

**Комплект оценочных материалов по дисциплине
ЕН.01 Математика
для специальности 09.02.05 Прикладная информатика (по отраслям)**

Задания закрытого типа

Задания закрытого типа на выбор правильного ответа

1. Выберите один правильный ответ

Уравнение окружности с центром в точке С (3, -2) и радиусом 5 имеет вид:

A)
$$\begin{array}{c} x-3 \\ \checkmark \\ \checkmark \\ \checkmark \end{array}$$

B)
$$\begin{array}{c} x+3 \\ \checkmark \\ \checkmark \\ \checkmark \end{array}$$

C)
$$\begin{array}{c} x-3 \\ \checkmark \\ \checkmark \\ \checkmark \end{array}$$

D)
$$\begin{array}{c} x+3 \\ \checkmark \\ \checkmark \\ \checkmark \end{array}$$

Правильный ответ: A

Компетенции (индикаторы): ОК 01 – ОК 05, ОК 09, ОК 09, ПК 1.1, ПК 1.2, ПК 2.1, ПК 2.2, ПК 2.6, ПК 3.3, ПК 4.2

2. Выберите один правильный ответ

Порядок определителя – это:

- А) диапазон значений его элементов
- Б) значение определителя
- В) число его строк и столбцов
- Г) сумма индексов последнего элемента последней строки

Правильный ответ: B

Компетенции (индикаторы): ОК 01 – ОК 05, ОК 09, ОК 09, ПК 1.1, ПК 1.2, ПК 2.1, ПК 2.2, ПК 2.6, ПК 3.3, ПК 4.2

3. Выберите один правильный ответ

Выполнить вычитание комплексных чисел:

$$(4-3i)+(2i+1)$$

A) $6-2i$

B) $5-i$

C) $6i-2$

Г) $5+5i$

Правильный ответ: Б

Компетенции (индикаторы): ОК 01 – ОК 05, ОК 09, ОК 09, ПК 1.1, ПК 1.2, ПК 2.1, ПК 2.2, ПК 2.6, ПК 3.3, ПК 4.2

4. Выберите один правильный ответ

Найдите производную функции:

$$y = \sin(2x - 3)$$

А) $y' = \cos(2x - 3)$

Б) $y' = -\cos(2x)$

В) $y' = 2\cos(2x - 3)$

Г) $y' = -2\cos(2x - 3)$

Правильный ответ: В

Компетенции (индикаторы): ОК 01 – ОК 05, ОК 09, ОК 09, ПК 1.1, ПК 1.2, ПК 2.1, ПК 2.2, ПК 2.6, ПК 3.3, ПК 4.2

Задания закрытого типа на установление соответствие

1. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

Тип матрицы		Описание/Свойство	
1)	Нулевая матрица	А)	Всякие элементы вне главной диагонали равны нулю.
2)	Диагональная матрица	Б)	Все элементы равны нулю.
3)	Единичная матрица	В)	Главная диагональ состоит из единиц, остальные элементы равны нулю.
4)	Симметричная матрица	Г)	Матрица равна своей транспонированной матрице.

Правильный ответ:

1	2	3	4
Б	А	В	Г

Компетенции (индикаторы): ОК 01 – ОК 05, ОК 09, ОК 09, ПК 1.1, ПК 1.2, ПК 2.1, ПК 2.2, ПК 2.6, ПК 3.3, ПК 4.2

2. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

правила интегрирования		соответствующие формулы	
1)	Правило суммы	А)	$\int (f(x)+g(x))dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$
2)	Правило постоянного множителя	Б)	$u=g(x) \Rightarrow du=g'(x)dx$
3)	Правило подстановки	В)	$\int u dv = uv - \int v du$
4)	Правило интегрирования по частям	Г)	$\int k \cdot f(x)dx = k \cdot \int f(x)dx$ (где k – константа)

Правильный ответ:

1	2	3	4
А	Г	Б	В

Компетенции (индикаторы): ОК 01 – ОК 05, ОК 09, ОК 09, ПК 1.1, ПК 1.2, ПК 2.1, ПК 2.2, ПК 2.6, ПК 3.3, ПК 4.2

3. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

Выражение		Комплексное число	
1)	$5 \cdot (-i)^2$	А)	$3 - 4i$
2)	$(2-3i) - (i-1)$	Б)	-5
3)	$(2+i)(2-i)$	В)	25
4)	$(4-3i)(4+3i)$	Г)	5

Правильный ответ:

1	2	3	4
Б	А	Г	В

Компетенции (индикаторы): ОК 01 – ОК 05, ОК 09, ОК 09, ПК 1.1, ПК 1.2, ПК 2.1, ПК 2.2, ПК 2.6, ПК 3.3, ПК 4.2

4. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

На стол бросаются два игральных кубика. Рассмотрим события: А – на первом кубике 2 очка; В – на втором кубике 2 очка. Каждому из событий первого столбца поставьте в соответствие комбинацию событий А и В второго столбца.

1) только на втором кубике выпало 2 очка	A) $A \cdot B$
2) только на одном из кубиков выпало 2 очка	Б) $A + B$

3) на обоих кубиках выпало по 2 очка	В) $\dot{A} \cdot B$
4) хотя бы на одном кубике выпало 2 очка	Г) $\dot{A} \cdot B + A \cdot \dot{B}$
5) ни на одном из кубиков не выпало 2 очка	Д) $\dot{A} \cdot \dot{B}$

Правильный ответ:

1	2	3	4	5
В	Г	А	Б	Д

Компетенции (индикаторы): ОК 01 – ОК 05, ОК 09, ОК 09, ПК 1.1, ПК 1.2, ПК 2.1, ПК 2.2, ПК 2.6, ПК 3.3, ПК 4.2

Задания закрытого типа на установление правильной последовательности

1. Расположите определенные интегралы в порядке возрастания их значения:

А) $\int_0^1 2 dx$

Б) $\int_0^1 x dx$

В) $\int_0^1 3x^2 dx$

Г) $\int_0^1 \frac{x^3}{3} dx$

Правильный ответ: Г, Б, В, А

Компетенции (индикаторы): ОК 01 – ОК 05, ОК 09, ОК 09, ПК 1.1, ПК 1.2, ПК 2.1, ПК 2.2, ПК 2.6, ПК 3.3, ПК 4.2

2. Установите правильную последовательность, расположив системы линейных уравнений в порядке возрастания количества решений:

А:

$$\begin{cases} x+y=2 \\ x-y=0 \end{cases}$$

Б:

$$\begin{cases} x+y=2 \\ 2x+2y=4 \end{cases}$$

В:

$$\begin{cases} x+y=4 \\ 2x+2y=1 \end{cases}$$

Правильный ответ: В, А, Б

Компетенции (индикаторы): ОК 01 – ОК 05, ОК 09, ОК 09, ПК 1.1, ПК 1.2, ПК 2.1, ПК 2.2, ПК 2.6, ПК 3.3, ПК 4.2

3. Установите правильную последовательность дифференциальных уравнений от первого порядка к более высокому порядку.

А) $y'' + 3y' + 2y = 0$

Б) $\frac{d^4 y}{dx^4} = -y$

В) $y - y''' = -5$

Г) $\frac{dy}{dx} + y = 0$

Правильный ответ: Г, А, В, Б

Компетенции (индикаторы): ОК 01 – ОК 05, ОК 09, ОК 09, ПК 1.1, ПК 1.2, ПК 2.1, ПК 2.2, ПК 2.6, ПК 3.3, ПК 4.2

Задания открытого типа

Задания открытого типа на дополнение

1. Напишите пропущенное слово (словосочетание).

Порядком дифференциального уравнения называется наивысший порядок _____.

Правильный ответ: производной.

Компетенции (индикаторы): ОК 01 – ОК 05, ОК 09, ОК 09, ПК 1.1, ПК 1.2, ПК 2.1, ПК 2.2, ПК 2.6, ПК 3.3, ПК 4.2

2. Напишите пропущенное слово (словосочетание).

Если вероятность события А равна 0,7, то вероятность того, что событие А не произойдет, равна _____.

Правильный ответ: 0,3.

Компетенции (индикаторы): ОК 01 – ОК 05, ОК 09, ОК 09, ПК 1.1, ПК 1.2, ПК 2.1, ПК 2.2, ПК 2.6, ПК 3.3, ПК 4.2

3. Напишите пропущенное слово (словосочетание).

Числа вида $z = a + bi$, $\bar{z} = a - bi$ где a и b – действительные числа, i – мнимая единица, называются _____ числами.

Правильный ответ: комплексно – сопряженными.

Компетенции (индикаторы): ОК 01 – ОК 05, ОК 09, ОК 09, ПК 1.1, ПК 1.2, ПК 2.1, ПК 2.2, ПК 2.6, ПК 3.3, ПК 4.2

4. Напишите пропущенное слово (словосочетание).

Точки, в которых функция достигает максимума и минимума, называются _____.

Правильный ответ: точками экстремума.

Компетенции (индикаторы): ОК 01 – ОК 05, ОК 09, ОК 09, ПК 1.1, ПК 1.2, ПК 2.1, ПК 2.2, ПК 2.6, ПК 3.3, ПК 4.2

Задания открытого типа с кратким свободным ответом

1. Вычислить $A - 2B$:

$$A = \begin{pmatrix} 53-1 \\ 176 \\ 04-2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 110 \\ -213 \\ 322 \end{pmatrix}$$

Правильный ответ: $\begin{pmatrix} 31-1 \\ 550 \\ -60-6 \end{pmatrix}$.

Компетенции (индикаторы): ОК 01 – ОК 05, ОК 09, ОК 09, ПК 1.1, ПК 1.2, ПК 2.1, ПК 2.2, ПК 2.6, ПК 3.3, ПК 4.2

2. Вычислить интеграл: $\int 6x(x-1)dx$

Правильный ответ: $F(x) = 2x^3 - 3x^2 + C$.

Компетенции (индикаторы): ОК 01 – ОК 05, ОК 09, ОК 09, ПК 1.1, ПК 1.2, ПК 2.1, ПК 2.2, ПК 2.6, ПК 3.3, ПК 4.2

3. Вычислить $(1-2i)^2 + 5i$

Правильный ответ: i^{-3} .

Компетенции (индикаторы): ОК 01 – ОК 05, ОК 09, ОК 09, ПК 1.1, ПК 1.2, ПК 2.1, ПК 2.2, ПК 2.6, ПК 3.3, ПК 4.2

4. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = 2x^3 - 9x^2$ на $[1;4]$.

Правильный ответ: $\max_{[1;4]} f(x) = f(1) = -7$

$\min_{[1;4]} f(x) = f(3) = -27$;

Компетенции (индикаторы): ОК 01 – ОК 05, ОК 09, ОК 09, ПК 1.1, ПК 1.2, ПК 2.1, ПК 2.2, ПК 2.6, ПК 3.3, ПК 4.2

Задания открытого типа с развернутым ответом

1. Решить систему матричным способом.

$$\begin{cases} 3x_1 - x_2 + x_3 = 12 \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 3 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 3 \end{cases}$$

Привести расширенное решение.

Время выполнения – 20 мин.

Ожидаемый результат:

Представим СЛУ в матричном виде: $(A|B) = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 & | & 12 \\ 5 & 1 & 2 & | & 3 \\ 1 & 1 & 2 & | & 3 \end{pmatrix}$

$$\Delta A = \begin{vmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 5 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 \end{vmatrix} = 6 - 2 + 5 - 1 + 10 - 6 = 12 \neq 0$$

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 5 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

- матрица

невырожденная.

Решим систему матричным способом, для этого вычислим обратную матрицу

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta A} \cdot \begin{pmatrix} A_{11} & A_{21} A_{31} \\ A_{12} & A_{22} A_{32} \\ A_{13} & A_{23} A_{33} \end{pmatrix},$$

где A_{ij} - алгебраические дополнения к элементам матрицы.

$$A_{11} = (-1)^{1+1} \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 0$$

$$A_{12} = (-1)^{1+2} \begin{vmatrix} 5 & 2 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = -(10 - 2) = -8$$

$$A_{13} = (-1)^{1+3} \begin{vmatrix} 5 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 5 - 1 = 4$$

$$A_{21} = (-1)^{2+1} \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = -(-2 - 1) = 3$$

$$A_{22} = (-1)^{2+2} \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 6 - 1 = 5$$

$$A_{23} = (-1)^{2+3} \begin{vmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = -(3+1) = -4$$

$$A_{31} = (-1)^{3+1} \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = -2 - 1 = -3$$

$$A_{32} = (-1)^{3+2} \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 2 \end{vmatrix} = -(6 - 5) = -1$$

$$A_{33} = (-1)^{3+3} \begin{vmatrix} 3 & -1 \\ 5 & 1 \end{vmatrix} = 3 + 5 = 8$$

Таким образом обратная матрица равна: $A^{-1} = \frac{1}{12} \begin{pmatrix} 0 & 3-3 \\ -8 & 5-1 \\ 4 & -48 \end{pmatrix}$

Найдем решение по формуле

$$X = A^{-1} \cdot B$$

$$X = \frac{1}{12} \begin{pmatrix} 0 & 3 & -3 \\ -8 & 5 & -1 \\ 4 & -4 & 8 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 12 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix} = \frac{1}{12} \begin{pmatrix} 0 \cdot 12 & 3 \cdot 3 & (-3) \cdot 3 \\ -8 \cdot 12 & 5 \cdot 3 & (-1) \cdot 3 \\ 4 \cdot 12 & (-4) \cdot 3 & 8 \cdot 3 \end{pmatrix} = \frac{1}{12} \begin{pmatrix} 0 \\ -84 \\ 60 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -7 \\ 5 \end{pmatrix}$$

Ответ: $(0; -7; 5)$

Критерии оценивания:

- обоснование единственности решения;
- наличие вычисления обратной матрицы;
- получение решения системы.

Компетенции (индикаторы): ОК 01 – ОК 05, ОК 09, ОК 09, ПК 1.1, ПК 1.2, ПК 2.1, ПК 2.2, ПК 2.6, ПК 3.3, ПК 4.2

2. Вычислить:

$$\left(\frac{1+i\sqrt{3}}{1-i} \right)^{20}.$$

Результат представить в алгебраической форме. Привести расширенное решение.

Время выполнения – 15 мин.

Ожидаемый результат:

Переведем числитель и знаменатель дроби из алгебраической формы в тригонометрическую.

Для числа

$$z_1 = 1 + i\sqrt{3} \quad r = \sqrt{1^2 + (\sqrt{3})^2} = 2, \quad \varphi = \arctg \frac{\sqrt{3}}{1} = \frac{\pi}{3}.$$

Для числа

$$z_2 = 1 - i \quad r = \sqrt{1^2 + (-1)^2} = \sqrt{2}, \quad \varphi = \arctg \frac{-1}{1} = -\frac{\pi}{4}.$$

Таким образом,

$$\begin{aligned} & (\textcolor{red}{i} - \frac{\pi}{4}) \\ & (\textcolor{red}{i} \frac{7\pi}{12}) \\ & (\textcolor{red}{i} \frac{7\pi}{12}) + i \sin \textcolor{red}{i}. \\ & \cos \textcolor{red}{i} \end{aligned}$$

$$\cos(\textcolor{red}{i} - \frac{\pi}{4}) + i \sin \textcolor{red}{i} = [\text{no формуле}] = \textcolor{red}{i} \sqrt{2} \textcolor{red}{i}$$

$$\sqrt{2} \textcolor{red}{i}$$

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{2(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3})}{\textcolor{red}{i}}$$

В итоге:

$$\begin{aligned} \left(\frac{z_1}{z_2} \right)^{20} &= [\text{no формуле}] = \left(\sqrt{2} \right)^{20} \left(\cos \left(\frac{7\pi}{12} \cdot 20 \right) + i \sin \left(\frac{7\pi}{12} \cdot 20 \right) \right) = \\ &= 2^{10} \left(\cos \frac{35\pi}{3} + i \sin \frac{35\pi}{3} \right) = \left[\frac{35\pi}{3} = 12\pi - \frac{\pi}{3} \right] = \\ &= 2^{10} \left(\cos \left(-\frac{\pi}{3} \right) + i \sin \left(-\frac{\pi}{3} \right) \right) = 2^{10} \left(\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} i \right) = \underline{2^9 (1 - \sqrt{3}i)}. \end{aligned}$$

Ответ:

$$\left(\frac{1 + i\sqrt{3}}{1 - i} \right)^{20} = 2^9 (1 - \sqrt{3}i)$$

Критерии оценивания:

- оптимальная последовательность действий (перевод чисел из алгебраической формы в тригонометрическую);
- правильность вычислений.

Компетенции (индикаторы): ОК 01 – ОК 05, ОК 09, ОК 09, ПК 1.1, ПК 1.2, ПК 2.1, ПК 2.2, ПК 2.6, ПК 3.3, ПК 4.2

3. Дан бак без крышки в виде прямоугольного параллелепипеда, в основании которого лежит квадрат и объем равен 108 см^3 . При каких размерах бака на его изготовление пойдет наименьшее количество материала?

Привести расширенное решение.

Время выполнения – 15 мин.

Ожидаемый результат:

Обозначим сторону основания через $x \text{ см} \in (0; +\infty)$, тогда высота параллелепипеда будет $\frac{108}{x^2}$.

Пусть $S(x)$ площадь поверхности, тогда

$$S(x) = x^2 + 4 \cdot \frac{108}{x^2} \cdot x = x^2 + \frac{432}{x};$$

Найдем критические точки функции:

$$S'(x) = 2x - \frac{432}{x^2};$$

$$S'(x) = 0;$$

$$2x - \frac{432}{x^2} = 0;$$

$$2x^3 = 432;$$

$$x^3 = 216;$$

$$x = 6;$$

По условию задачи $x \in (0; +\infty)$. Найдем знак производной на промежутке $(0; 6)$ и на промежутке $(6; +\infty)$.

x	$(0; 6)$	6	$(6; +\infty)$
y'	-	0	+
y	убывает	min.	возр.

Производная меняет знак с - на +. Отсюда $x=6$ точка минимума, следовательно, $S(6)=108 \text{ см}^2$ наименьшее значение.

Значит, сторона основания равна 6 см, высота 12 см.

Критерии оценивания:

- создание математической модели технической задачи;
- наличие вычисления производной функции и ее критических точек;
- нахождение точек экстремума;
- вычисление размеров бака.

Компетенции (индикаторы): ОК 01 – ОК 05, ОК 09, ОК 09, ПК 1.1, ПК 1.2, ПК 2.1, ПК 2.2, ПК 2.6, ПК 3.3, ПК 4.2