Комплект оценочных материалов по дисциплине «Методы оптимизации»

Задания закрытого типа

Задания закрытого типа на выбор правильного ответа

1. Выберите один правильный ответ

В задаче линейного программирования требуется найти:

А) значение целевой функции

Б) значения переменных, удовлетворяющих системе ограничений

В) значения переменных, обеспечивающих max(min) целевой функции

Г) неотрицательные значения переменных, которые обеспечивают экстремум целевой функции, удовлетворяя системе ограничений

Правильный ответ: А

Компетенции (индикаторы): ОПК-1, ПК-1

2. Выберите один правильный ответ

Искусственная переменная входит в целевую функцию задачи ЛП максимизации с коэффициентом:

А) + M;

Б) 1;

В) – M;

Г) 0.

Правильный ответ: В

Компетенции (индикаторы): ОПК-1, ПК-1

3. Выберите один правильный ответ

Критерий оптимизации транспортной задачи:

А) минимум затрат на продукцию;

Б) удовлетворение всех затрат потребителей;

В) максимум прибыли;

Г) минимум затрат на доставку продукции.

Правильный ответ: Г

Компетенции (индикаторы): ОПК-1, ПК-1

4. Выберите один правильный ответ

Метод нахождения оптимального плана закрытой транспортной задачи:

а) Фогеля;

б) северо-западного угла;

в) потенциалов;

г) минимального элемента.

Правильный ответ: Г

Компетенции (индикаторы): ОПК-1, ПК-1

5. Выберите один правильный ответ

Цикл транспортной таблицы (m поставщиков и n потребителей) в закрытой транспортной задаче -

А) замкнутая ломаная, вершины которой в занятых клетках;

Б) замкнутая ломанная, в вершинах которой поворот на 90^o;

В) замкнутая ломанная, с вершинами в занятых клетках, в которых совершается поворот на 90^o;

Г) нет верного ответа

Правильный ответ: В

Компетенции (индикаторы): ОПК-1, ПК-1

Задания закрытого типа на установление соответствия

1. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца. Установите соответствие между методом оптимизации и его описанием:

	Метод		Описание
1)	Симплекс-метод	А)	Метод решения задач с ограничениями через множители для учета условий.
2)	Метод Ньютона	Б)	Алгоритм для решения задач линейного программирования через перебор вершин.
3)	Градиентный спуск	В)	Численный метод, использующий вторые производные для ускорения сходимости.
4)	Метод Лагранжа	Г)	Итерационный метод минимизации функции с использованием направления градиента.

Правильный ответ:

1	2	3	4
Б	В	Г	А

2. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца. Соотнесите тип задачи оптимизации с подходящим методом решения:

	Метод		Описание
1)	Линейное программирование	А)	Метод ветвей и границ
2)	Выпуклое программирование	Б)	Симплекс-метод
3)	Нелинейная оптимизация	В)	Метод сопряженных градиентов
4)	Целочисленная задача	Г)	Теорема Куна-Таккера

Правильный ответ:

1	2	3	4
Б	Г	В	А

3. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца. Установите соответствие между этапами симплекс-метода и их содержанием

Метод			Описание
1)	Поиск опорного решения	А)	Проверка оптимальности текущего базисного решения
2)	Итерация	Б)	Б. Выбор ведущего столбца и строки для перехода к новому базису.
3)	Проверка оптимальности	В)	Начальное заполнение симплекс-таблицы
4)	Формирование таблицы	Г)	Определение начального допустимого решения

Правильный ответ:

1	2	3	4
Г	Б	А	В

4. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца. Соотнесите термины и их определения

Метод			Описание
1)	Унимодальная функция	А)	Функция, имеющая единственный минимум на заданном интервале
2)	Двойственность	Б)	Пара взаимосвязанных задач линейного программирования
3)	Квазиньютоновский метод	В)	Метод, использующий приближенную матрицу Гессе для ускорения сходимости
4)	Условия Куна-Таккера	Г)	Необходимые условия оптимальности для задач с ограничениями

Правильный ответ:

1	2	3	4
А	Б	В	Г

5. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца. Соотнесите метод с его типом (нулевой/первый/второй порядок):

Метод			Описание
1)	Градиентный спуск	А)	Нулевой порядок (не исполь-

			зует производные).
2)	Метод Нелдера-Мида	Б)	Первый порядок (использует первые производные).
3)	Метод Ньютона	В)	Второй порядок (использует вторые производные).
4)	Метод сопряженных градиентов	Г)	Первый порядок, но с улучшенной сходимостью

Правильный ответ:

1	2	3	4
Б	А	В	Г

Задания закрытого типа на установление правильной последовательности

1. Последовательность этапов симплекс-метода:
А) Проверка оптимальности текущего решения.
Б) Выбор ведущего столбца (разрешающего элемента).
В) Построение начальной симплекс-таблицы.
Г) Переход к новому базисному решению.
Д) Нахождение опорного решения.
Правильный ответ: Д, В, А, Б, Г
Компетенции (индикаторы): ОПК-1, ПК-1

2. Этапы метода ветвей и границ для целочисленных задач:
А) Разбиение задачи на подзадачи.
Б) Решение релаксированной задачи.
В) Проверка целочисленности решения.
Г) Оценка границ и отсечение неперспективных ветвей.
Правильный ответ: Б, В, А, Г
Компетенции (индикаторы): ОПК-1, ПК-1

3. Последовательность шагов в градиентном спуске:
А) Проверка условия остановки ($\| \nabla f \| < \varepsilon$).
Б) Расчет градиента в текущей точке.
В) Выбор начальной точки x_0.
Г) Обновление точки: $x_{k+1} = x_k - \alpha \nabla f(x_k)$
Правильный ответ: В, Б, Г, А
Компетенции (индикаторы): ОПК-1, ПК-1

4. Этапы построения математической модели задачи линейного программирования:
А) Формулировка целевой функции.
Б) Определение переменных.
В) Приведение ограничений к стандартной форме.

Г) Проверка совместности ограничений.
Правильный ответ: Б, В, А, Г
Компетенции (индикаторы): ОПК-1, ПК-1

5. Этапы применения метода множителей Лагранжа:
А) Составление функции Лагранжа.
Б) Решение системы уравнений $\nabla L = 0$.
В) Проверка выполнения условий Куна-Таккера.
Г) Анализ полученных критических точек.
Правильный ответ: А, Б, Г, В
Компетенции (индикаторы): ОПК-1, ПК-1

Задания открытого типа

Задания открытого типа на дополнение

1. Напишите пропущенное слово (словосочетание).
Метод, использующий матрицу вторых производных для ускорения сходимости, называется ____________________.
Правильный ответ: метод Ньютона.
Компетенции (индикаторы): ОПК-1, ПК-1

2. Напишите пропущенное слово (словосочетание).
Необходимые условия оптимальности для задач с ограничениями в виде неравенств формулируются в ____________________.
Правильный ответ: теореме Куна-Таккера.
Компетенции (индикаторы): ОПК-1, ПК-1

3. Напишите пропущенное слово (словосочетание).
____________________ используется для решения задач линейного программирования, начиная с недопустимого решения и двигаясь к допустимой области?
Правильный ответ: Двойственный симплекс-метод.
Компетенции (индикаторы): ОПК-1, ПК-1

4. Напишите пропущенное слово (словосочетание).
Функция, имеющая единственный экстремум на заданном интервале, называется ____________________.
Правильный ответ: унимодальной.
Компетенции (индикаторы): ОПК-1, ПК-1

5. Напишите пропущенное слово (словосочетание).

Метод, применяемый для решения целочисленных задач оптимизации путем разделения множества решений на подмножества, — это ______________________.

Правильный ответ: метод ветвей и границ.

Компетенции (индикаторы): ОПК-1, ПК-1

Задания открытого типа с кратким свободным ответом

1. Решите задачу линейного программирования на максимум (*Ответ запишите в виде числа, укажите максимальное значение функции*)

$$Z = 3x_1 + 5x_2 \rightarrow max$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 4 \\ x_1 + x_2 \leq 6 \\ x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \end{cases}$$

Правильный ответ: 18 (при $x_1 = 0, x_2 = 6$).

Компетенции (индикаторы): ОПК-1, ПК-1

2. Задана симплекс-таблица на текущей итерации:

Какой столбец будет выбран как ведущий (разрешающий) на следующем шаге (*В ответе укажите переменную*)?

Базис	x_1	x_2	x_3	x_4	Решение
x_3	1	2	1	0	8
x_4	3	1	0	1	12
Z	– 4	– 5	0	0	0

Правильный ответ: столбец x_2

Компетенции (индикаторы): ОПК-1, ПК-1

3. Задана функция $f(x) = x^2 + 4x + 5$. В какой точке достигается минимум функции. (В ответе укажите числовое значение)

Правильный ответ: $x = -2$

Компетенции (индикаторы): ОПК-1, ПК-1

4. Задана функция $f(x, a) = x^2 + ax + 4$. При каком значении параметра a минимум функции достигается в точке $x = -2$. (В ответе укажите числовое значение параметра)

Правильный ответ: $a = 4$

Компетенции (индикаторы): ОПК-1, ПК-1

5. Найти максимум функции, при условии, что x_1, x_2 – целые числа.

$$Z = 3x_1 + 2x_2 \rightarrow max$$

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 \le 6 \\ x_1 \ge 0 \\ x_2 \ge 0 \end{cases}$$

(В ответе укажите числовое значение Z)

Правильный ответ: $Z = 9$

Компетенции (индикаторы): ОПК-1, ПК-1

Задания открытого типа с развернутым ответом

1. Решить следующую задачу симплекс-методом:

$$z = 4x_1 + 8x_2 - 2x_3 - 4x_4 \to \max$$

$$\begin{cases} -x_1 + 2x_2 + x_3 = 2 \\ x_1 - x_2 + x_4 = 2 \\ x_1 \le 4 \end{cases}$$

$$x_j \ge 0, \quad j = 1, \ldots, 4.$$

Привести расширенное решение.

Время выполнения – 45 мин.

Ожидаемый результат:

Строится каноническая форма. Для этого вводится дополнительная переменная $x_5 \ge 0$:

$$z = 4x_1 + 8x_2 - 2x_3 - 4x_4 \to \max$$

$$\begin{cases} -x_1 + 2x_2 + x_3 = 2 \\ x_1 - x_2 + x_4 = 2 \\ x_1 + x_5 = 4 \end{cases}$$

$$x_j \ge 0, \quad j = 1, \ldots, 5.$$

Результаты вычислений в соответствии с алгоритмом содержатся в таблицах. Разрешающий элемент в каждой таблице обозначен звездочкой (*).

Баз. пер.	c_I	b_I	4	8	-2	-4	0
			x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
x_3	-2	2	-1	2*	1	0	0
x_4	-4	2	1	-1	0	1	0
x_5	0	4	1	0	0	0	1
z	-	-12	-6	-8	0	0	0

Исходный опорный план X=(0,0,2,2,4); z =–12. Решение не оптимально, т.к. имеются отрицательные оценки свободных переменных. По наименьшей отрицательной оценке (-8) выбирается разрешающий столбец переменной x_2 Выбирается первая строка в качестве разрешающей. Таким образом, разрешающий элемент a_{12}=2. В результате преобразований по формулам Жордана-Гаусса получается таблица.

Баз. пер.	c_I	b_I	4	8	-2	-4	0
			x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
x_2	8	1	-0.5	1	0.5	0	0
x_4	-4	3	0.5	0	0.5	1	0
x_5	0	4	1*	0	0	0	1
z	-	-4	-10	0	4	0	0

Опорный план X=(0,1,0,3,4); z=-4. Решение не оптимально, т.к. переменная x_1 имеет отрицательную оценку (-10). Выбирается разрешающий элемент a_{31}=1. Выполняется очередная итерация.

Баз. пер.	c_I	b_I	4	8	-2	-4	0
			x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
x_2	8	3	0	1	0.5	0	0
x_4	-4	1	0	0	0.5	1	-0.5
x_1	4	4	1	0	0	0	1
z	-	36	0	0	4	0	10

Ответ: Опорный план X*=(4,3,0,1,0) является оптимальным, т.к. нет отрицательных оценок и значение целевой функции z_{max}=36.

Критерии оценивания:

– построение канонической формы;

– заполнение симплекс-таблицы;

– проверка оптимальности опорного плана и его улучшение;

– пересчет таблица, используя преобразования Жордана-Гаусса.

Компетенции (индикаторы): ОПК-1, ПК-1

2. На трех базах хранится груз в количествах a_1=300; a_2=250; a_3=150 (ед.). Этот груз требуется перевезти четырем потребителям в количествах b_1=250; b_2=200; b_3=150; b_4=200 (ед.). Тарифы перевозок единицы груза c_{ij} заданы следующей таблицей (матрицей):

$$C = \begin{pmatrix} 6 & 1 & 4 & 6 \\ 5 & 2 & 8 & 9 \\ 3 & 7 & 3 & 12 \end{pmatrix}.$$

Найти оптимальный опорный план методом потенциалов, построив исходный опорный план по правилу минимальной стоимости.

Привести расширенное решение.

Время выполнения – 45 мин.
Ожидаемый результат:
Исходный опорный план изображен в таблице

	250	200	150	200	u_i
300	6	1 200	(–) 4 100	(+) 6 *	0
250	(+) 5 150	2	8	(–) 9 100	1
150	(–) 3 100	7	(+) 3 50	12	-1
100	0	0	0	0 100	-8
v_j	4	1	4	8	

Построение начинается с клетки (1,2), имеющей минимальный тариф c_{12}=1. В эту клетку помещается $x_{12}=\min(a_1,b_2)= \min(300,200)=200$. Остаток по строке 300-200=100 помещается в клетку этой строки с минимальными затратами, а именно x_{13}=100, где c_{13}=4. Распределение продолжается по цепочке (1,2)-(1,3)-(3,3)-(3,1)-(2,1)-(2,4)-(4,4). Полученному плану перевозок соответствует значение целевой функции

$$z=1\cdot200+4\cdot100+5\cdot150+9\cdot100+3\cdot100+3\cdot50=2700.$$

Определяются потенциалы строк и столбцов, для чего решается система уравнений:

$$u_1+v_2=1;\quad u_1+v_3=4;\quad u_2+v_1=5;\quad u_2+v_4=9;\quad u_3+v_1=3;$$

$$u_3+v_3=3;\quad u_4+v_4=0.$$

Эта система уравнений содержит семь уравнений с восемью неизвестными. Полагая u_1=0, последовательно находим v_2=1, v_3=4, u_3=-1, v_1=4, u_2=1, v_4=8, u_4=-8. На основании потенциалов строк и столбцов вычисляются оценки свободных клеток $s_{ij}=c_{ij}-(u_i+v_j)$: $s_{11}=2$, $s_{14}=-2$, $s_{22}=0$, $s_{23}=3$, $s_{32}=7$, $s_{34}=5$, $s_{41}=4$, $s_{42}=7$, $s_{43}=4$. Так как есть отрицательная оценка, то опорный план не является оптимальным, и его можно улучшить. Выбираем клетку (1,4). Для выбранной клетки строится цикл пересчета (1,4)-(1,3)-(3,3)-(3,1)-(2,1)-(2,4)-(1,4). В таблице 4.1 он показан пунктиром. Наименьшее из чисел в клетках с (-) равно 100. Это число в клетки с (+) добавляется, а из клеток с (-) отнимается. Три клетки освобождаются, но свободной оставляем одну (2,4), а клетки (1,3) и (3,1) заполняем *базисными нулями.*

Результат преобразований опорного плана - в таблице

	250	200	150	200	u_i
300	6	(-) 1 200	(+) 4 0	6	0
250	(-) 5 250	(+) 2 *	8	9	1
150	(+) 3 0	7	(-) 3 150	12	-1
100	0	0	0	0 100	-6
v_j	4	1	4	6	

Новый опорный план проверяется на оптимальность. Аналогично определяются потенциалы строк и столбцов (они указаны в таблице). И для каждой свободной клетки определяются оценки: s_{11}=2, s_{22}=0, s_{23}=3, s_{24}=2, s_{32}=7, s_{34}=7, s_{41}=2, s_{42}=5, s_{43}=2. Отрицательных оценок нет, следовательно, полученный опорный план является оптимальным.

Ответ: общая стоимость перевозок Z_{min}=2500.

Критерии оценивания:

– построение исходного опорного плана;

– заполнение таблицы по правилу минимальной стоимости;

– проверка оптимальности опорного плана и его улучшение;

– пересчет таблица, используя метод потенциалов.

Компетенции (индикаторы): ОПК-1, ПК-1

Экспертное заключение

Представленный комплект оценочных материалов по дисциплине «Методы оптимизации» соответствует требованиям ФГОС ВО.

Предлагаемые оценочные материалы адекватны целям и задачам реализации основной профессиональной образовательной программы по направлению подготовки 09.04.01 Информатика и вычислительная техника.

Виды оценочных средств, включенные в представленный фонд, отвечают основным принципам формирования ФОС.

Разработанные и представленные для экспертизы оценочные материалы рекомендуются к использованию в процессе подготовки обучающихся по указанному направлению.

Председатель учебно-методической комиссии
института компьютерных систем и
информационных технологий Ветрова Н. Н.

Лист изменений и дополнений

№ п/п	Виды дополнений и изменений	Дата и номер протокола заседания кафедры (кафедр), на котором были рассмотрены и одобрены изменения и дополнения	Подпись (с расшифровкой) заведующего кафедрой (заведующих кафедрами)
1.	Дополнен комплектом оценочных материалов	протокол заседания кафедры прикладной математики № 8 от 24.02.2025	В.В. Малый