

**Комплект оценочных материалов по дисциплине
ОП.12 Математические методы в программировании
для специальности 09.02.05 Прикладная информатика (по отраслям)**

Задания закрытого типа

Задания закрытого типа на выбор правильного ответа

1. Выберите один правильный ответ

Какой цепочкой с точки зрения информатики описывается решение любой задачи?

- А) реальный объект - модель - алгоритм - программа - результаты - реальный объект
- Б) модель - алгоритм - программа - реальный объект - результаты - реальный объект
- В) алгоритм - программа - результаты - реальный объект- программа
- Г) реальный объект - алгоритм - программа - результаты - реальный объект

Правильный ответ: А

Компетенции (индикаторы): ОК.01, ОК.04, ПК 1.2

2. Выберите один правильный ответ

На какие классы с учетом фактора времени можно разделить модели:

- А) Непрерывные и дискретные
- Б) Статические и динамические
- В) Детерминированные и вероятностные

Правильный ответ: Б

Компетенции (индикаторы): ОК.02, ОК.03, ПК 1.1, ПК 1.2

3. Выберите один правильный ответ

В задаче математического программирования такой вид $f(x_1, x_2, \dots, x_n) \rightarrow \max$ есть у...

- А) ограничений
- Б) вектора коэффициентов
- В) целевой функции

Правильный ответ: В

Компетенции (индикаторы): ОК.05, ОК.08, ПК 2.2

4. Выберите один правильный ответ

Если в транспортной задаче суммарный запас груза у поставщиков меньше суммарного спроса потребителей, то:

- А) для разрешимости задачи необходимо ввести фиктивного поставщика;
- Б) для разрешимости задачи необходимо ввести фиктивного потребителя;

В) необходимо уменьшить спросы потребителей;

Г) задача не имеет решения.

Правильный ответ: А

Компетенции (индикаторы): ОК.06, ОК.07, ОК.09, ПК 4.5

Задания закрытого типа на установление соответствия

1. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

двойственная задача	исходная задача
1) свободные члены системы ограничений двойственной задачи	А) свободные члены системы ограничений исходной задачи
2) коэффициенты при неизвестных целевой функции двойственной задачи	Б) количество ограничений исходной задачи
3) количество ограничений двойственной задачи	В) коэффициенты при неизвестных целевой функции исходной задачи
4) количество переменных двойственной задачи	Г) количество переменных исходной задачи

Правильный ответ:

1	2	3	4
В	А	Г	Б

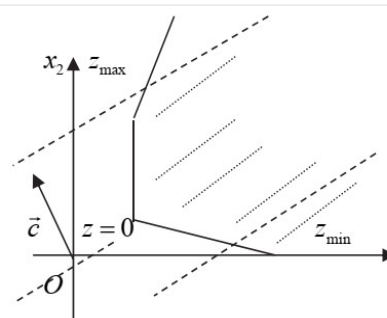
Компетенции (индикаторы): ОК.01, ОК.04, ОК.09, ПК 1.1, ПК 2.2

2. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

Ответ на задачу ЛП	Графическое решение задачи ЛП
1) максимум достигается в точке, а минимума целевая функция не имеет	А)
2) целевая функция не имеет ни максимума, ни минимума.	Б)

3) целевая функция достигает минимума в единственной точке, а максимума – в любой точке отрезка ВС;

В)



Правильный ответ:

1	2	3
Б	В	А

Компетенции (индикаторы): ОК.02, ОК.03, ОК.05, ОК.09, ПК 1.2

3. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

Форма записи задачи линейного программирования		Пример задачи ЛП
1) общая форма	А)	$\begin{cases} -x_2 - 2x_3 \leq 4, \\ -2x_2 - 4x_3 \leq -8, \\ x_2 + x_3 \leq 6; \\ x_2 \geq 0, x_3 \geq 0; \\ z = 3x_2 - x_3 \rightarrow \max. \end{cases}$
2) стандартная форма	Б)	$\begin{cases} x_1 - x_2 - 2x_3 = 4, \\ 2x_2 + 4x_3 - x_4 = 8, \\ x_2 + x_3 + x_5 = 6; \\ x_j \geq 0 \ (j = \overline{1,5}); \\ z = x_1 + 2x_2 - x_3 - x_4 - 2x_5 \rightarrow \max. \end{cases}$
3) каноническая форма	В)	$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 \geq 2, \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 6, \\ x_1 + x_2 + x_3 = 4; \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0; \\ z = 3x_1 - 2x_2 - x_3 \rightarrow \max. \end{cases}$

Правильный ответ:

1	2	3
В	А	Б

Компетенции (индикаторы): ОК.06, ОК.07, ОК.08

Задания закрытого типа на установление правильной последовательности

1. Расположите этапы решения задач линейного программирования графическим методом по порядку следования:

А) Определяем координаты точек или точки, в которых линии уровня покидают область допустимых значений.

Б) Строим линию уровня.

В) Осуществляем построение области допустимых решений, используя систему ограничений.

Г) Строим вектор – направление (градиент).

Д) Сдвигаем линию уровня параллельно самой себе по вектору – направления для задач на $\max$ и противоположно вектору – направления для задач на $\min$.

Правильный ответ: В, Г, Б, Д, А

Компетенции (индикаторы): ОК.01, ОК.08, ОК.09, ПК 2.2

2. Установите правильную последовательность процесса математического моделирования:

А) анализ результата,

Б) определение целей моделирования,

В) проведение исследования,

Г) поиск математического описания».

Правильный ответ: **Б, Г, В, А.**

Компетенции (индикаторы): ОК.05, ОК.06, ОК.07, ПК 4.5

3. Установите правильную последовательность шагов симплекс-метода:

А) Составить начальную симплекс-таблицу.

Б) Преобразовать ограничения в каноническую форму (если необходимо).

В) Сформулировать задачу линейного программирования.

Г) Определить главный элемент в таблице и выполнить элементарные преобразования.

Д) Проверить оптимальность текущего решения.

Е) Записать полученное оптимальное решение и проанализировать его.

Ж) Продолжить итерации до достижения оптимального решения.

Правильный порядок: В, Б, А, Г, Д, Ж, Е

Компетенции (индикаторы): ОК.02, ОК.03, ОК.04, ПК 1.1, ПК 1.2

Задания открытого типа

Задания открытого типа на дополнение

1. Напишите пропущенное слово (словосочетание).

_____ — это задача оптимизации, основная цель которой заключается в доставке товаров от нескольких отправителей к нескольким получателям с минимальными транспортными затратами, при этом учитывая ограничения по количеству товаров, которые могут быть отправлены и приняты.

Правильный ответ: транспортная задача.

Компетенции (индикаторы): ОК.01, ОК.02, ОК.06, ПК 1.1

2. Напишите пропущенное слово (словосочетание).

Алгоритм Дейкстры — это алгоритм для поиска _____ в графе с неотрицательными весами рёбер.

Правильный ответ: кратчайшего пути.

Компетенции (индикаторы): ОК.03, ОК.04, ОК.07

3. Напишите пропущенное слово (словосочетание).

Вектор градиента — это вектор, который указывает направление _____ многопеременной функции и имеет длину, равную скорости изменения функции в этом направлении. Он играет ключевую роль в математическом анализе и оптимизации.

Правильный ответ: наибольшего роста.

Компетенции (индикаторы): ОК.05, ОК.08, ОК.09

Задания открытого типа с кратким свободным ответом

1. Построить модель двойственной задачи к данной

$$\begin{aligned} f(x) &= 8x_1 - 4x_2 + 7x_3 \rightarrow \max \\ \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 \leq 106 \\ 5x_1 + 4x_2 + x_3 \leq 205 \\ 4x_1 + 2x_2 + 8x_3 \leq 340 \end{cases} \\ x_j &\geq 0, j = \overline{1,3} \end{aligned}$$

Правильный ответ:

$$\begin{aligned} z(y) &= 106y_1 + 205y_2 + 340y_3 \rightarrow \min \\ \begin{cases} 2y_1 + 5y_2 + 4y_3 \geq 8 \\ 3y_1 + 4y_2 + 2y_3 \geq -4 \\ -4y_1 + y_2 + 8y_3 \geq 7 \end{cases} \\ y_i &\geq 0, i = \overline{1,3} \end{aligned}$$

Компетенции (индикаторы): ОК.02, ОК.03, ОК.08, ПК 2.2

2. Найти опорное решение транспортной задачи методом минимального элемента.

В двух пунктах отправления A_1, A_2 находится соответственно 150 и 90 тонн горючего. В пункты B_1, B_2, B_3 требуется доставить соответственно 60, 70, 110 тонн горючего. Стоимости перевозки 1т горючего определены в условных денежных единицах и заданы матрицей

$$C = \begin{pmatrix} 6 & 10 & 4 \\ 12 & 2 & 8 \end{pmatrix}$$

Правильный ответ:

	ПН	B_1	B_2	B_3
ПО	Заявки b_j Запас a_i	60	70	110
A_1	150	40	-	110
A_2	90	20	70	-

опорное решение, в матричном представлении имеет вид

$$X = \begin{pmatrix} 40 & 0 & 110 \\ 20 & 70 & 0 \end{pmatrix}.$$

Значение целевой функции на опорном решении

$$S = 40 \cdot 6 + 0 \cdot 10 + 110 \cdot 4 + 20 \cdot 12 + 70 \cdot 2 + 0 \cdot 8 = 1060$$

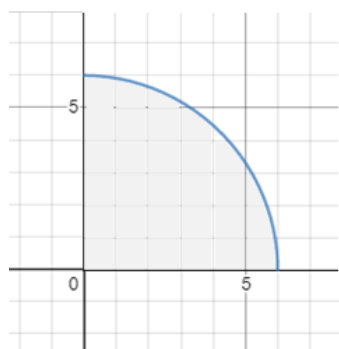
Компетенции (индикаторы): ОК.01, ОК.04, ОК.06, ПК 1.1

3. Построить область допустимых решений задачи нелинейного программирования:

$$Z = 2x + y \rightarrow \max,$$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 36, \\ x, y \geq 0. \end{cases}$$

Правильный ответ:



Компетенции (индикаторы): ОК.05, ОК.07, ОК.09

Задания открытого типа с развернутым ответом

1. Найти решение задачи ЛП, используя симплекс метод:

Найти максимум функции:

$$F = 3x_1 + 2x_2$$

$$\begin{cases} x_1 - x_2 \leq 2 \\ 2x_1 + x_2 \leq 6 \\ x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \end{cases}$$

Привести расширенное решение.

Время выполнения – 30 мин.

Ожидаемый результат:

Приведем заданную модель к каноническому виду, введя свободные переменные x_3, x_4 , превращающие неравенства в равенства:

$$F = 3x_1 + 2x_2 + 0 \cdot x_3 + 0 \cdot x_4 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + 1 \cdot x_3 + 0 \cdot x_4 = 2 \\ 2x_1 + x_2 + 0 \cdot x_3 + 1 \cdot x_4 = 6 \\ x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \end{cases}$$

Начальное допустимое базисное решение будет иметь вид $X = (0, 0, 2, 6)$

Занесем в симплекс таблицу все необходимые данные:

Базис	цена c	b	3	2	0	0	b_i / a_{ik}
			x_1	x_2	x_3	x_4	
x_3	0	2	1	-1	1	0	
x_4	0	6	2	1	0	1	
F		0	-3	-2	0	0	

Элементы последней строки рассчитываем по формулам:

$$\Delta_j = (c_1 a_{1j} + c_2 a_{2j} + \dots + c_m a_{mj}) - c_j$$

$$\Delta_1 = (c_1 a_{11} + c_2 a_{21}) - c_1 = 0 \cdot 1 + 0 \cdot 2 - 3 = -3$$

$$\Delta_2 = (c_1 a_{12} + c_2 a_{22}) - c_2 = 0 \cdot (-1) + 0 \cdot 1 - 2 = -2$$

$$\Delta_3 = (c_1 a_{13} + c_2 a_{23}) - c_3 = 0 \cdot 1 + 0 \cdot 0 - 0 = 0$$

$$\Delta_4 = (c_1 a_{14} + c_2 a_{24}) - c_4 = 0 \cdot 0 + 0 \cdot 1 - 0 = 0$$

Значение функции для данного начального базиса будет равно нулю:

$$F = \sum_{i=1}^2 c_i a_{i0} = 0 \cdot 2 + 0 \cdot 3 = 0$$

Так как в индексной строке имеются отрицательные значения – приступаем к улучшению плана.

В качестве разрешающего столбца выбираем столбец x_1 , так как (-3) - наибольшее по модулю отрицательное число.

Базис	цена c	b	3	2	0	0	b_i/a_{ik}
			x_1	x_2	x_3	x_4	
x_3	0	2	1	-1	1	0	$\frac{2}{1}$
x_4	0	6	2	1	0	1	$\frac{6}{2}$
F		0	-3	-2	0	0	

В качестве разрешающей строки выбираем строку x_3 , так как $\frac{2}{1}$ - минимальным из отношений.

Базис	цена c	b	3	2	0	0	b_i/a_{ik}
			x_1	x_2	x_3	x_4	
x_3	0	2	1	-1	1	0	$\frac{2}{1}$
x_4	0	6	2	1	0	1	$\frac{6}{2}$
F		0	-3	-2	0	0	

Таким образом, элемент x_{31} будет направляющим. Заполним таблицу, соответствующую новому опорному плану. После заполнения, приступаем ко второй итерации, продолжая улучшать план.

Базис	цена c	b	3	2	0	0	b_i/a_{ik}
			x_1	x_2	x_3	x_4	
x_1	3	2	1	-1	1	0	-
x_4	0	2	0	3	-2	1	$\frac{2}{3}$
F		6	0	-5	3	0	

Результат второй итерации:

Базис	цена c	b	3	2	0	0	b_i/a_{ik}
			x_1	x_2	x_3	x_4	
x_1	3	$\frac{8}{3}$	1	0	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	
x_2	2	$\frac{2}{3}$	0	1	$-\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$	
F		$9\frac{1}{3}$	0	0	$-\frac{1}{3}$	$\frac{5}{3}$	

После заполнения, приступаем к третьей итерации, продолжая улучшать план, так как в строке оценок имеется отрицательное значение.

Базис	цена c	b	3	2	0	0	b_i/a_{ik}
			x_1	x_2	x_3	x_4	
x_1	3	$\frac{8}{3}$	1	0	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	8
x_2	2	$\frac{2}{3}$	0	1	$-\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$	-
F		$9\frac{1}{3}$	0	0	$-\frac{1}{3}$	$\frac{5}{3}$	

Результат третьей итерации:

Базис	цена c	b	3	2	0	0	b_i/a_{ik}
			x_1	x_2	x_3	x_4	
2/2	0	8	3	0	1	1	
2/2	2	6	1	1	0	1	
F		12	1	0	0	2	

Так как все значения строки оценок неотрицательные, то план, представленный в таблице, будет оптимальным:

Ответ: $X_{opt} = (0, 6, 8, 0)$

$$F_{max} = 12$$

Критерии оценивания:

- Корректность постановки задачи (правильное задание целевой функции и ограничений, правильное оформление начальной таблицы симплекс-метода).
- Пошаговое применение симплекс-метода (Соблюдение логики и правил симплекс-метода на каждом этапе).
- Достижение оптимального решения (корректное определение оптимальных значений переменных. Правильный расчет значения целевой функции в оптимуме).

Компетенции (индикаторы): ОК.01, ОК.02, ОК.04, ОК.05, ПК 2.2, ПК 4.5