# Комплект оценочных материалов по дисциплине «Методы оптимизации»

**Задания закрытого типа**

**Задания закрытого типа на выбор правильного ответа**

1. Выберите один правильный ответ

В задаче линейного программирования требуется найти:

А) значение целевой функции

Б) значения переменных, удовлетворяющих системе ограничений

В) значения переменных, обеспечивающих max(min) целевой функции

Г) неотрицательные значения переменных, которые обеспечивают экстремум целевой функции, удовлетворяя системе ограничений

Правильный ответ: А

Компетенции (индикаторы): УК-1, ОПК-1

2. Выберите один правильный ответ

Искусственная переменная входит в целевую функцию задачи ЛП максимизации с коэффициентом:

А) + М;

Б) 1;

В) – М;

Г) 0.

Правильный ответ: В

Компетенции (индикаторы): УК-1, ОПК-1, ОПК-7

3. Выберите один правильный ответ

Критерий оптимизации транспортной задачи:

А) минимум затрат на продукцию;

Б) удовлетворение всех затрат потребителей;

В) максимум прибыли;

Г) минимум затрат на доставку продукции.

Правильный ответ: Г

Компетенции (индикаторы): ОПК-1, ОПК-3, ОПК-7

4. Выберите один правильный ответ

Метод нахождения оптимального плана закрытой транспортной задачи:

а) Фогеля;

б) северо-западного угла;

в) потенциалов;

г) минимального элемента.

Правильный ответ: Г

Компетенции (индикаторы): УК-1, ОПК-3, ОПК-7

5. Выберите один правильный ответ

Цикл транспортной таблицы (m поставщиков и n потребителей) в закрытой транспортной задаче -

А) замкнутая ломаная, вершины которой в занятых клетках;

Б) замкнутая ломанная, в вершинах которой поворот на 90o;

В) замкнутая ломанная, с вершинами в занятых клетках, в которых совершается поворот на 90o;

Г) нет верного ответа

Правильный ответ: В

Компетенции (индикаторы): УК-1, ОПК-1

**Задания закрытого типа на установление соответствия**

1. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца. Установите соответствие между методом оптимизации и его описанием:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Метод |  | Описание |
| 1) | Симплекс-метод | А) | Метод решения задач с ограничениями через множители для учета условий. |
| 2) | Метод Ньютона | Б) | Алгоритм для решения задач линейного программирования через перебор вершин. |
| 3) | Градиентный спуск | В) | Численный метод, использующий вторые производные для ускорения сходимости. |
| 4) | Метод Лагранжа | Г) | Итерационный метод минимизации функции с использованием направления градиента. |

Правильный ответ:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 1 | 2 | 3 | 4 |
| Б | В | Г | А |

Компетенции (индикаторы): УК-1, ОПК-1, ОПК-3

2. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.Соотнесите тип задачи оптимизации с подходящим методом решения:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Метод |  | Описание |
| 1) | Линейное программирование | А) | Метод ветвей и границ |
| 2) | Выпуклое программирование | Б) | Симплекс-метод |
| 3) | Нелинейная оптимизация | В) | Метод сопряженных градиентов |
| 4) | Целочисленная задача | Г) | Теорема Куна-Таккера |

Правильный ответ:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 1 | 2 | 3 | 4 |
| Б | Г | В | А |

Компетенции (индикаторы): УК-1, ОПК-1, ОПК-3, ОПК-7

3. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.Установите соответствие между этапами симплекс-метода и их содержанием

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Метод |  | Описание |
| 1) | Поиск опорного решения | А) | Проверка оптимальности текущего базисного решения |
| 2) | Итерация | Б) | Б. Выбор ведущего столбца и строки для перехода к новому базису. |
| 3) | Проверка оптимальности | В) | Начальное заполнение симплекс-таблицы |
| 4) | Формирование таблицы | Г) | Определение начального допустимого решения |

Правильный ответ:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 1 | 2 | 3 | 4 |
| Г | Б | А | В |

Компетенции (индикаторы): УК-1, ОПК-1

4. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.Соотнесите термины и их определения

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Метод |  | Описание |
| 1) | Унимодальная функция | А) | Функция, имеющая единственный минимум на заданном интервале |
| 2) | Двойственность | Б) | Пара взаимосвязанных задач линейного программирования |
| 3) | Квазиньютоновский метод | В) | Метод, использующий приближенную матрицу Гессе для ускорения сходимости |
| 4) | Условия Куна-Таккера | Г) | Необходимые условия оптимальности для задач с ограничениями |

Правильный ответ:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 1 | 2 | 3 | 4 |
| А | Б | В | Г |

Компетенции (индикаторы): УК-1, ОПК-1, ОПК-3, ОПК-7

5. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.Соотнесите метод с его типом (нулевой/первый/второй порядок):

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Метод |  | Описание |
| 1) | Градиентный спуск | А) | Нулевой порядок (не использует производные). |
| 2) | Метод Нелдера-Мида | Б) | Первый порядок (использует первые производные). |
| 3) | Метод Ньютона | В) | Второй порядок (использует вторые производные). |
| 4) | Метод сопряженных градиентов | Г) | Первый порядок, но с улучшенной сходимостью |

Правильный ответ:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 1 | 2 | 3 | 4 |
| Б | А | В | Г |

Компетенции (индикаторы): УК-1, ОПК-1, ОПК-3, ОПК-7

#### **Задания закрытого типа на установление правильной последовательности**

1. Последовательность этапов симплекс-метода:

А) Проверка оптимальности текущего решения.

Б) Выбор ведущего столбца (разрешающего элемента).

В) Построение начальной симплекс-таблицы.

Г) Переход к новому базисному решению.

Д) Нахождение опорного решения.

Правильный ответ: Д, В, А, Б, Г

Компетенции (индикаторы): УК-1, ОПК-1

2. Этапы метода ветвей и границ для целочисленных задач:

А) Разбиение задачи на подзадачи.

Б) Решение релаксированной задачи.

В) Проверка целочисленности решения.

Г) Оценка границ и отсечение неперспективных ветвей.

Правильный ответ: Б, В, А, Г

Компетенции (индикаторы): УК-1, ОПК-1, ОПК-7

3. Последовательность шагов в градиентном спуске:

А) Проверка условия остановки ().

Б) Расчет градиента в текущей точке.

В) Выбор начальной точки .

Г) Обновление точки:

Правильный ответ: В, Б, Г, А

Компетенции (индикаторы): ОПК-1, ОПК-3, ОПК-7

4. Этапы построения математической модели задачи линейного программирования:

А) Формулировка целевой функции.

Б) Определение переменных.

В) Приведение ограничений к стандартной форме.

Г) Проверка совместности ограничений.

Правильный ответ: Б, В, А, Г

Компетенции (индикаторы): УК-1, ОПК-1, ОПК-7

5. Этапы применения метода множителей Лагранжа:

А) Составление функции Лагранжа.

Б) Решение системы уравнений .

В) Проверка выполнения условий Куна-Таккера.

Г) Анализ полученных критических точек.

Правильный ответ: А, Б, Г, В

Компетенции (индикаторы): УК-1, ОПК-1, ОПК-3

**Задания открытого типа**

**Задания открытого типа на дополнение**

1. Напишите пропущенное слово (словосочетание).

Метод, использующий матрицу вторых производных для ускорения сходимости, называется \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

Правильный ответ: метод Ньютона.

Компетенции (индикаторы): УК-1, ОПК-1, ОПК-7

2.Напишите пропущенное слово (словосочетание).

Необходимые условия оптимальности для задач с ограничениями в виде неравенств формулируются в \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

Правильный ответ: теореме Куна-Таккера.

Компетенции (индикаторы): УК-1, ОПК-1

3. Напишите пропущенное слово (словосочетание).

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ используется для решения задач линейного программирования, начиная с недопустимого решения и двигаясь к допустимой области?

Правильный ответ: Двойственный симплекс-метод.

Компетенции (индикаторы): ОПК-1, ОПК-3, ОПК-7

4**.** Напишите пропущенное слово (словосочетание).

Функция, имеющая единственный экстремум на заданном интервале, называется \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

Правильный ответ: унимодальной.

Компетенции (индикаторы): УК-1, ОПК-1

5.Напишите пропущенное слово (словосочетание).

Метод, применяемый для решения целочисленных задач оптимизации путем разделения множества решений на подмножества, — это \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

Правильный ответ: метод ветвей и границ.

Компетенции (индикаторы): ОПК-1, ОПК-3

**Задания открытого типа с кратким свободным ответом**

1. Решите задачу линейного программирования на максимум (*Ответ запишите в виде числа, укажите максимальное значение функции*)

Правильный ответ: 18 (при , ).

Компетенции (индикаторы): УК-1, ОПК-1

2. Задана симплекс-таблица на текущей итерации:

Какой столбец будет выбран как ведущий (разрешающий) на следующем шаге (*В ответе укажите переменную*)?

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Базис |  |  |  |  | Решение |
|  | 1 | 2 | 1 | 0 | 8 |
|  | 3 | 1 | 0 | 1 | 12 |
|  | – 4 | – 5 | 0 | 0 | 0 |

Правильный ответ: столбец

Компетенции (индикаторы): УК-1, ОПК-1

3. Задана функция . В какой точке достигается минимум функции. (В ответе укажите числовое значение)

Правильный ответ:

Компетенции (индикаторы): УК-1, ОПК-1, ОПК-7

4. Задана функция . При каком значении параметра минимум функции достигается в точке . (В ответе укажите числовое значение параметра)

Правильный ответ:

Компетенции (индикаторы): УК-1, ОПК-1, ОПК-7

5. Найти максимум функции, при условии, что , – целые числа.

(В ответе укажите числовое значение )

Правильный ответ:

Компетенции (индикаторы): УК-1, ОПК-1

#### **Задания открытого типа с развернутым ответом**

1. Решить следующую задачу симплекс-методом:







Привести расширенное решение.

Время выполнения – 45 мин.

Ожидаемый результат:

Строится каноническая форма. Для этого вводится дополнительная переменная :







Результаты вычислений в соответствии с алгоритмом содержатся в таблицах. Разрешающий элемент в каждой таблице обозначен звездочкой (\*).

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Баз.  пер. | cI | bI | 4 | 8 | -2 | -4 | 0 |
| х1 | х2 | x3 | x4 | x5 |
| x3 | -2 | 2 | -1 | 2\* | 1 | 0 | 0 |
| x4 | -4 | 2 | 1 | -1 | 0 | 1 | 0 |
| x5 | 0 | 4 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| z | - | -12 | -6 | -8 | 0 | 0 | 0 |

Исходный опорный план X=(0,0,2,2,4); z =–12. Решение не оптимально, т.к. имеются отрицательные оценки свободных переменных. По наименьшей отрицательной оценке (-8) выбирается разрешающий столбец переменной x2  Выбирается первая строка в качестве разрешающей. Таким образом, разрешающий элемент a12=2. В результате преобразований по формулам Жордана-Гаусса получается таблица.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Баз.  пер. | | cI | | bI | | 4 | | 8 | -2 | | -4 | | 0 |
| x1 | | x2 | x3 | | х4 | | x5 |
| х2 | | 8 | | 1 | | -0.5 | 1 | | 0.5 | | 0 | 0 | |
| х4 | | -4 | | 3 | | 0.5 | 0 | | 0.5 | | 1 | 0 | |
| х5 | | 0 | | 4 | | 1\* | 0 | | 0 | | 0 | 1 | |
| z | | - | | -4 | | -10 | 0 | | 4 | | 0 | 0 | |

Опорный план X=(0,1,0,3,4); z=-4. Решение не оптимально, т.к. переменная *x1* имеет отрицательную оценку (-10). Выбирается разрешающий элемент a31=1. Выполняется очередная итерация.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Баз.  пер. | cI | bI | 4 | 8 | -2 | -4 | 0 |
| x1 | x2 | x3 | x4 | x5 |
| х2 | 8 | 3 | 0 | 1 | 0.5 | 0 | 0 |
| x4 | -4 | 1 | 0 | 0 | 0.5 | 1 | -0.5 |
| x1 | 4 | 4 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| z | - | 36 | 0 | 0 | 4 | 0 | 10 |

Ответ: Опорный план X\*=(4,3,0,1,0) является оптимальным, т.к. нет отрицательных оценок и значение целевой функции zmax=36.

Критерии оценивания:

– построение канонической формы;

– заполнение симплекс-таблицы;

– проверка оптимальности опорного плана и его улучшение;

– пересчет таблица, используя преобразования Жордана-Гаусса.

Компетенции (индикаторы): УК-1, ОПК-1, ОПК-7

2. На трех базах хранится груз в количествах а1=300; а2=250; а3=150 (ед.). Этот груз требуется перевезти четырем потребителям в количествах b1=250; b2=200; b3=150; b4=200 (ед.). Тарифы перевозок единицы груза сij заданы следующей таблицей (матрицей):

.

Найти оптимальный опорный план методом потенциалов, построив исходный опорный план по правилу минимальной стоимости.

Привести расширенное решение.

Время выполнения – 45 мин.

Ожидаемый результат:

Исходный опорный план изображен в таблице

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 250 | 200 | 150 | 200 | ui |
| 300 | 6 | 1  200 | (–) 4  100 | (+) 6  \* | 0 |
| 250 | (+) 5  150 | 2 | 8 | (–) 9  100 | 1 |
| 150 | (–) 3  100 | 7 | (+) 3  50 | 12 | -1 |
| 100 | 0 | 0 | 0 | 0  100 | -8 |
| vj | 4 | 1 | 4 | 8 |  |

Построение начинается с клетки (1,2), имеющей минимальный тариф с12=1. В эту клетку помещается х12=min(a1,b2)= min(300,200)=200. Остаток по строке 300-200=100 помещается в клетку этой строки с минимальными затратами, а именно х13=100, где с13=4. Распределение продолжается по цепочке (1,2)-(1,3)-(3,3)-(3,1)-(2,1)-(2,4)-(4,4). Полученному плану перевозок соответствует значение целевой функции

z=1⋅200+4⋅100+5⋅150+9⋅100+3⋅100+3⋅50=2700.

Определяются потенциалы строк и столбцов, для чего решается система уравнений:

; ; ; ; ;

; .

Эта система уравнений содержит семь уравнений с восемью неизвестными. Полагая u1=0, последовательно находим v2=1, v3=4, u3=-1, v1=4, u2=1, v4=8, u4=-8. На основании потенциалов строк и столбцов вычисляются оценки свободных клеток sij=cij-(ui+vj): s11=2, s14=-2, s22=0, s23=3, s32=7, s34=5, s41=4, s42=7, s43=4. Так как есть отрицательная оценка, то опорный план не является оптимальным, и его можно улучшить. Выбираем клетку (1,4). Для выбранной клетки строится цикл пересчета (1,4)-(1,3)-(3,3)-(3,1)-(2,1)-(2,4)-(1,4). В таблице 4.1 он показан пунктиром. Наименьшее из чисел в клетках с (-) равно 100. Это число в клетки с (+) добавляется, а из клеток с (-) отнимается. Три клетки освобождаются, но свободной оставляем одну (2,4), а клетки (1,3) и (3,1) заполняем *базисными нулями.*

Результат преобразований опорного плана - в таблице

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 250 | 200 | 150 | 200 | ui |
| 300 | 6 | (-) 1  200 | (+) 4  0 | 6 | 0 |
| 250 | (-) 5  250 | (+) 2  \* | 8 | 9 | 1 |
| 150 | (+) 3  0 | 7 | (-) 3  150 | 12 | -1 |
| 100 | 0 | 0 | 0 | 0  100 | -6 |
| vj | 4 | 1 | 4 | 6 |  |

Новый опорный план проверяется на оптимальность. Аналогично определяются потенциалы строк и столбцов (они указаны в таблице). И для каждой свободной клетки определяются оценки: s11=2, s22=0, s23=3, s24=2, s32=7, s34=7, s41=2, s42=5, s43=2. Отрицательных оценок нет, следовательно, полученный опорный план является оптимальным.

Ответ: общая стоимость перевозок Zmin=2500.

Критерии оценивания:

– построение исходного опорного плана;

– заполнение таблицы по правилу минимальной стоимости;

– проверка оптимальности опорного плана и его улучшение;

– пересчет таблица, используя метод потенциалов.

Компетенции (индикаторы): УК-1, ОПК-1, ОПК-3, ОПК-7