cdot \begin{pmatrix} A_{11} & A_{21} & A_{31} \\ A_{12} & A_{22} & A_{32} \\ A_{13} & A_{23} & A_{33} \end{pmatrix},$$

где  $A_{ij}$  - алгебраические дополнения к элементам матрицы.

$$A_{11} = (-1)^{1+1} \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 0$$

$$A_{12} = (-1)^{1+2} \begin{vmatrix} 5 & 2 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = -(10 - 2) = -8$$

$$A_{13} = (-1)^{1+3} \begin{vmatrix} 5 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 5 - 1 = 4$$

$$A_{21} = (-1)^{2+1} \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = -(-2 - 1) = 3$$

$$A_{22} = (-1)^{2+2} \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 6 - 1 = 5$$

$$A_{23} = (-1)^{2+3} \begin{vmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = -(3 + 1) = -4$$

$$A_{31} = (-1)^{3+1} \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = -2 - 1 = -3$$

$$A_{32} = (-1)^{3+2} \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 2 \end{vmatrix} = -(6 - 5) = -1$$

$$A_{33} = (-1)^{3+3} \begin{vmatrix} 3 & -1 \\ 5 & 1 \end{vmatrix} = 3 + 5 = 8$$

Таким образом обратная матрица равна:  $A^{-1} = \frac{1}{12} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 3 & -3 \\ -8 & 5 & -1 \\ 4 & -4 & 8 \end{pmatrix}$

Найдем решение по формуле

$$X = A^{-1} \cdot B$$

$$X = \frac{1}{12} \begin{pmatrix} 0 & 3 & -3 \\ -8 & 5 & -1 \\ 4 & -4 & 8 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 12 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix} = \frac{1}{12} \begin{pmatrix} 0 \cdot 12 & 3 \cdot 3 & (-3) \cdot 3 \\ -8 \cdot 12 & 5 \cdot 3 & (-1) \cdot 3 \\ 4 \cdot 12 & (-4) \cdot 3 & 8 \cdot 3 \end{pmatrix} = \frac{1}{12} \begin{pmatrix} 0 \\ -84 \\ 60 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -7 \\ 5 \end{pmatrix}$$

Ответ: (0; -7; 5)

Критерии оценивания:

- обоснование единственности решения;
- наличие вычисления обратной матрицы;
- получение решения системы.

Компетенции (индикаторы): ОК 01 – ОК 09, ПК 1.1, ПК 1.2, ПК 2.4, ПК 3.4

2. Вычислить:

$$\left( \frac{1 + i\sqrt{3}}{1 - i} \right)^{20}$$

Результат представить в алгебраической форме. Привести расширенное решение.

Время выполнения – 15 мин.

Ожидаемый результат:

Переведем числитель и знаменатель дроби из алгебраической формы в тригонометрическую.

Для числа

$$z_1 = 1 + i\sqrt{3} \quad r = \sqrt{1^2 + (\sqrt{3})^2} = 2, \quad \varphi = \arctg \frac{\sqrt{3}}{1} = \frac{\pi}{3}$$

Для числа

$$z_2 = 1 - i \quad r = \sqrt{1^2 + (-1)^2} = \sqrt{2}, \quad \varphi = \arctg \frac{-1}{1} = -\frac{\pi}{4}$$

Таким образом,

$$\begin{aligned}
 & \left( e^{-i\frac{\pi}{4}} \right) \\
 & \left( e^{i\frac{7\pi}{12}} \right) \\
 & \left( e^{i\frac{7\pi}{12}} \right) + i \sin i. \\
 & \cos i \\
 & \cos\left(i - \frac{\pi}{4}\right) + i \sin i = [\text{no формуле}] = i\sqrt{2}i \\
 & \sqrt{2}i \\
 & \frac{z_1}{z_2} = \frac{2\left(\cos\frac{\pi}{3} + i \sin\frac{\pi}{3}\right)}{i}
 \end{aligned}$$

В итоге:

$$\begin{aligned}
 \left( \frac{z_1}{z_2} \right)^{20} &= [\text{no формуле}] = \left( \sqrt{2} \right)^{20} \left( \cos\left(\frac{7\pi}{12} \cdot 20\right) + i \sin\left(\frac{7\pi}{12} \cdot 20\right) \right) = \\
 &= 2^{10} \left( \cos\frac{35\pi}{3} + i \sin\frac{35\pi}{3} \right) = \left[ \frac{35\pi}{3} = 12\pi - \frac{\pi}{3} \right] = \\
 &= 2^{10} \left( \cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) + i \sin\left(-\frac{\pi}{3}\right) \right) = 2^{10} \left( \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i \right) = \underline{2^9(1 - \sqrt{3}i)}.
 \end{aligned}$$

Ответ:

$$\left( \frac{1 + i\sqrt{3}}{1 - i} \right)^{20} = 2^9(1 - \sqrt{3}i)$$

Критерии оценивания:

- оптимальная последовательность действий (перевод чисел из алгебраической формы в тригонометрическую);
- правильность вычислений.

Компетенции (индикаторы): ОК 01 – ОК 09, ПК 1.1, ПК 1.2, ПК 2.4, ПК 3.4

3. Дан бак без крышки в виде прямоугольного параллелепипеда, в основании которого лежит квадрат и объем равен  $108 \text{ см}^3$ . При каких размерах бака на его изготовление пойдет наименьшее количество материала?

Привести расширенное решение.

Время выполнения – 15 мин.

Ожидаемый результат:

Обозначим сторону основания через  $x \in (0; +\infty)$   $x \text{ см}$ , тогда высота

параллелепипеда будет  $\frac{108}{x^2}$ .

Пусть  $S(x)$  площадь поверхности, тогда

$$S(x) = x^2 + 4 \cdot \frac{108}{x^2} \cdot x = x^2 + \frac{432}{x} ;$$

Найдем критические точки функции:

$$S'(x) = 2x - \frac{432}{x^2} ;$$

$$S'(x) = 0 ;$$

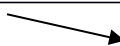
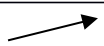
$$2x - \frac{432}{x^2} = 0 ;$$

$$2x^3 = 432;$$

$$x^3 = 216;$$

$$x = 6;$$

По условию задачи  $x \in (0; +\infty)$ . Найдем знак производной на промежутке  $(0; 6)$  и на промежутке  $(6; +\infty)$ .

|      |                                                                                                |      |                                                                                                |
|------|------------------------------------------------------------------------------------------------|------|------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $x$  | $(0; 6)$                                                                                       | $6$  | $(6; +\infty)$                                                                                 |
| $y'$ | -                                                                                              | 0    | +                                                                                              |
| $y$  | <br>убывает | min. | <br>возр. |

Производная меняет знак с - на +. Отсюда  $x=6$  точка минимума, следовательно,  $S(6)=108 \text{ см}^2$  наименьшее значение.

Значит, сторона основания равна 6 см, высота 12 см.

Критерии оценивания:

- создание математической модели технической задачи;
- наличие вычисления производной функции и ее критических точек;
- нахождение точек экстремума;
- вычисление размеров бака.

Компетенции (индикаторы): ОК 01 – ОК 09, ПК 1.1, ПК 1.2, ПК 2.4, ПК 3.4