Комплект оценочных материалов по дисциплине
«Математический анализ»

Задания закрытого типа

Задания закрытого типа на выбор правильного ответа

1. Выберите один правильный ответ
Вычислить $\left|1-\sqrt{2}\right|+\left|\sqrt{2}-3\right|+4$.
А) 2
Б) $2\sqrt{2}$
В) 6
Г) $-2\sqrt{2}$
Правильный ответ: В
Компетенции (индикаторы): УК-1, УК-6, ОПК-1

2. Выберите один правильный ответ
Для функции $f(x)=3x^2-2x-1$ найти $f(-1)+f'(1)$.
А) 8
Б) 4
В) 0
Г) 1
Правильный ответ: А
Компетенции (индикаторы): УК-1, УК-6, ОПК-1

3. Выберите один правильный ответ
Найти предел числовой последовательности $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{6n^2+5}{3n^2-3n+7}$
А) ∞
Б) 0
В) 2
Г) $\frac{5}{7}$
Правильный ответ: В
Компетенции (индикаторы): УК-1, УК-6, ОПК-1

4. Выберите один правильный ответ
Даны функции $f(x)=sin\ x,\ \ g(x)=\sqrt{x}$. Найти значение их композиции:

$$g\left(f\left(\frac{\pi}{2}\right)\right)$$

А) $\sqrt{\frac{\pi}{2}}$

Б) $1 + \sqrt{\frac{\pi}{2}}$
В) 0
Г) 1
Правильный ответ: Г
Компетенции (индикаторы): УК-1, УК-6, ОПК-1

5. Выберите один правильный ответ
Какой из неопределенных интегралов дает в результате $2\ arctg\ x + C$?
А) $\int \frac{2\,dx}{2\,x-1}$
Б) $\int \frac{x\,dx}{x^2-1}$
В) $\int \frac{dx}{x^2-1}$
Г) $\int \frac{2\,dx}{x^2+1}$
Правильный ответ: Г
Компетенции (индикаторы): УК-1, УК-6, ОПК-1

6. Выберите один правильный ответ
Неопределенный интеграл $\int x^3 dx$ равен:
А) $\frac{x^2}{2} + C$
Б) $3x^2 + C$
В) $\frac{x^3}{3} + C$
Г) $\frac{x^4}{4} + C$
Правильный ответ: Г
Компетенции (индикаторы): УК-1, УК-6, ОПК-1

7. Выберите один правильный ответ
Неопределенный интеграл $\int 5^x dx$ равен:
А) $5^x \cdot ln\,5 + C$
Б) $\frac{x^5}{5} + C$
В) $\frac{5^x}{ln\,5} + C$
Г) $x \cdot 5^x + C$
Правильный ответ: В
Компетенции (индикаторы): УК-1, УК-6, ОПК-1

8. Выберите один правильный ответ
Неопределенный интеграл $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2-x^2}}$ равен:
А) $arcsin\frac{x}{a} + C$
Б) $arccos\frac{a}{x} + C$

В) $-\frac{1}{\sqrt{a^2+x^2}}+C$

Г) $arcsin\frac{a}{x}+C$

Правильный ответ: А

Компетенции (индикаторы): УК-1, УК-6, ОПК-1

9. Выберите один правильный ответ

Для функции $y=cos\ 2x$ найти все первообразные.

А) $\frac{1}{2}sin\ 2x$

Б) $-\frac{1}{2}sin\ 2x+C$

В) $\frac{1}{2}sin\ x+C$

Г) $\frac{1}{2}sin\ 2x+C$

Правильный ответ: Г

Компетенции (индикаторы): УК-1, УК-6, ОПК-1

10. Выберите один правильный ответ

Найти частные производные первого порядка для функции от двух переменных $z=y^x$.

А) $\frac{\partial z}{\partial x}=x\cdot y^{x-1},\ \ \frac{\partial z}{\partial y}=y^x\cdot ln\ y$

Б) $\frac{\partial z}{\partial x}=\frac{\partial z}{\partial y}=x\cdot y^{x-1}$

В) $\frac{\partial z}{\partial x}=y^x\cdot ln\ y,\ \ \frac{\partial z}{\partial y}=x\cdot y^{x-1}$

Г) $\frac{\partial z}{\partial x}=\frac{\partial z}{\partial y}=y^x\cdot ln\ y$

Правильный ответ: В

Компетенции (индикаторы): УК-1, УК-6, ОПК-1

11. Выберите один правильный ответ

Установить тип дифференциального уравнения первого порядка:

$$(xy^2+x)dx+(y-x^2y)dy=0$$

А) линейное дифференциальное уравнение;

Б) однородное дифференциальное уравнение;

В) уравнение Бернулли;

Г) уравнение с разделяющимися переменными.

Правильный ответ: Г

Компетенции (индикаторы): УК-1, УК-6, ОПК-1

12. Выберите один правильный ответ

Найти градиент $grad\ z$ функции $z=x^2+y^3$ в точке $M(1;\ 3)$.

А) $(2;\ \ 27)$

Б) $(3;\ \ 27)$

В) $(1;\ \ 9)$

Г) $(2;\ \ 9)$
Правильный ответ: А
Компетенции (индикаторы): УК-1, УК-6, ОПК-1

13. Выберите один правильный ответ
Решить дифференциальное уравнение первого порядка:
$$y' = sin\frac{2+5x}{\sqrt{2}}$$
А) $y = -\frac{2}{5}\ cos\frac{2+5x}{\sqrt{2}} + C$
Б) $y = -\frac{\sqrt{2}}{5}\ cos\frac{2+5x}{\sqrt{2}} + C$
В) $y = -\ cos\frac{2+5x}{\sqrt{2}} + C$
Г) $y = \frac{\sqrt{2}}{5}\ cos\frac{2+5x}{\sqrt{2}} + C$
Правильный ответ: Б
Компетенции (индикаторы): УК-1, УК-6, ОПК-1

Задания закрытого типа на выбор нескольких правильных ответов

1. Выберите все правильные варианты ответов
Какие из данных пределов равны 1?
А) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{15x+1}{15x-6}$
Б) $\lim\limits_{x\to 1}\frac{x^2-1}{x-1}$
В) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{tgx}{sin\ x}$
Г) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{tgx}{sin\ 3x}$
Д) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{x}{sin\ x}$
Правильный ответ: А, В, Д
Компетенции (индикаторы): УК-1, УК-6, ОПК-1

2. Выберите все правильные варианты ответов
Какие из следующих функций имеют область определения, равную:
$$D_y = (-\infty, 6)?$$
А) $y = ln(6-x)$
Б) $y = \frac{1}{6-x}$
В) $y = \frac{1}{\sqrt{6-x}}$
Г) $y = \sqrt[3]{6-x}$
Д) $y = \frac{6-x}{2}$

Правильный ответ: А, В
Компетенции (индикаторы): УК-1, УК-6, ОПК-1

3. Выберите все правильные варианты ответов
Какие из определенных интегралов равны 2?
А) $\int_1^e \frac{2}{x}\ dx$
Б) $\int_1^3 x^2 dx$
В) $\int_0^1 4x\ dx$
Г) $\int_0^\pi cos\ \frac{x}{2}\ dx$
Правильный ответ: А, В, Г
Компетенции (индикаторы): УК-1, УК-6, ОПК-1

4. Выберите все правильные варианты ответов
Какие из данных числовых рядов являются расходящимися?
А) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{n}}$
Б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n+1}$
В) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n-1}$
Г) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n\cdot(n+3)}$
Правильный ответ: А, Б, В
Компетенции (индикаторы): УК-1, УК-6, ОПК-1

Задания закрытого типа на установление соответствия

1. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

	Функция $y(x)$		Производная $y'(x)$
1)	$y = 2arctg\ x$	А)	$y' = -\frac{2}{1+4x^2}$
2)	$y = arcctg\ 2x$	Б)	$y' = \frac{2}{\sqrt{1-4x^2}}$
3)	$y = arcsin(-2x)$	В)	$y' = -\frac{2}{\sqrt{1-4x^2}}$
4)	$y = arccos(-2x)$	Г)	$y' = \frac{2}{1+x^2}$

Правильный ответ:

1	2	3	4
Г	А	В	Б

Компетенции (индикаторы): УК-1, УК-6, ОПК-1

2. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

Установить соответствие между эквивалентными бесконечно малыми функциями при $x \to 0$:

	Бесконечно малая функция при $x \to 0$		Эквивалентная бесконечно малая функция при $x \to 0$
1)	$1 - cos\, x$	А)	$2x$
2)	$sin\, 2x$	Б)	$\sqrt{x}$
3)	$ln(1 + x^2)$	В)	x^2
4)	$tg\, \sqrt{x}$	Г)	$x^2/2$

Правильный ответ:

1	2	3	4
Г	А	В	Б

Компетенции (индикаторы): УК-1, УК-6, ОПК-1

3. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

	Простейшее неравенство с модулем		Способы решения
1)	$\lvert x \rvert < 5$	А)	$\left[\begin{array}{l} x \geq 5 \\ x \leq -5 \end{array}\right.$
2)	$\lvert x \rvert > 5$	Б)	$\begin{cases} x \geq -5 \\ x \leq 5 \end{cases}$
3)	$\lvert x \rvert \leq 5$	В)	$\left[\begin{array}{l} x > 5 \\ x < -5 \end{array}\right.$
4)	$\lvert x \rvert \geq 5$	Г)	$\begin{cases} x > -5 \\ x < 5 \end{cases}$

Правильный ответ:

1	2	3	4
Г	В	Б	А

Компетенции (индикаторы): УК-1, УК-6, ОПК-1

4. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

Даны множества $A = (0;\ 2)$, $B = [1;\ 3]$.

	Операции над множествами А и В		Результат
1)	$A \cup B$	А)	$[2;\ 3]$
2)	$A \cap B$	Б)	$(0;\ 3]$
3)	$A \setminus B$	В)	$(0;\ 1)$
4)	$B \setminus A$	Г)	$[1;\ 2)$

Правильный ответ:

1	2	3	4
Б	Г	В	А

Компетенции (индикаторы): УК-1, УК-6, ОПК-1

5. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

	Неопределенный интеграл		Значение
1)	$\int \frac{dx}{\sqrt{3-x^2}}$	А)	$\frac{1}{\sqrt{3}} arctg \frac{x}{\sqrt{3}} + C$
2)	$\int \frac{dx}{3+x^2}$	Б)	$\frac{1}{2\sqrt{3}} ln \left\| \frac{x-\sqrt{3}}{x+\sqrt{3}} \right\| + C$
3)	$\int \frac{dx}{x^2-3}$	В)	$ln \left\| x + \sqrt{x^2+3} \right\| + C$
4)	$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+3}}$	Г)	$arcsin \frac{x}{\sqrt{3}} + C$

Правильный ответ:

1	2	3	4
Г	А	Б	В

Компетенции (индикаторы): УК-1, УК-6, ОПК-1

6. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

	Свойства определенного интеграла		Формулы
1)	Теорема о среднем значении определенного интеграла	А)	$\int_a^b \lambda f(x)dx = \lambda \int_a^b f(x)dx$
2)	Аддитивность определенного интеграла	Б)	$\int_a^b (f(x) \pm g(x))dx = \int_a^b f(x)dx \pm \int_a^b g(x)dx$
3)	Однородность определенного интеграла	В)	$\int_a^b f(x)dx = f(C)(b-a)$
4)	Формула Ньютона-Лейбница	Г)	$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$

Правильный ответ:

1	2	3	4
В	Б	А	Г

Компетенции (индикаторы): УК-1, УК-6, ОПК-1

7. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

Тригонометрические Применение

	подстановки при нахождении интеграла вида $\int R(sinx, cos\,x)\,dx$		
1)	$t = tg\frac{x}{2}$	А)	имеется нечетность по $sin\,x$
2)	$t = cos\,x$	Б)	имеется нечетность по $cos\,x$
3)	$t = sin\,x$	В)	одинаковая четность по $sin\,x$ и $cos\,x$
4)	$t = tg\,x$ (или $t = ctg\,x$)	Г)	подходит всегда

Правильный ответ

1	2	3	4
Г	А	Б	В

Компетенции (индикаторы): УК-1, УК-6, ОПК-1

8. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

	Определенный интеграл		Значение
1)	$\int_1^e \frac{dx}{x}$	А)	1
2)	$\int_0^2 4\,dx$	Б)	$e-1$
3)	$\int_0^1 e^x\,dx$	В)	8
4)	$\int_0^{\pi/4} \frac{2\,dx}{cos^2x}$	Г)	2

Правильный ответ:

1	2	3	4
А	В	Б	Г

Компетенции (индикаторы): УК-1, УК-6, ОПК-1

9. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

	Ряд		Название
1)	$\sum_1^\infty \frac{1}{n}$	А)	степенной ряд
2)	$\sum_0^\infty \frac{x^n}{n!}$	Б)	гармонический ряд

3) $\sum_{1}^{\infty}(\sin nx+\cos nx)$ В) тригонометрический ряд

4) $\sum_{1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{n}$ Г) знакочередующийся ряд

Правильный ответ:

1	2	3	4
Б	А	В	Г

Компетенции (индикаторы): УК-1, УК-6, ОПК-1

10. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

Функция — Разложение в ряд Маклорена

1) e^x А) $1+x+x^2+\cdots+x^n+\cdots$

2) $\cos x$ Б) $\frac{x}{1!}-\frac{x^3}{3!}+\frac{x^5}{5!}+\cdots+\frac{(-1)^{n+1}x^{2n-1}}{(2n-1)!}+\cdots$

3) $\sin x$ В) $1+\frac{x}{1!}+\frac{x^2}{2!}+\cdots+\frac{x^n}{n!}+\cdots$

4) $\frac{1}{1-x}$ Г) $1-\frac{x^2}{2!}+\frac{x^4}{4!}+\cdots+\frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n)!}+\cdots$

Правильный ответ:

1	2	3	4
В	Г	Б	А

Компетенции (индикаторы): УК-1, УК-6, ОПК-1

11. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

Двойной интеграл по области D — Значение

1) $\iint_D dx\,dy$ А) 2

$D:\{0\le x\le 1;0\le y\le 1\}$

2) $\iint_D dx\,dy$ Б) 0

$D:\{0\le x\le 1;0\le y\le 0\}$

3) $\iint_D dx\,dy$ В) 1

$D:\{x=1;y=0;\ y=x\}$

4) $$\iint_D dx\,dy$$ $$D: \{0 \le x \le 1;\ 0 \le y \le 2\}$$

Г) $$\frac{1}{2}$$

Правильный ответ:

1	2	3	4
В	Б	Г	А

Компетенции (индикаторы): УК-1, УК-6, ОПК-1

12. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

Тройной интеграл по V — Значение

1) $$\iiint_V dx\,dy\,dz$$ $$V: \{0 \le x \le 1; 0 \le y \le 1; 0 \le z \le 1\}$$

2) $$\iiint_V dx\,dy\,dz$$ $$V: \left\{\begin{matrix} -R \le x \le R; \\ -\sqrt{R^2 - x^2} \le y \le \sqrt{R^2 - x^2}; \\ 0 \le z \le \sqrt{R^2 - x^2 - y^2} \end{matrix}\right\}$$

3) $$\iiint_V dx\,dy\,dz$$ $$V: \{0 \le z \le 1; x^2 + y^2 = 1\}$$

4) $$\iiint_V dx\,dy\,dz$$ $$V: \{-1 \le z \le 1; x^2 + y^2 = R^2\}$$

А) $$\frac{2}{3}\pi R^3$$

Б) $$1$$

В) $$\frac{1}{6}$$

Г) $$2\pi R^2$$

Правильный ответ:

1	2	3	4
Б	А	В	Г

Компетенции (индикаторы): УК-1, УК-6, ОПК-1

Задания закрытого типа на установление правильной последовательности

1. Расположить значения $y'(x_0)$ производных функций в точке x_0 в порядке возрастания их величин:

А) $y = 4 + ln\,x,\ x_0 = \frac{1}{2}$

Б) $y = 10 - 3x - 2x^2,\ x_0 = -1$

В) $\mathrm{y} = (\mathrm{x} + 3) \cdot tgx,\ x_0 = 0$

Г) $\mathrm{y} = \sqrt{1 + \mathrm{x}},\ x_0 = 0$

Правильный ответ: Г, Б, А, В

Компетенции (индикаторы): УК-1, УК-6, ОПК-1

2. Расположите пределы в порядке убывания их значений:

А) $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{2x^2-4}{x^2-x-2}$

Б) $\lim\limits_{x\to 0} \frac{\sin x}{x}$

В) $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\frac{x+1}{x}\right)^x$

Г) $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{x^5+x+1}{10x^4-x-2}$

Правильный ответ: Г, В, А, Б

Компетенции (индикаторы): УК-1, УК-6, ОПК-1

3. Расположите определенные интегралы в порядке возрастания их значений:

А) $\int_0^1 x^2 dx$

Б) $\int_0^1 \frac{4}{1+x^2} dx$

В) $\int_0^1 dx$

Г) $\int_0^1 3e^x dx$

Правильный ответ: А, В, Б, Г

Компетенции (индикаторы): УК-1, УК-6, ОПК-1

4. Расположить простые рациональные дроби в правильной последовательности, соответствующей их названиям.

А) $\frac{Mx+N}{x^2+px+q}$

Б) $\frac{A}{(x-a)^k}$, $\ k = 2, 3, \ldots$

В) $\frac{A}{x-a}$

Г) $\frac{Mx+N}{(x^2+px+q)^m}$, $\ m = 2, 3, \ldots$

Правильный ответ: В, Б, А, Г

Компетенции (индикаторы): УК-1, УК-6, ОПК-1

5. Расположите дифференциальные уравнения в порядке возрастания их порядка:

А) $\frac{dy}{dx} = x$
Б) $\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{d^5y}{dx^5} = \frac{dy}{dx}$
В) $y'' + y' = 0$
Г) $xy''' - y' = y^5$
Правильный ответ: А, В, Г, Б
Компетенции (индикаторы): УК-1, УК-6, ОПК-1

6. Расположите значения функции $z(x_0 = 1; y_0 = 1)$ в порядке убывания:
А) $z(x;y) = 2x + 3y^2$
Б) $z(x;y) = \ln(xy) + 2$
В) $z(x;y) = \ln x + \ln y + 1$
Г) $z(x;y) = y \cdot \sin(\pi x)$
Правильный ответ: А, Б, В, Г
Компетенции (индикаторы): УК-1, УК-6, ОПК-1

7. Расположите интегралы в порядке убывания их значений:
А) $\int_0^1 dx \int_0^1 dy$
Б) $\int_0^1 dx \int_0^x dy$
В) $\int_0^1 dx \int_0^{x^2} dy$
Г) $\int_0^1 dx \int_{-1}^1 dy$
Правильный ответ: Г, А, Б, В
Компетенции (индикаторы): УК-1, УК-6, ОПК-1

Задания открытого типа

Задания открытого типа на дополнение

1. Напишите пропущенное слово (словосочетание).
Закончить формулировку определения. Ответ дать в именительном падеже.
Пусть x_0 – точка разрыва для функции f, определенной в окрестности $U^*(x_0)$, тогда если существуют конечные левый и правый пределы $f(x_0 -)$, $f(x_0 +)$ для функции f при $x \to x_0$, то точка x_0 называется ___________________.
Правильный ответ: точка разрыва первого рода.
Компетенции (индикаторы): УК-1, УК-6, ОПК-1

2. Напишите пропущенное слово (словосочетание).
Закончить формулировку определения.
Решить задачу Коши для дифференциального уравнения $F(x, y, y') = 0$ первого порядка – это значит, найти _________, удовлетворяющее начальному

условию.

Правильный ответ: частное решение.

Компетенции (индикаторы): УК-1, УК-6, ОПК-1

3. Напишите пропущенное слово (словосочетание).

________________ – это функция f, областью определения которой является множество натуральных чисел $D_f = N$.

Правильный ответ: числовая последовательность.

Компетенции (индикаторы): УК-1, УК-6, ОПК-1

4. Напишите пропущенное слово (словосочетание).

_________________ – предел отношения приращения функции к приращению её аргумента при стремлении приращения аргумента к нулю (при условии, что такой предел существует).

Правильный ответ: производная; производная функции.

Компетенции (индикаторы): УК-1, УК-6, ОПК-1

5. Напишите пропущенное слово (словосочетание).

________________ для функции $f(x)$ – это такая функция, производная которой равна $f(x)$.

Правильный ответ: первообразная.

Компетенции (индикаторы): УК-1, УК-6, ОПК-1

6. Напишите пропущенное слово (словосочетание).

Интеграл называется ________________, если выполняется по крайней мере одно из следующих условий: 1) область интегрирования является бесконечной; 2) подынтегральная функция является неограниченной в окрестности некоторых точек области интегрирования.

Правильный ответ: несобственным.

Компетенции (индикаторы): УК-1, УК-6, ОПК-1

7. Напишите пропущенное слово (словосочетание).

Плоская фигура, ограниченная сверху графиком неотрицательной функции $y = f(x)$, снизу – прямой $y = 0$, слева и справа – соответственно прямыми $x = a$ и $x = b$, – это ____________.

Правильный ответ: криволинейная трапеция.

Компетенции (индикаторы): УК-1, УК-6, ОПК-1

8. Напишите пропущенное слово (словосочетание).

Геометрический смысл двойного интеграла заключается в том, что величина двойного интеграла от неотрицательной функции равна __________________ цилиндрического тела.

Правильный ответ: объёму.

Компетенции (индикаторы): УК-1, УК-6, ОПК-1

9. Напишите пропущенное слово (словосочетание).

Закончить формулировку теоремы Лейбница.

Если модуль общего члена знакочередующегося числового ряда стремится к нулю, убывая, то этот ряд_________

Правильный ответ: сходится.

Компетенции (индикаторы): УК-1, УК-6, ОПК-1

10. Напишите пропущенное слово (словосочетание).

____________________ функции f в точке M_0 – это вектор, координатами которого являются значения частных производных в этой точке.

Правильный ответ: градиент.

Компетенции (индикаторы): УК-1, УК-6, ОПК-1

11. Напишите пропущенное слово (словосочетание).

Если числовой ряд сходится, то предел его общего члена равен ________.

Правильный ответ: нулю.

Компетенции (индикаторы): УК-1, УК-6, ОПК-1

12. Напишите пропущенное слово (словосочетание).

_______________ – частный случай ряда Тейлора, где точка разложения равна нулю.

Правильный ответ: Ряд Маклорена.

Компетенции (индикаторы): УК-1, УК-6, ОПК-1

Задания открытого типа с кратким свободным ответом

1. Производная функция $y(x) = \cos(x^2)$ равна … *(Ответ запишите в виде функции)*

Правильный ответ: $-2x\sin x^2$.

Компетенции (индикаторы): УК-1, УК-6, ОПК-1

2. Найти промежуток возрастания функции $y(x) = 1 - x^2$ *(Ответ запишите в виде интервала)*

Правильный ответ: $(-\infty; 0)$.

Компетенции (индикаторы): УК-1, УК-6, ОПК-1

3. Точка движется прямолинейно по закону $s = \frac{4}{3}t^3 - t + 5$ (м). Найти скорость материальной точки в момент времени $t = 2$ (c). *(Ответ запишите в виде числа)*

Правильный ответ: 15.

Компетенции (индикаторы): УК-1, УК-6, ОПК-1

4. Найти наибольшее значение функции $y(x) = x^2 - 2x - 1$ на отрезке $[-1; 1]$ *(Ответ запишите в виде числа)*

Правильный ответ: 2.

Компетенции (индикаторы): УК-1, УК-6, ОПК-1

5. Найти сумму абсцисс точек разрыва функции:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 1, x < 0 \\ \cos x, 0 \le x \le 1 \\ x^2 - 1, x > 1 \end{cases}$$

(Ответ запишите в виде числа)

Правильный ответ: 1.

Компетенции (индикаторы): УК-1, УК-6, ОПК-1

6. Найти промежуток, на котором график функции $y = 3x^2 - x^3$ выпуклый вниз? *(Ответ запишите в виде промежутка)*

Правильный ответ: $(-\infty;\ 1)$.

Компетенции (индикаторы): УК-1, УК-6, ОПК-1

7. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 0; y = 2x; x = 1$ *(Ответ запишите в виде числа)*

Правильный ответ: 1.

Компетенции (индикаторы): УК-1, УК-6, ОПК-1

8. Скорость тела определяется формулой $v(t) = \sqrt{1 + t}$ (м/с). Найти путь, пройденный телом за промежуток времени от $t_1 = 0$ (с) до $t_2 = 8$ (с). *(Ответ запишите в виде рационального числа)*

Правильный ответ: $\frac{52}{3}$

Компетенции (индикаторы): УК-1, УК-6, ОПК-1

9. Найти объем тела, образованного вращением вокруг оси OX фигуры, ограниченной линиями $y = 2\sqrt{x}$, $0 \le x \le 2$, $y > 0$. *(Ответ запишите в виде числа)*

Правильный ответ: 8π.

Компетенции (индикаторы): УК-1, УК-6, ОПК-1

10. Установить сходимость или расходимость несобственного интеграла первого рода $\int_1^\infty \frac{dx}{x^2}$ *(Ответ записать одним словом)*

Правильный ответ: сходится.

Компетенции (индикаторы): УК-1, УК-6, ОПК-1

11. Установить сходимость или расходимость несобственного интеграла второго рода $\int_0^2 \frac{dx}{x\sqrt{x}}$? *(Ответ записать одним словом)*

Правильный ответ: расходится.
Компетенции (индикаторы): УК-1, УК-6, ОПК-1

12. Вычислить определенный интеграл $\int_0^1 arccos\ x\ dx$. *(Ответ запишите в виде числа)*
Правильный ответ: 1.
Компетенции (индикаторы): УК-1, УК-6, ОПК-1

13. Найти область сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n \cdot 5^n}$. *(Ответ запишите в виде промежутка)*
Правильный ответ: $[-\mathbf{5};\ \mathbf{5})$
Компетенции (индикаторы): УК-1, УК-6, ОПК-1

14. Найти общее решение дифференциального уравнения $y' = x$ *(Ответ запишите в виде функции)*
Правильный ответ: $\frac{x^2}{2} + C$.
Компетенции (индикаторы): УК-1, УК-6, ОПК-1

15. Найти общее решение дифференциального уравнения $y'' - 3y' + 2y = 0$ *(Ответ запишите в виде функции)*
Правильный ответ: $C_1 e^x + C_2 e^{2x}$.
Компетенции (индикаторы): УК-1, УК-6, ОПК-1

16. Для функции $z = ln(e^x + e^y)$ от двух переменных найти $\frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial y}$.
Правильный ответ: 1
Компетенции (индикаторы): УК-1, УК-6, ОПК-1

17. Найти двойной интеграл $\iint_D xy\ dx\, dy$, если область D ограничена линиями: $x = 0, x = 1, y = 0, y = 2$.
Правильный ответ: 1.
Компетенции (индикаторы): УК-1, УК-6, ОПК-1

18. Разложением какой функции является следующий ряд Маклорена: $1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} + \cdots + \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n)!} + \cdots$ *(Ответ запишите в виде $y = f(x)$)*
Правильный ответ: $y = \cos x$.
Компетенции (индикаторы): УК-1, УК-6, ОПК-1

Задания открытого типа с развернутым ответом

1. Решить задачу, используя методы дифференциального исчисления:

Каковы должны быть размеры консервной банки цилиндрической формы, чтобы на её изготовление пошло наименьшее количество материала, если объем банки 2000 см^3?

Привести расширенное решение.

Время выполнения – 30 мин.

Ожидаемый результат:

1. По условию объем цилиндра $V = \pi R^2 H = 2000$.

Принимая радиус основания цилиндра $R = x$, получаем высоту цилиндра $H = \frac{2000}{\pi x^2}$.

Функция площади полной поверхности цилиндра:

$$S(x) = 2\pi R^2 + 2\pi RH$$

$$S(x) = 2\pi\left(x^2 + \frac{2000}{\pi x}\right)$$

2. Находим критические точки:

$$S'(x) = 2\pi\left(x^2 + \frac{2000}{\pi x}\right)' = 2\pi \cdot \frac{2\pi x^3 - 2000}{\pi x^2}$$

$S'(x) = 0$ тогда и только тогда, когда $2\pi x^3 - 2000 = 0$, откуда $x^3 = \frac{1000}{\pi}$.

Имеем критическую точку: $\text{x} = \sqrt[3]{\frac{1000}{\pi}} = \frac{10}{\sqrt[3]{\pi}}$.

3. Достаточное условие экстремума выполняется, так как $S''\left(\frac{10}{\sqrt[3]{\pi}}\right) > 0$, значит в найденной точке функция достигает минимального значения, что соответствует условию.

4. Тогда высота оптимальной банки: $H = \frac{2000}{\pi x^2} = \frac{2000}{\pi\left(\frac{10}{\sqrt[3]{\pi}}\right)^2} = \frac{20}{\sqrt[3]{\pi}}$

Ответ: оптимальные параметры цилиндрической консервной банки:

$$R = \frac{10}{\sqrt[3]{\pi}}\ , \ \ H = \frac{20}{\sqrt[3]{\pi}}$$

Критерии оценивания:

– корректное построение функции площади полной поверхности объемного тела;

– использование аппарата дифференциального исчисления для нахождения экстремальных параметров объемного тела;

– проверка достаточного условия существования экстремума;

– определение экстремальных параметров цилиндра.

Компетенции (индикаторы): УК-1, УК-6, ОПК-1

2. Решить задачу, используя методы дифференциального исчисления:

При подготовке к экзамену студент за t дней изучает $\left(\frac{t}{t+1}\right)$-ю часть курса и забывает $(1/\,36 \cdot t)$-ю часть. Сколько дней нужно потратить на подготовку, чтобы была изучена максимальная часть курса?

Привести расширенное решение.

Время выполнения – 30 мин.

Ожидаемый результат:

1. Составим функцию $V(t)$, которая отражает объем изученного студентом учебного материала в ходе прохождения курса:

$$V(t) = \left(\frac{t}{t+1}\right) - \left(\frac{1}{36} \cdot t\right)$$

2. Находим экстремум функции $V(t)$ учитывая, что $t > 0$:

$$V'(t) = \left(\frac{t}{t+1}\right)' - \left(\frac{1}{36} \cdot t\right)' = \frac{1}{(t+1)^2} - \frac{1}{36}$$

$$V'(t) = 0 \Rightarrow t_{к} = 5 \text{ дней}$$

3. Убедимся, что $t_{к} = 5$ дней – точка максимума функции $V(t)$:

$$V''(t) = \frac{-2}{(t+1)^3}$$

$$V''(t_{к} = 5) = \frac{-2}{(6)^3} < 0 \Rightarrow t_{к} = 5 \text{ дней} - \text{т.} \, max$$

Ответ: максимальная часть курса будет изучена через 5 дней.

Критерии оценивания:

– построение функции $V(t)$, отражающей объем изученного студентом учебного материала в ходе прохождения курса;

– нахождение экстремума функции $V(t)$;

– доказательство того, что найденный экстремум есть максимум.

Компетенции (индикаторы): УК-1, УК-6, ОПК-1

3. Решить задачу, используя прикладные аспекты интегрального исчисления:

Найти площадь фигуры, ограниченной эллипсом $\begin{cases} x = a\cos t, \\ y = b\sin t, \end{cases}$ где $a, b = const$, t – параметр.

Привести расширенное решение.

Время выполнения – 30 мин.

Ожидаемый результат:

1. Анализ формы и расположения эллипса.

Запишем уравнение эллипса, заданного параметрически, в декартовых координатах:

$$\begin{cases} x = a\cos t, \\ y = b\sin t, \end{cases} \qquad \begin{cases} \frac{x}{a} = \cos t, \\ \frac{y}{b} = \sin t. \end{cases}$$

Возводим в квадрат и суммируем уравнения последней системы:

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=cos^2\,t+sin^2\,t$$
$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$$

Таким образом, имеем эллипс с полуосями a, b и центром – в начале координат.

2. Нахождение части искомой площади.

Исходя из симметрии эллипса при таком его расположении, удобно найти площадь его четверти, т.к. $S_{\text{элл}} = 4 \cdot S_{1/4}$.

Площадь $S_{1/4}$ находим по формуле для параметрически заданной кривой:

$$\begin{cases} x=\varphi(t), \\ y=\psi\,(t), \end{cases} \qquad t_1 \le t \le t_2$$

$$S=\int_{t_1}^{t_2} \psi\,(t)\,\varphi'\,(t)\,dt$$

Имеем по условию: $\varphi(t) = a\,cos\,t, \psi\,(t) = b\,sin\,t$. Тогда $\varphi'(t) = -a\,sin\,t$, пределы интегрирования $0 \le t \le \frac{\pi}{2}$.

3. Нахожденье площади целой фигуры.

Тогда искомая площадь:

$$S_{\text{элл}} = 4 \cdot S_{1/4} = 4\int_{\pi/2}^{0} b\,sin\,t \cdot a\,sin\,t\,dt = 4\,ab\int_{0}^{\pi/2} sin^2 t\,dt =$$

$$=4\,ab\int_{0}^{\pi/2}\frac{1-cos\,2t}{2}dt=\frac{4\,ab}{2}\left(t-\frac{1}{2}sin\,2t\right)\Big|_0^{\pi/2}=2ab\left(\frac{\pi}{2}-\frac{1}{2}sin\,\pi\right)=\pi\,ab$$

Таким образом, искомая площадь $S = \pi\,ab$ (кв. ед)

Ответ: площадь фигуры, ограниченной эллипсом, равна $\pi\,ab$.

Критерии оценивания:

– анализ формы и расположения эллипса;

– переход к декартовым координатам;

– использование формулы площади плоской фигуры при параметрическом ее задании;

– применение свойств определенного интеграла и стандартных методов интегрирования.

Компетенции (индикаторы): УК-1, УК-6, ОПК-1

4. Решить задачу, используя методы интегрального исчисления:

Цилиндрический резервуар с высотой 6 м и диаметром основания 4 м наполнен водой. За какое время вода вытечет из него через круглое отверстие радиуса $1/12$ м, сделанное в дне резервуара?

(Справочная информация: скорость истечения жидкости по закону Бернулли выражается формулой $V = \sigma\sqrt{2gx}$, причем для воды $\sigma \approx 0{,}6$).

Привести расширенное решение.

Время выполнения – 30 мин.

Ожидаемый результат:

1. Пусть через t сек после истечения воды уровень оставшейся воды в резервуаре был равен x м, а за время dt сек понизился на dx м. вычислим объем воды, вытекающий за этот бесконечно малый промежуток времени dt, двумя способами:

1 сп.) Объем dW равен объему цилиндрического слоя высотой dx и радиусом основания $r = 2$ м.

$$dW = \pi r^2 dx$$

2 сп.) Объем dW равен объему цилиндра, основанием которого служит отверстие в дне резервуара $\rho = 1/12$ м, а высота равна Vdt, где V – скорость течения воды:

$$dW = \pi \rho^2 V dt = 0{,}6\pi\rho^2\sqrt{2gx}dt$$

Приравниваем полученные выражения:

$$\pi r^2 dx = 0{,}6\pi\rho^2\sqrt{2gx}dt$$

Получаем:

$$dt = \frac{r^2 dx}{0{,}6\rho^2\sqrt{2gx}}, \qquad \text{где } x \in [0; 6]$$

2. Интегрируем уравнение, получаем время истечения воды:

$$t = \int_0^6 \frac{r^2 dx}{0{,}6\rho^2\sqrt{2gx}} = \frac{r^2 dx}{0{,}6\rho^2\sqrt{2g}}\int_0^6 \frac{dx}{\sqrt{x}} = \frac{r^2 dx}{0{,}6\rho^2\sqrt{2g}} \cdot\ 2\sqrt{x}\Big|_0^6 = \frac{10}{\sqrt{3g}} \cdot \frac{r^2}{\rho^2}$$

3. Подставляем исходные данные, получаем:

$$t \approx 1062 \text{ сек} = 17{,}7 \text{ мин}$$

Ответ: вода вытечет из резервуара через $t \approx 1062$ сек $= 17{,}7$ мин.

Критерии оценивания:

– построение математической модели процесса истечения воды из резервуара;

– интегрирование полученного уравнения;

– нахождение времени вытекания воды из резервуара через круглое отверстие, сделанное в дне резервуара.

Компетенции (индикаторы): УК-1, УК-6, ОПК-1

5. Решить задачу, используя методы интегрального исчисления:

Найти массу m пластины, которая ограничена кривыми:

$$x = 2, y = 0, y^2 = \frac{x}{2}, \qquad (y \geq 0)$$

и имеет поверхностную плотность, определяемую функцией $\rho(x,y) = \frac{7}{2}x^2 + 6y$.

Привести расширенное решение.

Время выполнения – 30 мин.

Ожидаемый результат:

Задача может быть решена с использованием двойного интеграла, а именно:

$$m = \iint\limits_D \rho(x,y)\,dxdy$$

Область D (плоская пластина) – это фигура, ограниченная прямыми $x = 2, y = 0$ и параболой $y^2 = \frac{x}{2}, y \geq 0$. Тогда масса m равна:

$$m = \iint\limits_D \rho(x,y)\,dxdy = \iint\limits_D \left(\frac{7}{2}x^2 + 6y\right)\,dxdy$$

Переходя к повторному интегрированию, внешнее интегрирование проведем по переменной y. Тогда $0 \leq y \leq 1,\ 2y^2 \leq x \leq 2$.

$$m = \int\limits_0^1 dy \int\limits_{2y^2}^2 \left(\frac{7}{2}x^2 + 6y\right)\,dx = \int\limits_0^1 \left(\frac{7}{2}\cdot\frac{x^3}{3} + 6y\cdot x\Bigg|_{2y^2}^2\ dy = \right.$$

$$= \int\limits_0^1 \left(\frac{28}{3} - \frac{28}{3}y^6 + 12y - 12y^3\right)dy = \frac{28}{3} - \frac{4}{3} + 6 - 3 = 11\ \text{(ед. массы)}$$

Ответ: масса пластины равна 11 (ед. массы).

Критерии оценивания:

– использование прикладных возможностей двойного интеграла;

– вычисление двойного интеграла повторным интегрированием (возможен чертеж области интегрирования);

– нахождение величины массы.

Компетенции (индикаторы): УК-1, УК-6, ОПК-1

6. Решить задачу, используя методы дифференциального исчисления:

Найти выражение для объема реализованной продукции $y = y(t)$, если известно, что кривая спроса $p(y)$ задается уравнением $p(y) = 2 - y$, норма акселерации $1/l = 2$, норма инвестиций $m = 0{,}5$, $y(0) = 0{,}5$.

(Справочная информация: модель роста в условиях конкурентного рынка принимает вид $y' = mlp(y)y$).

Привести расширенное решение.

Время выполнения – 30 мин.

Ожидаемый результат:

Используем модель роста в условиях конкурентного рынка при заданных условий:

$$y' = (2 - y)y$$

$$\frac{dy}{(2-y)y} = dt$$

$$\int \frac{dy}{(2-y)y} = \int dt$$

$$\ln\left|\frac{y-2}{y}\right| = -2t + C_1$$
$$\frac{y-2}{y} = Ce^{-2t}$$

$$y(0) = 0{,}5 \Rightarrow C = 3$$

Окончательное решение принимает вид:

$$y = \frac{2}{1+3e^{-2t}}$$

Ответ: объем реализованной продукции определяется функцией:

$$y = \frac{2}{1+3e^{-2t}}$$

Критерии оценивания:

– адаптировать модель роста в условиях конкурентного рынка для решаемой задачи;

– найти общее решение полученного дифференциального уравнения;

– выделить частное решение, соответствующее заданным начальным условиям;

– найти функцию объема реализованной продукции.

Компетенции (индикаторы): УК-1, УК-6, ОПК-1

Экспертное заключение

Представленный комплект оценочных материалов по дисциплине «Математический анализ» соответствует требованиям ФГОС ВО.

Предлагаемые оценочные материалы адекватны целям и задачам реализации основной профессиональной образовательной программы по направлению подготовки 09.03.01 Информатика и вычислительная техника.

Виды оценочных средств, включенные в представленный фонд, отвечают основным принципам формирования ФОС.

Разработанные и представленные для экспертизы оценочные материалы рекомендуются к использованию в процессе подготовки обучающихся по указанному направлению.

Председатель учебно-методической комиссии
института компьютерных систем и
информационных технологий Ветрова Н. Н.

Лист изменений и дополнений

№ п/п	Виды дополнений и изменений	Дата и номер протокола заседания кафедры (кафедр), на котором были рассмотрены и одобрены изменения и дополнения	Подпись (с расшифровкой) заведующего кафедрой (заведующих кафедрами)
1.	Дополнен комплектом оценочных материалов	протокол заседания кафедры прикладной математики № 8 от 24.02.2025	В.В. Малый