Комплект оценочных материалов по дисциплине
«Дополнительные главы математики»

Задания закрытого типа

Задания закрытого типа на выбор правильного ответа

1. Выберите один правильный ответ

Найти показатель роста s_0 функции $f(t) = t^2$, используя определение $s_0 = inf s,\ s > 0,\ \lim_{t\to\infty}|f(t)|e^{-st} < M,\ M < \infty$:

А) -2

Б) 0

В) -5

Г) 3

Правильный ответ: Б

Компетенции (индикаторы): ОПК-2 (ОПК-2.1)

2. Выберите один правильный ответ

Вычислить интеграл Лапласа $F(p) = \int_0^\infty e^{-pt} f(t)dt$ для функции Хэвисайда:

$$\eta(t) = \begin{cases} 1, & t > 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases}$$

А) $\frac{p-1}{p^2}$

Б) e^p

В) $\frac{1}{p}$

Г) $\frac{1}{p+1}$

Правильный ответ: В

Компетенции (индикаторы): ОПК-2 (ОПК-2.1)

3. Выберите один правильный ответ

По определению и, используя линейность, найти изображение функции

$$\sin t = \frac{1}{2i}\left(e^{it} - e^{-it}\right):$$

А) $\frac{1}{p^2}$

Б) $\frac{1}{p^2+1}$

В) $\frac{p}{p^2+1}$

Г) $\frac{1}{p-1}$

Правильный ответ: Б

Компетенции (индикаторы): ОПК-2 (ОПК-2.1)

4. Выберите один правильный ответ
Используя теорему подобия: если $f(t) \to F(p)$ *и* $\alpha > 0$, *тогда*

$f(\alpha t) \to \frac{1}{\alpha} F\left(\frac{p}{\alpha}\right)$, найти изображение функции $\cos^2 \alpha t = \frac{1+\cos 2\alpha t}{2}$:

А) $\frac{p^2}{p\left(p^2+4\alpha^2\right)}$

Б) $\frac{p+2\alpha^2}{\left(p^2+4\alpha^2\right)}$

В) $\frac{p^2+2\alpha^2}{p\left(p^2+4\alpha^2\right)}$

Г) $\frac{2}{p\left(p^2+4\alpha^2\right)}$

Правильный ответ: В
Компетенции (индикаторы): ОПК-2 (ОПК-2.1)

Задания закрытого типа на установление соответствия

1. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

	Функция-оригинал		Порядок роста
1)	$\eta(t)$	А)	$\ln 2$
2)	$t2^t$	Б)	3
3)	$\sin t\, e^t$	В)	0
4)	$(t^2+1)e^{3t}$	Г)	1

Правильный ответ:

1	2	3	4
В	А	Г+	Б

Компетенции (индикаторы): ОПК-2 (ОПК-2.1)

2. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

	Функция-оригинал		Изображение по Лапласу
1)	$e^{\alpha t}$	А)	$\frac{10}{p^2+25}$
2)	t^n	Б)	$\frac{1}{p-\alpha}$, $\operatorname{Re} p > \operatorname{Re}\alpha$

3)	$\mathrm{ch}\, t = \frac{1}{2}\left(e^{t} + e^{-t}\right)$	В)	$\frac{n!}{p^{n+1}}$
4)	$2\sin 5t$	Г)	$\frac{p}{p^{2}-1}$

Правильный ответ:

1	2	3	4
Б	В	Г	А

Компетенции (индикаторы): ОПК-2 (ОПК-2.1)

3. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

	Производная $f'(t)$ функции-оригинала		Изображение $f'(t)$ по Лапласу
1)	$(e^{-t}cos3t)'$	А)	$\frac{p}{p^{2}+1}$
2)	$(t^{2})'$	Б)	$p\frac{p+1}{(p+1)^{2}+9}-1$
3)	$(\sin t)'$	В)	$\frac{2}{p-2}$
4)	$(e^{2t})'$	Г)	$\frac{2}{p^{2}}$

Правильный ответ:

1	2	3	4
Б	Г	А	В

Компетенции (индикаторы): ОПК-2 (ОПК-2.1)

4. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

	Функция-оригинал		Изображение по Лапласу по формуле дифференцирования изображения
1)	$t^{2}\cos at$	А)	$\frac{p^{2}\left(p^{4}-12a^{2}\right)}{\left(p^{4}+4a^{4}\right)^{2}}$
2)	$t^{2}\sin at$	Б)	$\frac{4}{(2p+1)^{2}}$
3)	$t\cos at\cdot chat$	В)	$\frac{2a\left(3p^{2}-a^{2}\right)}{\left(p^{2}+a^{2}\right)^{3}}$

4)	$te^{-\frac{t}{2}}$	Г)	$\dfrac{2p\left(p^2-3a^2\right)}{\left(p^2+a^2\right)^3}$

Правильный ответ:

1	2	3	4
Г	В	А	Б

Компетенции (индикаторы): ОПК-2 (ОПК-2.1)

Задания закрытого типа на установление правильной последовательности

1. Расположите функции-оригиналы по возрастанию параметра s_0 (параметра роста):

А) $\frac{1}{2}e^t \sin 2t$

Б) $t^5 5^t$

В) $\sin 3t \cos 7t$

Г) $t^3 e^{2t+1}$

Правильный ответ: В, А, Б, Г

Компетенции (индикаторы): ОПК-2 (ОПК-2.1)

2. Расположите изображения по Лапласу $F(p)$ в порядке возрастания числа их полюсов:

А) $\dfrac{p}{\left(p^2+1\right)^2}$

Б) $\frac{p}{p^2+1}$

В) $\frac{1}{p-1}$

Г) $2\cos 3t \sin(t+1)$

Правильный ответ: Г, В, Б, А

Компетенции (индикаторы): ОПК-2 (ОПК-2.1)

3. Расположите значения функции-оригинала $x(t)$ на множестве $t \in \{\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3}{2}\pi\}$ в порядке их убывания, если $x(t)$ является решением уравнения:

$$x^{\square} + x' = t, x(0) = 0, x'(0) = -1, x''(0) = 0$$

А) $x\left(\frac{\pi}{4}\right)$

Б) $x\left(\frac{\pi}{2}\right)$

В) $x(\pi)$

Г) $x\left(\frac{3}{2}\pi\right)$
Правильный ответ: Г, В, А, Б
Компетенции (индикаторы): ОПК-2 (ОПК-2.1)

4. Расположите функции-оригиналы в порядке возрастания числа действительных полюсов их изображений по Лапласу:
А). $\eta(t)$
Б). $t^2 \sin at$
В) $e^t - t - 1$
Г) $\sin 3t \cos 7t$
Правильный ответ: Г, А, Б, В
Компетенции (индикаторы): ОПК-2 (ОПК-2.1)

Задания открытого типа

Задания открытого типа на дополнение

1. Напишите пропущенное слово (словосочетание).
_____________________ функции-оригинала $f(t)$ называют функцию комплексного переменного $p = s + i\sigma$, определенную интегралом Лапласа $F(p) = \int_0^\infty e^{-pt} f(t) dt$.

Правильный ответ: изображением.
Компетенции (индикаторы): ОПК-2 (ОПК-2.1)

2. Напишите пропущенное слово (словосочетание).
________________ $f(t)$ изображение $F(p)$ определено на полуплоскости $\operatorname{Re} p > S_0$, где S_0 – показатель роста $f(t)$, и является в этой полуплоскости аналитической функцией.

Правильный ответ: для любого оригинала.
Компетенции (индикаторы): ОПК-2 (ОПК-2.1)

3. Напишите пропущенное слово (словосочетание).
_________________ изображения $F(p)$ сдвигает график его оригинала $f(t)$ в правую сторону на отрезок $[0; t_0]$.
Правильный ответ: умножение на e^{-pt_0}.
Компетенции (индикаторы): ОПК-2 (ОПК-2.1)

4. Напишите пропущенное слово (словосочетание).

__________________ изображения $F(p)$ отвечает действие умножения на $(-t)$ функции-оригинала $f(t)$.

Правильный ответ: дифференцированию.

Компетенции (индикаторы): ОПК-2 (ОПК-2.1)

5. Напишите пропущенное слово (словосочетание).

Интеграл $\int_0^\infty \varphi(t-\tau)\, f(t) d\tau$ от непрерывных функций $\varphi(t)$ и $f(t)$, $0 \le t < \infty$ (обозначение $\varphi * f$) называют ___________________.

Правильный ответ: сверткой.

Компетенции (индикаторы): ОПК-2 (ОПК-2.1)

Задания открытого типа с кратким свободным ответом

1. Преобразование Лапласа производной функции-оригинала $f(t) = e^{-t}\cos 3t$ равно … *(Ответ запишите в виде функции)*

Правильный ответ: $L[f'(t)] = p\dfrac{p+1}{(p+1)^2+9} - 1$.

Компетенции (индикаторы): ОПК-2 (ОПК-2.2)

2. Найти промежуток сдвига вправо функции-оригинала $\eta(t)$ при умножении её преобразования Лапласа $\frac{1}{p}$ на e^{-3p} *(Ответ запишите в виде интервала)*

Правильный ответ: [0,3].

Компетенции (индикаторы): ОПК-2 (ОПК-2.2)

3. Найти значение функции-оригинала $f(t)$ в точке $t = \pi$, если её преобразование Лапласа $F(p)$ имеет вид $\dfrac{p^2+2}{p\left(p^2+4\right)}$ *(Ответ запишите в виде числа)*

Правильный ответ: 1.

Компетенции (индикаторы): ОПК-2 (ОПК-2.2)

4. Найти наибольшее значение функции-оригинала $f(t)$ на отрезке $[0;\pi]$ при известном преобразовании $\dfrac{1}{p^2+1}$ *(Ответ запишите в виде числа)*

Правильный ответ: 1.

Компетенции (индикаторы): ОПК-2 (ОПК-2.2)

5. Найти сумму наибольшего и наименьшего значений функции-оригинала $f(t)$ на отрезке $[0; ln2]$, если $F[f(t)] = \frac{1}{p-1}$ *(Ответ запишите в виде числа)*

Правильный ответ: 3.

Компетенции (индикаторы): ОПК-2 (ОПК-2.2)

Задания открытого типа с развернутым ответом

1. Решить задачу, используя методы операционного исчисления:

Найти оригинал $f(t)$, если

$$F(p) = \frac{p+2}{(p+1)(p-2)(p^2+4)}.$$

Привести расширенное решение.

Время выполнения – 30 мин.

Ожидаемый результат:

1. Учитывая, что функция $F(p) = \frac{F_1(p)}{F_2(p)}$ мероморфная, найдем её полюса, которые совпадают с нулями знаменателя

$$F_2(p) = 0 \Rightarrow (p+1)(p-2)(p^2+4) = 0$$
$$\Rightarrow p_1 = -1,\ p_2 = 2,\ p_3 = 2i,\ p_4 = \text{-}2i$$

2. Все полюса простые, поэтому, в духе формулы второй теоремы обращения, предварительно вычислим $F_2'(p)$:

$$F_2(p) = (p^2 - p - 2)(p^4 + 4) = p^4 - p^3 + 2p^2 - 4p - 8$$

$$\Rightarrow F_2'(p) = 4p^3 - 3p^2 + 4p - 4.$$

3. Находим оригинал по формуле второй теоремы обращения:

$$f(t) = \sum_{k=1}^{4} \frac{p_k + 2}{4p_k^3 - 3p_k^2 + 4p_k - 4} e^{p_k t} =$$

$$= -\frac{1}{15}e^{-t} + \frac{4}{32 - 12 + 8 - 4}e^{2t} +$$

$$+ \frac{2i+2}{4\cdot 8i^3 - 3\cdot 4i^2 + 4\cdot 2i - 4}e^{2it} + \frac{-2i+2}{-32i^3 - 12i^2 - 8i - 4}e^{-2it} =$$

$$= -\frac{1}{15}e^{-t} + \frac{1}{6}e^{2t} + \frac{-1+2i}{20}e^{2it} + \frac{-1-2i}{20}e^{-2it} =$$

$$= -\frac{1}{15}e^{-t} + \frac{1}{6}e^{2t} - \frac{1}{10}\left(\frac{1}{2}\left(e^{2it} + e^{-2it}\right)\right) + \frac{2i}{20}\cdot\frac{2i}{2i}\left(e^{2it} - e^{-2it}\right) =$$

$$= -\frac{1}{15}e^{-t} + \frac{1}{6}e^{2t} - \frac{1}{10}\cos 2t - \frac{1}{5}\sin 2t,$$

поскольку $\cos t = \frac{1}{2}\left(e^{it} + e^{-it}\right)$, $\sin t = \frac{1}{2i}\left(e^{it} - e^{-it}\right)$.

Ответ: $f(t) = -\frac{1}{15}e^{-t} + \frac{1}{6}e^{2t} - \frac{1}{10}\cos 2t - \frac{1}{5}\sin 2t$.

Критерии оценивания:

– нахождение полюсов мероморфной функции $F(p) = \frac{F_1(p)}{F_2(p)}$;

– вычисление $F_2'(p)$ в рамках использования второй теоремы обращения;

– нахождение оригинала по формуле $f(t) = \sum_{k=1}^{n} \frac{F_1(p_k)}{F_2'(p_k)} e^{p_k t}$.

Компетенции (индикаторы): ОПК-2 (ОПК-2.3)

2. Решить задачу, используя методы операционного исчисления:

С помощью формулы Дюамеля решить уравнение с заданными начальными условиями:

$$x'' - 4x = t - 1$$
$$x(0) = x'(0) = 0$$

Привести расширенное решение.

Время выполнения – 30 мин.

Критерии оценивания:

– построение вспомогательной задачи Коши;

– построение операторного уравнения;

– нахождение функции-оригинала вспомогательной задачи Коши;

– нахождение решения основной задачи с помощью формулы Дюамеля.

Ожидаемый результат:

1. Рассмотрим вспомогательную задачу Коши:

$$x_1'' - 4x_1 = 1$$
$$x_1(0) = x_1'(0) = 0.$$

2. Пусть $x_1(t) \to X_1(p), x_1''(t) \to p^2 X_1(p), 1 \to \frac{1}{p}$.

Тогда операторное уравнение будет иметь вид

$$X_1(p)(p^2 - 4) = \frac{1}{p} \Rightarrow X_1(p) = \frac{1}{p(p^2 - 4)}.$$

3. Переходя к оригиналам, находим

$$X_1(p)=\frac{1}{p(p^2-4)}=\frac{1}{4}\left(\frac{p}{p^2-4}-\frac{1}{p}\right)\to\frac{1}{4}(ch2t-1).$$

Таким образом, $x_1(t)=\frac{1}{4}(ch2t-1)$.

4. Далее, используя формулу Дюамеля, получим

$$x(t)=\int_0^t(\tau-1)\frac{1}{4}2sh2(t-\tau)\,d\tau=-\int_0^t(\tau-1)\frac{1}{4}d\left(ch\left(2(t-\tau)\right)\right)=$$

$$=-(\tau-1)\frac{1}{4}ch2(t-\tau)\Big|_0^t+\int_0^t\frac{1}{4}ch\left(2(t-\tau)\right)d(\tau-1)=$$

$$=\frac{1}{8}\left(sh2(t-\tau)-2(\tau-1)ch2(t-\tau)\right)\Big|_0^t=\frac{1}{8}\left(sh2t-2ch2t-2t+2\right).$$

Ответ: $x(t)=\frac{1}{8}\left(sh2t-2ch2t-2t+2\right)$.

Критерии оценивания:
– построение вспомогательной задачи Коши;
– построение операторного уравнения;
– нахождение функции-оригинала вспомогательной задачи Коши;
– нахождение решения основной задачи с помощью формулы Дюамеля.
Компетенции (индикаторы): ОПК-2 (ОПК-2.3)

Экспертное заключение

Представленный комплект оценочных материалов по дисциплине «Дополнительные главы математики» соответствует требованиям ФГОС ВО.

Предлагаемые оценочные материалы адекватны целям и задачам реализации основной профессиональной образовательной программы по направлению подготовки 13.04.02 Электроэнергетика и электротехника.

Виды оценочных средств, включенные в представленный фонд, отвечают основным принципам формирования ФОС.

Разработанные и представленные для экспертизы оценочные материалы рекомендуются к использованию в процессе подготовки обучающихся по указанному направлению.

Председатель учебно-методической комиссии
института компьютерных систем и
информационных технологий Ветрова Н. Н.

Лист изменений и дополнений

№ п/п	Виды дополнений и изменений	Дата и номер протокола заседания кафедры (кафедр), на котором были рассмотрены и одобрены изменения и дополнения	Подпись (с расшифровкой) заведующего кафедрой (заведующих кафедрами)
1.	Дополнен комплектом оценочных материалов	Протокол заседания кафедры прикладной математики № 8 от 24.02.2025	В.В. Малый