

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ЛУГАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ ВЛАДИМИРА ДАЛЯ»

Институт технологий и инженерной механики
Кафедра «Технология машиностроения и инженерный консалтинг»



УТВЕРЖДАЮ

Директор института технологий
и инженерной механики

Могильная Е.П.

«25» 02 2025 г.

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
по практике**

«Введение в тензорный анализ»

15.03.01 Машиностроение

Технологии прототипирования машиностроительных объектов

Разработчик:

доцент

Остапущенко Д.Л.

ФОС рассмотрен и одобрен на заседании кафедры технологии машиностроения
и инженерного консалтинга
от «25» февраля 2025 г., протокол № 7

Заведующий кафедрой
технологии машиностроения
и инженерного консалтинга

Ясуник С.Н.

Луганск 2025 г.

**Комплект оценочных материалов по дисциплине
«Введение в тензорный анализ»**

Задания закрытого типа

Задания закрытого типа на выбор правильного ответа

1. Выберите один правильный ответ

Укажите тождественно верное равенство:

А) $\vec{a} \times \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}|$

Б) $\vec{a} \times \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \alpha$

В) $\vec{a} \times \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \sin \alpha$

Г) $\vec{a} \times \vec{b} = |\vec{a}| + |\vec{b}|$

Правильный ответ: Б

Компетенции (индикаторы): ОПК-1

2. Выберите один правильный ответ

Укажите тождественно верное равенство:

А) $|\vec{a}' \cdot \vec{b}| = |\vec{a}| |\vec{b}|$

Б) $|\vec{a}' \cdot \vec{b}| = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \alpha$

В) $|\vec{a}' \cdot \vec{b}| = |\vec{a}| |\vec{b}| \sin \alpha$

Г) $|\vec{a}' \cdot \vec{b}| = |\vec{a}| + |\vec{b}|$

Правильный ответ: В

Компетенции (индикаторы): ОПК-1

3. Выберите один правильный ответ

Укажите тождественно верное равенство:

А) $\text{div rot } \vec{F} = -1$

Б) $\text{div rot } \vec{F} = 0$

В) $\text{div rot } \vec{F} = 1$

Г) $\text{div rot } \vec{F} = 2$

Правильный ответ: Б

Компетенции (индикаторы): ОПК-1

4. Выберите один правильный ответ

Укажите тождественно верное равенство:

А) $\text{rot grad } j = \vec{i}$

Б) $\text{rot grad } j = \vec{j}$

В) $\text{rot grad } j = \vec{k}$

Г) $\text{rot grad } j = 0$

Правильный ответ:

Компетенции (индикаторы): ОПК-1

Задания закрытого типа на установление соответствия

1. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

	Первое обозначение		Второе обозначение
1)	$\text{grad } j$	А)	$\vec{\nabla} \times \vec{F}$
2)	$\text{div } \vec{F}$	Б)	$\vec{\nabla} \cdot \vec{F}$
3)	$\text{rot } \vec{F}$	В)	$\vec{\nabla} j$
4)	Δj	Г)	$\vec{\nabla} \cdot \vec{F}$

Правильный ответ:

1	2	3	4
В	А	Г	Б

Компетенции (индикаторы): ОПК-1

2. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

	Операция		Наименование
1)	$\text{grad } j$	А)	Ротор
2)	$\text{div } \vec{F}$	Б)	Градиент
3)	$\text{rot } \vec{F}$	В)	Оператор Лапласа
4)	Δj	Г)	Дивергенция

Правильный ответ:

1	2	3	4
Б	Г	А	В

Компетенции (индикаторы): ОПК-1

3. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

	Левая часть		Правая часть
1)	$\oint_V \text{div } \vec{F} dV$	А)	$\oint_S \vec{F} \cdot d\vec{S}$
2)	$\oint_S \text{rot } \vec{F} \cdot d\vec{S}$	Б)	$-\oint_S \vec{F} \cdot d\vec{S}$
3)	$\oint_V \text{rot } \vec{F} dV$	В)	$\oint_l \vec{F} \cdot d\vec{l}$
4)	$\oint_V \text{grad } j dV$	Г)	$\oint_S \vec{F} \cdot d\vec{S}$

Правильный ответ:

1	2	3	4
Г	В	Б	А

Компетенции (индикаторы): ОПК-1

4. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

	Операция		Выражение
1)	$\text{grad } j$	А)	$\frac{\partial F_x}{\partial x} + \frac{\partial F_y}{\partial y} + \frac{\partial F_z}{\partial z}$
2)	D_j	Б)	$\frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial F_z}{\partial y} - \frac{\partial}{\partial z} \frac{\partial F_y}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial F_x}{\partial z} - \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial F_z}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} \frac{\partial F_y}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial F_x}{\partial z}$
3)	$\text{div } \vec{F}$	В)	$\frac{\partial}{\partial x} i + \frac{\partial}{\partial y} j + \frac{\partial}{\partial z} k$
4)	$\text{rot } \vec{F}$	Г)	$\frac{\partial^2 j}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 j}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 j}{\partial z^2}$

Правильный ответ:

1	2	3	4
В	Г	А	Б

Компетенции (индикаторы): ОПК-1

Задания закрытого типа на установление правильной последовательности

1. Установите правильную последовательность. Запишите правильную последовательность букв слева направо

Расположите величины в порядке возрастания:

А) $|5\vec{i} + 12\vec{k}|$

Б) $|3\vec{i} + 4\vec{j}|$

В) $|7\vec{j} - 24\vec{k}|$

Г) $|15\vec{i} - 8\vec{j}|$

Правильный ответ: Б, А, Г, В

Компетенции (индикаторы): ОПК-1

2. Установите правильную последовательность. Запишите правильную последовательность букв слева направо

Расположите значения $|\text{grad } j|$ в порядке возрастания:

А) $j = 3x + 4y$

Б) $j = 5x + 12z$

В) $j = 7x - 24z$

Г) $j = 15y - 8z$

Правильный ответ: А, Б, Г, В

Компетенции (индикаторы): ОПК-1

3. Установите правильную последовательность. Запишите правильную последовательность букв слева направо

Расположите значения $\operatorname{div} \vec{F}$ в порядке возрастания:

А) $\vec{F} = xi + yj - zk$

Б) $\vec{F} = 3xi - yj + 5zk$

В) $\vec{F} = 3xi + 2yj + zk$

Г) $\vec{F} = 2xi + 3yj - 2zk$

Правильный ответ: А, Г, В, Б

Компетенции (индикаторы): ОПК-1

4. Установите правильную последовательность. Запишите правильную последовательность букв слева направо

Расположите значения $|\operatorname{rot} \vec{F}|$ в порядке возрастания:

А) $\vec{F} = yi - xj$

Б) $\vec{F} = yi - 2xj$

В) $\vec{F} = 2i - 3j + 5k$

Г) $\vec{F} = yi$

Правильный ответ: В, Г, А, Б

Компетенции (индикаторы): ОПК-1

Задания открытого типа

Задания открытого типа на дополнение

1. Напишите пропущенное слово (словосочетание)

Вектор градиента характеризует величину и _____ наискорейшего возрастания скалярного поля.

Правильный ответ: направление

Компетенции (индикаторы): ОПК-1

2. Напишите пропущенное слово (словосочетание)

Функция j такая, что $D_j = 0$ называется _____.

Правильный ответ: гармонической

Компетенции (индикаторы): ОПК-1

3. *Напишите пропущенное слово (словосочетание)*

Результатом вычисления операции над векторным полем, называемой _____, является скалярное поле, характеризующее плотность источников исходного векторного поля.

Правильный ответ: дивергенцией

Компетенции (индикаторы): ОПК-1

4. *Напишите пропущенное слово (словосочетание)*

Результатом вычисления операции над векторным полем, называемой _____, является векторное поле, характеризующее плотность завихрений исходного векторного поля.

Правильный ответ: ротором

Компетенции (индикаторы): ОПК-1

5. *Напишите пропущенное слово (словосочетание)*

Теорема _____ связывает между собой значение поверхностного интеграла второго рода и значение криволинейного интеграла второго рода.

Правильный ответ: Стокса

Компетенции (индикаторы): ОПК-1

Задания открытого типа с кратким свободным ответом

1. *Напишите результат вычислений*

Вычислить $\text{grad } x^2 y^3 z$.

Правильный ответ: $2xy^3z \mathbf{i} + 3x^2y^2z \mathbf{j} + x^2y^3 \mathbf{k}$

Компетенции (индикаторы): ОПК-1

2. *Напишите результат вычислений*

Вычислить $\text{div} (xy^3z \mathbf{i} + x^2y^2z \mathbf{j} - x^2y^3z^5 \mathbf{k})$.

Правильный ответ: $y^3z + 2x^2yz - 5x^2y^3z^4$

Компетенции (индикаторы): ОПК-1

3. *Напишите результат вычислений*

Вычислить $\text{rot} (y \mathbf{i} - x \mathbf{j})$.

Правильный ответ: $-2 \mathbf{k}$

Компетенции (индикаторы): ОПК-1

4. *Дайте ответ на вопрос*

Как называется теорема, которая связывает интеграл по объему от дивергенции векторного поля с потоком этого поля через поверхность, ограничивающую данный объем?

Правильный ответ: Гаусса-Остроградского
Компетенции (индикаторы): ОПК-1

5. Дайте ответ на вопрос

Чему равна валентность тензора R_{ij}^k ?

Правильный ответ: 3

Компетенции (индикаторы): ОПК-1

Задания открытого типа с развернутым ответом

1. Напишите результат вычислений

Вычислить ротор поля скоростей абсолютно твердого тела, вращающегося вокруг неподвижной точки с угловой скоростью $\dot{\mathbf{W}}$.

Привести расширенное решение.

Время выполнения – 15 мин.

Критерий оценивания: найти $\dot{\mathbf{u}}(\mathbf{r})$, $\text{rot } \dot{\mathbf{u}}(\mathbf{r})$

Ожидаемый результат:

Найдем выражение для поля скоростей в зависимости от положения точки $\mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{u}}(\mathbf{r}) = \dot{\mathbf{W}} \times \mathbf{r} &= \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ w_x & w_y & w_z \\ x & y & z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} w_y & w_z \\ y & z \end{vmatrix} \mathbf{i} - \begin{vmatrix} w_x & w_z \\ x & z \end{vmatrix} \mathbf{j} + \begin{vmatrix} w_x & w_y \\ x & y \end{vmatrix} \mathbf{k} = \\ &= (w_y z - w_z y) \mathbf{i} + (w_z x - w_x z) \mathbf{j} + (w_x y - w_y x) \mathbf{k}. \end{aligned}$$

Вычислим ротор:

$$\begin{aligned} \text{rot } \dot{\mathbf{u}}(\mathbf{r}) &= \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ w_y z - w_z y & w_z x - w_x z & w_x y - w_y x \end{vmatrix} = \\ &= \frac{\partial}{\partial y} (w_x y - w_y x) - \frac{\partial}{\partial z} (w_z x - w_x z) \mathbf{i} + \\ &+ \frac{\partial}{\partial z} (w_y z - w_z y) - \frac{\partial}{\partial x} (w_x y - w_y x) \mathbf{j} + \\ &+ \frac{\partial}{\partial x} (w_z x - w_x z) - \frac{\partial}{\partial y} (w_y z - w_z y) \mathbf{k} = \\ &= (w_x + w_x) \mathbf{i} + (w_y + w_y) \mathbf{j} + (w_z + w_z) \mathbf{k} = 2\dot{\mathbf{W}} \end{aligned}$$

Ответ: $2\dot{\mathbf{W}}$

Компетенции (индикаторы): ОПК-1

2. Напишите результат вычислений

Точечный заряд q находится в точке $\vec{r}_0$. Вычислить дивергенцию электрического поля этого заряда в пустой части пространства.

Привести расширенное решение.

Время выполнения – 15 мин.

Ожидаемый результат:

Критерий оценивания: решить вышеприведенные уравнения

Решение:

Согласно закону Кулона

$$|\vec{E}| = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{R^2},$$

где $R = |\vec{r} - \vec{r}_0| = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2}$, $\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ – радиус-вектор точки, в которой рассчитывается поле.

Электрическое поле заряда направлено от точки $\vec{r}_0$ в точку $\vec{r}$. Единичный вектор этого направления может быть вычислен как

$$\vec{e} = \frac{\vec{r} - \vec{r}_0}{|\vec{r} - \vec{r}_0|}.$$

Следовательно, закон Кулона можно записать в векторном виде

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{R^2} \vec{e} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{r} - \vec{r}_0}{|\vec{r} - \vec{r}_0|^3}.$$

Составляющие этого поля имеют вид:

$$E_x(x, y, z) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{x - x_0}{[(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2]^{3/2}};$$

$$E_y(x, y, z) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{y - y_0}{[(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2]^{3/2}};$$

$$E_z(x, y, z) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{z - z_0}{[(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2]^{3/2}}.$$

Вычислим частные производные:

$$\frac{\partial E_x}{\partial x} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{[(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2]^{3/2}} - \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{3(x - x_0)^2}{[(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2]^{5/2}};$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial y} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{[(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2]^{3/2}} - \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{3(y - y_0)^2}{[(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2]^{5/2}};$$

$$\frac{\partial E_z}{\partial z} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{\left[(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + (z-z_0)^2\right]^{3/2}} -$$

$$- \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{3(z-z_0)^2}{\left[(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + (z-z_0)^2\right]^{5/2}}.$$

Вычислим дивергенцию при $r \rightarrow r_0$:

$$\operatorname{div} E = \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z} =$$

$$= \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{3}{\left[(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + (z-z_0)^2\right]^{3/2}} -$$

$$- \frac{3q}{4\pi\epsilon_0} \frac{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + (z-z_0)^2}{\left[(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + (z-z_0)^2\right]^{5/2}} =$$

$$= \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{3}{\left[(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + (z-z_0)^2\right]^{3/2}} -$$

$$- \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{3}{\left[(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + (z-z_0)^2\right]^{3/2}} = 0.$$

Ответ: 0

Компетенции (индикаторы): ОПК-1

Экспертное заключение

Представленный фонд оценочных средств (далее – ФОС) «Введение в тензорный анализ» соответствует требованиям ФГОС ВО.

Предлагаемые формы и средства текущего и промежуточного контроля адекватны целям и задачам реализации основной профессиональной образовательной программы по направлению подготовки 15.03.01 Машиностроение.

Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины представлены в полном объеме.

Виды оценочных средств, включенные в представленный фонд, отвечают основным принципам формирования ФОС.

Разработанный и представленный для экспертизы фонд оценочных средств рекомендуется к использованию в процессе подготовки обучающихся по указанному направлению.

Председатель учебно-методической комиссии
института технологий и инженерной механики

 Ясуник С.Н.

Лист изменений и дополнений

№ п/п	Виды дополнений и изменений	Дата и номер протокола заседания кафедры (кафедр), на котором были рассмотрены и одобрены изменения и дополнения	Подпись (с расшифровкой) заведующего кафедрой (заведующих кафедрами)