


МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ЛУГАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ ВЛАДИМИРА ДАЛЯ»

Факультет компьютерных систем и информационных технологий
Кафедра прикладной математики

УТВЕРЖДАЮ
Декан факультета компьютерных
систем и информационных технологий
_____ Кочевский А. А.
«19» апреля 2023 г.



ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
по учебной дисциплине

«Теория вероятностей и математическая статистика»

15.03.04 Автоматизация технологических процессов и производств

«Компьютерные и специализированные системы автоматизации
производств»

Разработчик:
профессор _____ Таращанский М.Т.

ФОС рассмотрен и одобрен на заседании кафедры прикладной математики
от 18 апреля 2023 г., протокол № 10

Заведующий кафедрой _____ Малый В. В.

Луганск 2023 г.

**Паспорт
фонда оценочных средств по учебной дисциплине
«Теория вероятностей и математическая статистика»**

**Перечень компетенций (элементов компетенций),
формируемых в результате освоения учебной дисциплины**

№ п/п	Код контролируемой компетенции	Формулировка контролируемой компетенции	Контролируемые темы учебной дисциплины, практики	Этапы формирования (семестр изучения)
1	УК-1	способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач;	<p>Тема 1. Основные понятия и теоремы теории вероятностей.</p> <p>Тема 2. Схема независимых испытаний.</p> <p>Тема 3. Случайные величины и случайные векторы.</p> <p>Тема 4. Числовые характеристики случайных величин и случайных векторов.</p> <p>Тема 5. Предельные теоремы.</p> <p>Тема 6. Основные понятия математической статистики.</p> <p>Тема 7. Точечное оценивание.</p> <p>Тема 8. Проверка гипотез.</p> <p>Тема 9. Регрессия.</p>	(4)
2	ОПК-1	способен применять естественнонаучные и инженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального	<p>Тема 1. Основные понятия и теоремы теории вероятностей.</p> <p>Тема 2. Схема независимых испытаний.</p> <p>Тема 3. Случайные</p>	(4)

		исследования профессиональной деятельности;	<p>в величины и случайные векторы.</p> <p>Тема 4. Числовые характеристики случайных величин и случайных векторов.</p> <p>Тема 5. Предельные теоремы.</p> <p>Тема 6. Основные понятия математической статистики.</p> <p>Тема 7. Точечное оценивание.</p> <p>Тема 8. Проверка гипотез.</p> <p>Тема 9. Регрессия.</p>	
3	ОПК-4	способен понимать принципы работы современных информационных технологий и использовать их для решения задач профессиональной деятельности.	<p>Тема 1. Основные понятия и теоремы теории вероятностей.</p> <p>Тема 2. Схема независимых испытаний.</p> <p>Тема 3. Случайные величины и случайные векторы.</p> <p>Тема 4. Числовые характеристики случайных величин и случайных векторов.</p> <p>Тема 5. Предельные теоремы.</p> <p>Тема 6. Основные понятия математической статистики.</p> <p>Тема 7. Точечное оценивание.</p> <p>Тема 8. Проверка гипотез.</p> <p>Тема 9. Регрессия.</p>	(4)

**Показатели и критерии оценивания компетенций,
описание шкал оценивания**

№ п/п	Код контролируемой компетенции	Показатель оценивания (знания, умения, навыки)	Контролируемые темы учебной дисциплины	Наименование оценочного средства
1	УК-1	<p>знать: основные понятия и методы теории вероятностей и математической статистики, в части описания случайных явлений, числовых характеристик случайных величин и случайных векторов, методов статистического анализа и выводов.</p> <p>уметь: использовать методы теории вероятностей и математической статистики; использовать основные приёмы обработки экспериментальных данных; решать типовые задачи; обращаться к информационным системам (Интернет, справочная и другая математическая литература) для пополнения и уточнения математических знаний.</p> <p>владеть навыками: математическими понятиями и символами для выражения количественных и качественных отношений, математическими методами и алгоритмами в приложениях к техническим наукам.</p>	Тема 1, Тема 2, Тема 3, Тема 4, Тема 5, Тема 6, Тема 7, Тема 8, Тема 9	Фронтальные и индивидуальные опросы; контрольные работы; индивидуальные задания, промежуточная аттестация (экзамен)
2	ОПК-1	<p>знать: основные понятия и методы теории вероятностей и математической статистики, в части описания случайных явлений, числовых характеристик случайных величин и случайных векторов, методов статистического анализа и выводов.</p> <p>уметь: использовать методы теории вероятностей и</p>	Тема 1, Тема 2, Тема 3, Тема 4, Тема 5, Тема 6, Тема 7, Тема 8, Тема 9	Фронтальные и индивидуальные опросы; контрольные работы; индивидуальные задания, промежуточная аттестация (экзамен)

		<p>математической статистики; использовать основные приёмы обработки экспериментальных данных; решать типовые задачи; обращаться к информационным системам (Интернет, справочная и другая математическая литература) для пополнения и уточнения математических знаний.</p> <p>владеть навыками: математическими понятиями и символами для выражения количественных и качественных отношений, математическими методами и алгоритмами в приложениях к техническим наукам.</p>		
3	ОПК-4	<p>знать: основные понятия и методы теории вероятностей и математической статистики, в части описания случайных явлений, числовых характеристик случайных величин и случайных векторов, методов статистического анализа и выводов.</p> <p>уметь: использовать методы теории вероятностей и математической статистики; использовать основные приёмы обработки экспериментальных данных; решать типовые задачи; обращаться к информационным системам (Интернет, справочная и другая математическая литература) для пополнения и уточнения математических знаний.</p> <p>владеть навыками: математическими понятиями и символами для выражения количественных и качественных отношений, математическими методами и алгоритмами в приложениях к техническим наукам.</p>	Тема 1, Тема 2, Тема 3, Тема 4, Тема 5, Тема 6, Тема 7, Тема 8, Тема 9	Фронтальные и индивидуальные опросы; контрольные работы; индивидуальные задания, промежуточная аттестация (экзамен)

**Фонды оценочных средств по дисциплине
«Теория вероятностей и математическая статистика»**

Вопросы для фронтальных и индивидуальных опросов:

Тема 1. Основные понятия и теоремы теории вероятностей.

1. Элементы комбинаторики: перестановки, размещения, сочетания. Примеры.
2. Классическое определение вероятности, случайные события, элементарные исходы, свойства классической вероятности. Примеры.
3. Геометрическое определение вероятности события и условия его применимости. Пример.
4. Противоположные события. Соотношение между вероятностями противоположных событий (с выводом). Примеры.
5. Совместные и несовместные события. Теорема сложения вероятностей (с доказательством). Примеры.
6. Зависимые и независимые события. Теорема умножения вероятностей (с доказательством). Примеры.
7. Условная вероятность.
8. Формула полной вероятности и формула Байеса

Тема 2. Схема независимых испытаний.

9. Повторные независимые испытания. Формула Бернулли (с выводом). Примеры.
10. Локальная теорема Муавра-Лапласа, условия ее применимости. Свойства функции Гаусса $f(x)$. Пример.
11. Асимптотическая формула Пуассона и условия ее применимости. Пример.
12. Интегральная теорема Муавра-Лапласа и условия ее применимости. Функция Лапласа $\Phi(x)$ и ее свойства. Пример.
13. Следствия из интегральной теоремы Муавра-Лапласа (с выводом). Примеры.

Тема 3. Случайные величины и случайные векторы.

14. Понятие случайной величины и ее описание. Дискретная случайная величина и ее закон (ряд) распределения. Независимые случайные величины. Примеры.
15. Математические операции над дискретными случайными величинами и примеры построения законов распределения
16. Случайная величина, распределенная по биномиальному закону
17. Закон распределения Пуассона
18. Функция распределения случайной величины, ее определение, свойства и график.
19. Непрерывная случайная величина (НСВ). Вероятность отдельно взятого значения НСВ. Математическое ожидание и дисперсия НСВ.

20. Плотность вероятности непрерывной случайной величины, ее определение, свойства и график.
21. Определение нормального закона распределения. Теоретико-вероятностный смысл его параметров. Нормальная кривая и зависимость ее положения и формы от параметров.
22. Функция распределения нормально распределенной случайной величины и ее выражение через функцию Лапласа.
23. Формулы для определения вероятности: а) попадания нормально распределенной случайной величины в заданный интервал; б) ее отклонения от математического ожидания. Правило трех сигм.
24. Случайный вектор.
25. Ряд распределения двумерного случайного вектора.
26. Функция распределения случайного вектора, ее свойства.
27. Плотность распределения двумерного случайного вектора.

Тема 4. Числовые характеристики случайных величин и случайных векторов.

28. Математическое ожидание дискретной случайной величины и его свойства (с выводом). Примеры.
29. Дисперсия дискретной случайной величины и ее свойства (с выводом). Примеры.
30. Математическое ожидание и дисперсия непрерывной случайной величины.
31. Дисперсия суммы и разности случайных величин.
32. Ковариация двух случайных величин, ее свойства.
33. Коэффициент корреляции, его свойства.
34. Независимость случайных величин. Следствия независимости: некоррелируемость, дисперсия суммы и разности.

Тема 5. Предельные теоремы.

35. Лемма Чебышева (с выводом). Пример.
36. Неравенство Чебышева (с выводом) и его частные случаи для случайной величины, распределенной по биномиальному закону, и для частоты события.
37. Неравенство Чебышева для средней арифметической случайных величин (с выводом).
38. Теорема Чебышева (с доказательством), ее значение и следствие. Пример.
39. Закон больших чисел. Теорема Бернулли (с доказательством) и ее значение. Пример.
40. Центральная предельная теорема. Понятие о теореме Ляпунова и ее значение. Пример.

Тема 6. Основные понятия математической статистики.

41. Выборка. Группированные выборки.

42. Вариационный ряд, его разновидности.
43. Статистический ряд
44. Генеральная и выборочная совокупности. Принципы образования выборки. Собственно-случайная выборка с повторным и бесповторным отбором членов. Репрезентативная выборка. Основные задачи выборочного метода.
45. Выборочное среднее и выборочная дисперсия.
46. Выборочная ковариация.
47. Вычисление выборочных характеристик по группированной выборке.

Тема 7. Точечное оценивание.

48. Понятие об оценке параметров генеральной совокупности. Свойства оценок: несмещенность, состоятельность, эффективность.
49. Оценка генеральной доли по собственно-случайной выборке. Несмещенность и состоятельность выборочной доли.
50. Оценка генеральной средней по собственно-случайной выборке.
51. Несмещенность и состоятельность выборочной средней.
52. Оценка генеральной дисперсии по собственно-случайной выборке.
53. Смещенность и состоятельность выборочной дисперсии (без вывода).
54. Исправленная выборочная дисперсия.
55. Методы нахождения оценок. Метод моментов и метод максимального правдоподобия.
56. Свойства оценок максимального правдоподобия
57. Понятие об интервальном оценивании. Доверительная вероятность и доверительный интервал. Предельная ошибка выборки. Ошибки репрезентативности выборки (случайные и систематические).
58. Формула доверительной вероятности при оценке генеральной доли признака. Средняя квадратическая ошибка повторной и бесповторной выборок. Построение доверительного интервала для генеральной доли признака.
59. Формула доверительной вероятности при оценке генеральной средней.
60. Средняя квадратическая ошибка повторной и бесповторной выборок.
61. Построение доверительного интервала для генеральной средней.
62. Определение необходимого объема повторной и бесповторной выборок при оценке генеральной средней и доли.

Тема 8. Проверка гипотез.

63. Статистическая гипотеза и статистический критерий. Ошибки 1-го и 2-го рода. Уровень значимости и мощность критерия. Принцип практической уверенности.
64. Понятие о критериях согласия.
62. Критерий согласия χ^2 -Пирсона и схема его применения.
63. Проверка гипотезы о независимости.
64. Функциональная, статистическая и корреляционная зависимости.

Различия между ними. Основные задачи теории корреляции.

65. Лемма Неймана-Пирсона

Тема 9. Регрессия.

65. Линейная парная регрессия.

66. Метод наименьших квадратов. Система нормальных уравнений для определения параметров прямых регрессии.

67. Формулы для расчета коэффициентов регрессии.

68. Множественный коэффициент корреляции.

69. Коэффициент детерминации, его свойства и связь с коэффициентом корреляции.

70. Понятие о множественной регрессии.

Критерии и шкала оценивания по оценочному средству «фронтальный и индивидуальный опрос»

Шкала оценивания (интервал баллов)	Критерий оценивания
отлично (5)	Студент глубоко и в полном объеме владеет программным материалом. Грамотно, исчерпывающе и логично его излагает в устной или письменной форме. При этом знает рекомендованную литературу, проявляет творческий подход в ответах на вопросы и правильно обосновывает принятые решения, хорошо владеет умениями и навыками при выполнении практических задач.
хорошо (4)	Студент знает программный материал, грамотно и по сути излагает его в устной или письменной форме, допуская незначительные неточности в утверждениях, трактовках, определениях и категориях или незначительное количество ошибок. При этом владеет необходимыми умениями и навыками при выполнении практических задач.
удовлетворительно (3)	Студент знает только основной программный материал, допускает неточности, недостаточно четкие формулировки, непоследовательность в ответах, излагаемых в устной или письменной форме. При этом недостаточно владеет умениями и навыками при выполнении практических задач. Допускает до 30% ошибок в излагаемых ответах.
неудовлетворительно (2)	Студент не знает значительной части программного материала. При этом допускает принципиальные ошибки в доказательствах, в трактовке понятий и категорий, проявляет низкую культуру знаний, не владеет основными умениями и навыками при выполнении практических задач. Студент отказывается от ответов на дополнительные вопросы

Контрольные работы:

Типовой вариант контрольной работы №1.

Вариант 0

1. Для лечения некоторой хронической болезни применяются 5 лекарств a, b, c, d, e. Врач хочет провести сравнительное исследование трех из этих пяти лекарств. Три исследуемых лекарства врач отбирает из данных пяти случайным образом. Чему равна вероятность того, что: а) лекарство a будет исследовано? б) будут исследованы лекарства a и b? в) будет исследовано, по крайней мере, одно из лекарств a и b?
2. На отрезке $[0,1]$ наудачу ставят две точки. Пусть ξ и η - координаты этих точек. Рассматриваются следующие события:
 $A = \{\text{вторая точка ближе к левому концу отрезка, чем первая точка к правому}\}$; $B = \{\text{корни уравнения } x^2 + 2\xi x + \eta = 0 \text{ действительны}\}$; $C = \{\max\{\xi, \eta\} \leq 1/2\}$; $D = \{\min\{\xi, \eta\} \leq 1/2\}$.
Найти: $P(A \cap B)$, $P(A \setminus C)$, $P(B \setminus D)$.
3. Каждый из трех пассажиров с равной вероятностью может сесть в любой из 4 вагонов пассажирского поезда. Описать : а) пространство элементарных исходов распределения пассажиров по вагонам; б) событие A - "все трое попали в первый вагон"; в) событие B - "трое пассажиров попали в первые пять вагонов"; г) событие C - "трое пассажиров попали в разные вагоны"; д) событие D - "трое пассажиров попали в один вагон". Найдите вероятности событий A, B, C, D. Покажите, какие из этих событий являются попарно несовместными.
4. Для участия в студенческих отборочных соревнованиях выделено из первой группы 4 студента, из второй - 6, из третьей - 5 студентов. Вероятности того, что отобранный студент из первой, второй, третьей группы попадет в сборную института, равны соответственно 0,5; 0,4 и 0,3. Какова вероятность того, что наудачу взятый студент попадет в сборную? Если студент попал в сборную, то к какой из трех групп он вероятнее всего принадлежит?
5. а) фарфоровый завод отправил на базу 10000 доброкачественных изделий. Вероятность того, что в пути изделие повредится, равна 0,0001. Найти вероятность того, что на базу придут ровно 3 негодных изделия;
б) вероятность изготовления стандартной детали равна 0,9. Какова вероятность того, что среди 10 деталей окажется не более 1 нестандартной?
в) батарея дала 140 выстрелов по военному объекту, вероятность попадания в который равна 0,2. Найти наивероятнейшее число попаданий и его вероятность;
г) мастерская по гарантийному ремонту телевизоров обслуживает 2000 абонентов. Вероятность того, что купленный телевизор потребует гарантийного ремонта, равна 0,3. Найти границы числа телевизоров, которые потребуют гарантийного ремонта, если вероятность отклонения частоты

телевизоров, требующих ремонта, от теоретической вероятности, не превысит 0,9974.

Типовой вариант контрольной работы №2.

Вариант 0.

Дискретные случайные величины ξ_1, ξ_2 и ξ_3 имеют одинаковый закон распределения, описываемый рядом распределения

$\xi_i (i=1,2,3)$	0	1
p	1/2	1/2

Пусть $\eta_1 = \xi_1 + \xi_2$ и $\eta_2 = \xi_2 - \xi_3$. Построить ряд распределения случайного вектора (η_1, η_2) и выяснить, зависимы или нет случайные величины η_1 и η_2 .

Критерии и шкала оценивания по оценочному средству «контрольная работа»

Шкала оценивания (интервал баллов)	Критерий оценивания
5	Контрольная работа выполнена на высоком уровне (правильные ответы даны на 90-100% вопросов/задач)
4	Контрольная работа выполнена на среднем уровне (правильные ответы даны на 75-89% вопросов/задач)
3	Контрольная работа выполнена на низком уровне (правильные ответы даны на 50-74% вопросов/задач)
2	Контрольная работа выполнена на неудовлетворительном уровне (правильные ответы даны менее чем на 50%)

Варианты индивидуальных заданий:

Типовой вариант.

Задание 0.

1. Охотник, имеющий 5 патронов, стреляет в цель до первого попадания или пока не израсходует все патроны. Вероятность попадания при каждом выстреле равна 0,8. Составить закон распределения случайной величины X , представляющей число израсходованных патронов. Вычислить математическое ожидание и дисперсию, а также построить функцию распределения.
2. На шахматную доску ставят наудачу двух слонов, белого и черного. Какова вероятность того, что слоны побьют друг друга?

3. Случайная величина X задана интегральной функцией

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ x^2 & \text{при } 0 < x \leq 1, \\ 1 & \text{при } x > 1. \end{cases}$$

Найти вероятность того, что в результате четырех независимых испытаний величина X ровно три раза примет значение, принадлежащее интервалу $(0,25; 0,75)$.

4. Написать выборочное уравнение прямой линии регрессии Y на X по данным корреляционной таблицы

	4	8	12	16	20	24	
5	3	4	5				12
11		2	4	5			11
17			6	40	6		52
23				5	5		10
29				6	5	4	15
	3	6	15	56	16	4	100

Критерии и шкала оценивания по оценочному средству «индивидуальные задания»

Шкала оценивания (интервал баллов)	Критерий оценивания
Зачтено	Правильно решены 90-100% заданий
Не зачтено	Правильно решены менее 90% заданий

Оценочные средства для промежуточной аттестации (экзамен)

Типовой экзаменационный билет.

ЛУГАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМ. В.ДАЛЯ

Кафедра прикладной математики

БИЛЕТ 0

1. Элементы комбинаторики. Выборки с возвращением и без возвращения. Гипергеометрическое распределение.
2. Шкала секундомера имеет цену деления 0,2сек. Какова вероятность сделать по этому секундомеру отсчет времени с ошибкой более 0,05 сек., если отсчет делается с точностью до ближайшего целого деления?
3. Известен ряд распределения случайного вектора (ξ, η)

$\xi \backslash \eta$	-1	1
-2	1/16	1/16
-1	1/48	1/48
0	1/24	1/8
1	2/8	1/48
2	1/48	3/8

Построить ряд распределения случайного вектора с компонентами $x = \xi + \eta$ и $y = \xi \eta$.

Утверждено на заседании кафедры прикладной математики _____ Протокол _____

Заведующий кафедрой

Малый В.В.

Экзаменатор

Тарашанский М.Т.

Критерии и шкала оценивания по оценочному средству промежуточный контроль (экзамен)

Шкала оценивания	Характеристика знания предмета и ответов
отлично (5)	Студент глубоко и в полном объеме владеет программным материалом. Грамотно, исчерпывающе и логично его излагает в устной или письменной форме. При этом знает рекомендованную литературу, проявляет творческий подход в ответах на вопросы и правильно обосновывает принятые решения, хорошо владеет умениями и навыками при выполнении практических задач.
хорошо (4)	Студент знает программный материал, грамотно и по сути излагает его в устной или письменной форме, допуская незначительные неточности в утверждениях, трактовках, определениях и категориях или незначительное количество ошибок. При этом владеет необходимыми умениями и навыками

	при выполнении практических задач.
удовлетворительно (3)	Студент знает только основной программный материал, допускает неточности, недостаточно чёткие формулировки, непоследовательность в ответах, излагаемых в устной или письменной форме. При этом недостаточно владеет умениями и навыками при выполнении практических задач. Допускает до 30% ошибок в излагаемых ответах.
неудовлетворительно (2)	Студент не знает значительной части программного материала. При этом допускает принципиальные ошибки в доказательствах, в трактовке понятий и категорий, проявляет низкую культуру знаний, не владеет основными умениями и навыками при выполнении практических задач. Студент отказывается от ответов на дополнительные вопросы.

Лист изменений и дополнений

№ п/п	Виды дополнений и изменений	Дата и номер протокола заседания кафедры (кафедр), на котором были рассмотрены и одобрены изменения и дополнения	Подпись (с расшифровкой) заведующего кафедрой (заведующих кафедрами)

Экспертное заключение

Представленный фонд оценочных средств (далее – ФОС) по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика» соответствует требованиям ФГОС ВО.

Предлагаемые формы и средства текущего и промежуточного контроля адекватны целям и задачам реализации основной профессиональной образовательной программы по направлению подготовки 15.03.04 Автоматизация технологических процессов и производств.

Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины представлены в полном объеме.

Виды оценочных средств, включенные в представленный фонд, отвечают основным принципам формирования ФОС.

Разработанный и представленный для экспертизы фонд оценочных средств рекомендуется к использованию в процессе подготовки обучающихся по указанному направлению.

Председатель учебно-методической
комиссии факультета компьютерных
систем и информационных
технологий



Ветрова Н. Н.