

Комплект оценочных материалов по дисциплине
ЕН.01 Элементы высшей математики
для специальности 09.02.07 Информационные системы и
программирование

Задания закрытого типа на выбор правильного ответа

1. Выберите один правильный ответ

Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 5 & 2 \\ 7 & 3 \end{vmatrix}$$

- A) 1
- B) 29
- C) -1
- D) -29

Правильный ответ: А

Компетенции: ОК 01, ОК 05, ПК 1.1

2. Выберите один правильный ответ

Найти

$$\lim_{x \rightarrow 6} \frac{x - 6}{x^2 - 36}$$

- A) $\frac{1}{12}$
- B) ∞
- C) 12
- D) 0

Правильный ответ: А

Компетенции: ОК 01, ПК 2.1

3. Выберите один правильный ответ

Вычислить интеграл

$$\int_0^1 (7x^6 - 6^x \ln 6 - 7) dx$$

- A) -6

В) $\ln 6$

С)-11

Д)0

Правильный ответ: С

Компетенции: ОК 02, ПК 2.1

Задания закрытого типа на установление соответствия

Установите правильное соответствие.

Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

1. Установите соответствие названий операций над векторами и формул для выполнения этих операций:

1) сложение

А) $(x_1 - x_2; y_1 - y_2; z_1 - z_2)$

2) вычитание

Б) $x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2$

3) умножение на число к

В) $(kx; ky; kz)$

4) скалярное произведение

Г) $(x_1 + x_2; y_1 + y_2; z_1 + z_2)$

Правильный ответ:

1Г; 2А; 3В; 4Б

Компетенции: ОК 01, ОК 05

2. Установите соответствие между функциями и их производными:

1) $y = x - x^3$

А) $\ln 5$

2) $y = 3 \sin x$

Б) $1 - 3x^2$

3) $y = 5^x$

В) $3 \cos x$

4) $y = \cos 2x$

Г) $\frac{2}{x}$

Правильный ответ: 1Б, 2В, 3А, 4Г

Компетенции: ПК 2.1, ОК 05

3. Установите соответствие между комплексными числами и их модулями:

- | | | |
|----|--------------------|---------------|
| 1) | $z = \sqrt{3} + i$ | А) 5 |
| 2) | $z = 1 + i$ | Б) 2 |
| 3) | $z = 3 - 4i$ | В) 3 |
| 4) | $z = 3i$ | Г) $\sqrt{2}$ |

Правильный ответ: 1Б, 2Г, 3А, 4В

Компетенции: ПК 1.1, ОК 01

Задания закрытого типа на установление правильной последовательности

1. Установите правильную последовательность действий при исследовании функции на экстремум:

- А) найти производную
- Б) найти область определения функции
- В) определить знак производной в окрестности критической точки
- Г) приравнять производную к нулю

Правильный ответ: Б, А, Г, В

Компетенции: ОК 01, ПК 2.1

2. Установите правильную последовательность применения формул при дифференцировании функции $y = 2x - \cos \sqrt{3x+1}$

- А) нахождение производной корня
- Б) нахождение производной многочлена
- В) нахождение производной косинуса
- С) нахождение производной разности функций

Правильный ответ: С, В, А, Б

Компетенции: ОК 01, ОК 05

3. Установите правильную последовательность длин соответствующих векторов, записав их в порядке убывания:

- А) $2\vec{a}$

Б) - \vec{a}

В) -3 \vec{a}

Г) $\frac{1}{3}\vec{a}$

Правильный ответ: В, А, Б, Г

Компетенции: ПК 1.1, ОК 01

Задания открытого типа на дополнение

Напишите пропущенное слово (словосочетание).

1. Дифференциальным уравнением называют уравнение, содержащее переменную под знаком...

Правильный ответ: производной или дифференциала

Компетенции: ОК 01, ОК 05

2. Функция убывает на тех интервалах, на которых ее производная...

Правильный ответ: отрицательна

Компетенции: ПК 1.1, ОК 01

3. Формула Ньютона-Лейбница применяется для вычисления ...

Правильный ответ: определенного интеграла

Компетенции: ОК 01, ОК 05, ПК 2.1

Задания открытого типа с кратким свободным ответом

1. Производная функция $y(x) = \sin \sqrt{x}$ равна ... (Ответ запишите в виде функции)

Правильный ответ: $\frac{\cos \sqrt{x}}{2\sqrt{x}}$

Компетенции: ПК 1.1, ОК 01

2. Найти промежуток возрастания функции $y(x) = 1 - x^2$ (Ответ запишите в виде интервала)

Правильный ответ: $(-\infty; 0)$

Компетенции: ПК 2.1, ОК 05, ОК 01

3. Найти площадь треугольника, заданного координатами своих вершин $A(0;0;0)$, $B(1;0;0)$, $C(0;2;0)$ (Ответ запишите в виде числа)

Правильный ответ: 1 .

Компетенции: ОК 01, ПК 1.1

4. Найти наибольшее значение функции $y(x)=x^2-2x-1$ на отрезке $[-1;1]$ (Ответ запишите в виде числа)

Правильный ответ: 2 .

Компетенции: ОК 05, ПК 2.1

Задания открытого типа с развернутым ответом

1. Решить задачу:

Найти матрицу, обратную к матрице и сделать

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 2 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

проверку.

Привести расширенное решение.

Время выполнения – 20 мин.

Ожидаемый результат:

1. Найдем определитель матрицы A

$$\Delta = 1(1-8)-2(-1-4)-3(-4-2) = -7+10+18=21$$

2. Убедившись, что матрица невырожденная, найдем алгебраические дополнения к ее элементам:

$$A_{11} = -7$$

$$A_{21} = -(2+12) = -14$$

$$A_{31} = 4+3=7$$

$$A_{12} = -(-5) = 5$$

$$A_{22} = 1+6=7$$

$$A_{32} = -(2-3) = 1$$

$$A_{13} = -6$$

$$A_{23} = -(4-4) = 0$$

$$A_{33} = 1+1=3$$

3. Составим обратную матрицу $A^{-1} =$

$$\frac{1}{21} \begin{pmatrix} -7 & -14 & 7 \\ 5 & 7 & 1 \\ -6 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

4. Сделаем проверку, для чего убедимся, что $A^{-1}A = E$

$$\frac{1}{21} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 2 & 4 & 1 \end{pmatrix} = C$$

$$c_{11} = \frac{1}{21} (-7+14+14)=1 \quad c_{21} = \frac{1}{21} (5-7+2)=0 \quad c_{31} = \frac{1}{21} (-6+0+6)=0$$

$$c_{12} = \frac{1}{21} (-14-14+28)=0 \quad c_{22} = \frac{1}{21} (10+7+4)=1 \quad c_{32} = \frac{1}{21} (-12+0+12)=0$$

$$c_{13} = \frac{1}{21} (21-28+7)=0 \quad c_{23} = \frac{1}{21} (-15+14+1)=1 \quad c_{33} = \frac{1}{21} (18+0+3)=1$$

Получили $C = E$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Ответ: $A^{-1} =$

$$\frac{1}{21} \begin{pmatrix} -7 & -14 & 7 \\ 5 & 7 & 1 \\ -6 & 0 & 3 \end{pmatrix} \quad \text{или} \quad A^{-1} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{3} & -\frac{2}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{5}{21} & \frac{1}{3} & \frac{1}{21} \\ -\frac{6}{21} & 0 & \frac{1}{7} \end{pmatrix}$$

Критерии оценивания:

- вычисление определителя 3-го порядка;
- нахождение алгебраических дополнений и составление обратной матрицы;
- доказательство путем произведения матриц того, что обратная матрица найдена верно.

Компетенции: ОК 01, ОК 05, ПК 1.1

2. Решить систему линейных алгебраических уравнений методом Крамера:

$$\begin{cases} 5x - y - z = 0 \\ x + 2y + 3z = 14 \\ 4x + 3y + 2z = 16 \end{cases}$$

Привести расширенное решение.

Время выполнения – 15 мин.

Ожидаемый результат:

1. Составим и вычислим определители:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 5 & -1 & -1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 4 & 3 & 2 \end{vmatrix} = 5(4 - 9) + (2 - 12) - (3 - 8) = -25 - 10 + 5 = -30;$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 0 & -1 & -1 \\ 14 & 2 & 3 \\ 16 & 3 & 2 \end{vmatrix} = (28 - 48) - (42 - 32) = -20 - 10 = -30.$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 5 & 0 & -1 \\ 1 & 14 & 3 \\ 4 & 16 & 2 \end{vmatrix} = 5(28 - 48) - (16 - 56) = -100 + 40 = -60.$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 5 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 14 \\ 4 & 3 & 16 \end{vmatrix} = 5(32 - 42) + (16 - 56) = -50 - 40 = -90.$$

2. Найдем решение по формулам Крамера: $x = \Delta_1/\Delta = 1$; $y = \Delta_2/\Delta = 2$; $z = \Delta_3/\Delta = 3$.

3. Так как $\Delta \neq 0$ и $\Delta_1 \neq 0$, $\Delta_2 \neq 0$, $\Delta_3 \neq 0$, то система имеет единственное решение (1;2;3)

Критерии оценивания:

- наличие вычисления главного и вспомогательных определителей;
- обоснование единственности решения;
- получение решения системы

Компетенции: ОК 01, ОК 05, ПК 1.1