

Комплект оценочных материалов по дисциплине
ЕН. 01 Математика
15.02.08 Технология машиностроения

Задания закрытого типа

Задания закрытого типа на выбор правильного ответа

1. Выберите один правильный ответ

Найдите производную функции:

$$f(x) = x^3 - 3x + 2$$

А) $x^2 - 3$

Б) $3x^2 + 2$

В) $3x^2 - 1$

Г) $3x^2 - 3$

Правильный ответ: Г

Компетенции (индикаторы): ОК 04, ОК 05

2. Выберите один правильный ответ

Вычислить скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$ векторов:

$$\vec{a} \ (1; 2; -1) \text{ и } \vec{b} \ (2; 5; 4).$$

А) 12

Б) 0

В) 13

Г) 8

Правильный ответ: Г

Компетенции (индикаторы): ОК 04

3. Выберите один правильный ответ

Выполнить вычитание комплексных чисел:

$$(5+3i) - (2+i)$$

А) $3+2i$

Б) $3-2i$

В) $7-4i$

Г) $7+2i$

Правильный ответ: А

Компетенции (индикаторы): ОК 08

Задания закрытого типа на установление соответствия

1. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

	Определитель		Значение определителя
1)	$\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix}$	А)	1
2)	$\begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}$	Б)	-2
3)	$\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}$	В)	0
4)	$\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{vmatrix}$	Г)	2

Правильный ответ:

1	2	3	4
Б	Г	А	В

Компетенции (индикаторы): ОК 08, ПК 1.5

2. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

	Интеграл		Значение интеграла
1)	$\int x^3 dx$	А)	$\sin x + C$
2)	$\int x^2 dx$	Б)	$\frac{x^4}{4} + C$
3)	$\int \cos x dx$	В)	$-\cos x + C$
4)	$\int \sin x dx$	Г)	$\frac{x^3}{3} + C$

Правильный ответ:

1	2	3	4
Б	Г	А	В

Компетенции (индикаторы): ОК 05

3. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

	Математический объект		Описание/Свойство
1)	Квадратная матрица	А)	Все элементы равны нулю

2)	Нулевая матрица	Б)	Число строк равно числу столбцов
3)	Единичная матрица	В)	Прямоугольная таблица, составленная из чисел или других объектов
4)	Матрица	Г)	Диагональная матрица с единицами на главной диагонали

Правильный ответ:

1	2	3	4
Б	А	Г	В

Компетенции (индикаторы): ОК 08, ПК 3.2

Задания закрытого типа на установление правильной последовательности

1. Расположите определители в порядке возрастания:

А) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{vmatrix}$

Б) $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$

В) $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$

Г) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 3 \end{vmatrix}$

Правильный ответ: В, А, Б, Г

Компетенции (индикаторы): ОК 04, ПК 1.4

2. Установите правильную последовательность шагов для решения системы линейных уравнений методом Гаусса:

А) Записать систему в расширенной матрице

Б) Выполнить обратный переход к системе линейных уравнений

В) Преобразовать матрицу к ступенчатому виду с помощью элементарных преобразований над строками.

Г) Найти неизвестные, начиная с последнего уравнения и записать ответ

Правильный ответ: А, В, Б, Г

Компетенции (индикаторы): ОК 04

3. Расположите векторы в порядке возрастания их длины:

А) $\vec{a}(1;0;0)$

Б) $\vec{b}(1;1;1)$

В) $\vec{m}(0;1;1)$

Г) $\vec{n}(1;2;0)$

Правильный ответ: А, В, Б, Г

Компетенции (индикаторы): ОК 05

Задания открытого типа

Задания открытого типа на дополнение

1. Напишите пропущенное слово (словосочетание).

Порядком дифференциального уравнения называется наивысший порядок _____.

Правильный ответ: производной.

Компетенции (индикаторы): ОК 08

2. Напишите пропущенное слово (словосочетание).

К кривым второго порядка относятся (примеры) _____.

Правильный ответ: окружность, эллипс, гипербола, парабола.

Компетенции (индикаторы): ОК 05

3. Напишите пропущенное слово (словосочетание).

Числа вида $z=a+bi$, где a и b – действительные числа, i – мнимая единица, называются _____.

Правильный ответ: комплексными числами.

Компетенции (индикаторы): ОК 04, ОК 05

Задания открытого типа с кратким свободным ответом

1. Вычислить интеграл: $\int_{-1}^2 (3x-1) dx$

Правильный ответ: $1\frac{1}{2}$.

Компетенции (индикаторы): ОК 04

2. Вычислить сумму матриц A и B :

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 1 \\ 4 & 3 & 6 \\ -2 & 3 & -5 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 8 & 1 & 3 \\ 3 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

Правильный ответ: $\begin{pmatrix} 5 & 2 & 1 \\ 12 & 4 & 9 \\ 1 & 5 & -3 \end{pmatrix}$.

Компетенции (индикаторы): ОК 05, ПК 1.4

3. Найти производную функции $y = (x^3 - 3x)^8$

Правильный ответ: $8(x^3 - 3x)^7 \cdot (3x^2 - 3)$.

Компетенции (индикаторы): ПК 1.4

Задания открытого типа с развернутым ответом

1. Решить систему линейных уравнений методом Крамера.

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + x_3 = 6, \\ 2x_1 + 3x_2 + 3x_3 = 13, \\ 3x_1 + 3x_2 + x_3 = 8. \end{cases}$$

Привести расширенное решение.

Время выполнения – 20 мин.

Ожидаемый результат:

1) Запишем и вычислим главный определитель системы.

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 2 & 3 & 3 \\ 3 & 3 & 1 \end{vmatrix} = 12, \quad \Delta \neq 0$$

2) Вычислим дополнительные определители $\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3$, которые

образованы из определителя Δ заменой соответственно 1, 2 и 3

столбцов столбцом свободных членов.

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 6 & 3 & 1 \\ 13 & 3 & 3 \\ 8 & 3 & 1 \end{vmatrix} = 18 + 72 + 39 - 24 - 54 - 39 = 12,$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 1 & 16 & 1 \\ 2 & 13 & 3 \\ 3 & 8 & 1 \end{vmatrix} = 13 + 54 + 16 - 39 - 24 - 12 = 83 - 75 = 8$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 1 & 3 & 6 \\ 2 & 3 & 13 \\ 3 & 3 & 8 \end{vmatrix} = 24 + 117 + 36 - 54 - 39 - 48 = 36.$$

3) По формулам Крамера, найдем x_1 ; x_2 ; x_3 .

$$x_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{12}{12} = 1; \quad x_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}; \quad x_3 = \frac{\Delta_3}{\Delta} = \frac{36}{12} = 3.$$

Ответ: $(1; \frac{2}{3}; 3)$.

Критерии оценивания:

- наличие вычисления главного и дополнительных определителей;
- обоснование единственности решения;
- получение решения системы.

Компетенции (индикаторы): ПК 1.5

2. Найти точки экстремума и промежутки монотонности функции

$$f(x) = x^3 - 3x + 4$$

Привести расширенное решение.

Время выполнения – 15 мин.

Ожидаемый результат:

- 1) Область определения данной функции - вся числовая прямая
- 2) Вычислим производную:

$$f'(x) = 3x^2 - 3$$

3) Найдем критические точки:

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 3 = 0$$

$$x_1 = -1, \quad x_2 = 1.$$

Других критических точек нет.

4) Найденные точки разбивают числовую прямую на интервалы

$$(-\infty, -1), \quad (-1, 1) \quad \text{и} \quad (1, +\infty).$$

5) На каждом интервале определяется знак производной. Для этого достаточно взять какую-нибудь точку, принадлежащую интервалу, и определить знак $f'(x)$ в этой точке:

• $x = -2$, $f'(-2) = 3(-2)^2 - 3 = 9 > 0$, значит, $f'(x) > 0$ на всем интервале

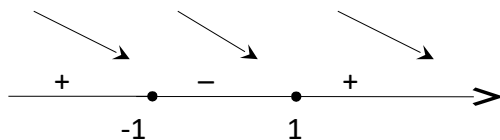
$(-\infty, -1)$ и функция на нем возрастает;

• $x = 0$, $f'(0) = -3 < 0$, значит, $f'(x) < 0$ на всем интервале $(-1, 1)$ и

функция убывает;

• $x = 2$, $f'(2) = 3(2)^2 - 3 = 9 > 0$, значит, $f'(x) > 0$ на всем интервале

$(1, +\infty)$ и функция возрастает.



6) В точке $x = -1$ производная $f'(x)$ меняет знак с «+» на «-»,

следовательно, в этой точке функция достигает максимума $f(-1) = 6$. В

точке $x = 1$ производная $f'(x)$ меняет знак с «-» на «+», следовательно, в

этой точке функция достигает минимума $f(1) = 2$.

Критерии оценивания:

- наличие вычисления производной функции и ее критических точек;
- обоснование нахождения промежутков монотонности функции;
- вычисление точек экстремума.

Компетенции (индикаторы): ОК 08, ПК 1.4

3. При шлифовании тонкого вала возникает сила, вызывающая его прогиб. Прогиб вала y (в мм) в зависимости от расстояния x (в метрах) от левого конца вала описывается функцией $y(x) = 0,002x \cdot (4-x)^2$, где общая длина вала $L = 4$ метра.

Определите, в какой точке вала (x , м) прогиб будет максимальным.

Привести расширенное решение.

Время выполнения – 20 мин.

Ожидаемый результат:

1) Находим производную функции прогиба $y'(x)$:

$$\begin{aligned} y'(x) &= 0,002 \cdot (4-x)^2 + 0,002x \cdot 2 \cdot (4-x) \cdot (-1) = \\ &= 0,002(4-x) \cdot (4-x-2x) = 0,002(4-x) \cdot (4-3x) \end{aligned}$$

2) Находим критические точки, приравняв производную к нулю:

$$\begin{aligned} y'(x) &= 0 \\ 0,002(4-x) \cdot (4-3x) &= 0 \end{aligned}$$

Отсюда:

$$\begin{aligned} 4-x &= 0 \Rightarrow x_1 = 4 \\ 4-3x &= 0 \Rightarrow x_2 = \frac{4}{3} \approx 1,33 \end{aligned}$$

3) Анализируем вторую производную для определения максимума:

Находим вторую производную $y''(x)$:

$$y''(x) = 0,002(6x-16)$$

4) Подставляем найденные критические точки во вторую производную:

$$\begin{aligned} y''(4) &= 0,002(6 \cdot 4 - 16) = 0,016 > 0 \text{ (точка минимума)} \\ y''\left(\frac{4}{3}\right) &= 0,002\left(6 \cdot \frac{4}{3} - 16\right) = -0,016 < 0 \text{ (точка максимума)} \end{aligned}$$

Таким образом, $x = \frac{4}{3} \approx 1,33$ метра — это точка максимума прогиба вала.

Критерии оценивания:

- создание математической модели технической задачи;
- наличие вычисления производной функции и ее критических точек;
- нахождение точек экстремума;
- доказательство того, что прогиб вала будет максимальным.

Компетенции (индикаторы): ПК 1.4, ПК 3.2