

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ЛУГАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ИМЕНИ ВЛАДИМИРА ДАЛЯ»

Факультет компьютерных систем и информационных технологий

Кафедра прикладной математики



ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ  
по учебной дисциплине

«Методы оптимизации»

15.03.04 Автоматизация технологических процессов и производств

«Компьютерные и специализированные системы автоматизации  
производств»

Разработчик:

профессор

Семин Д.А.

ФОС рассмотрен и одобрен на заседании кафедры прикладной математики  
от 18 апреля 2023 г., протокол № 10

Заведующий кафедрой

Малый В. В.

Луганск 2023 г.

**Паспорт  
фонда оценочных средств по учебной дисциплине  
«Методы оптимизации»**

**Перечень компетенций (элементов компетенций),  
формируемых в результате освоения учебной дисциплины**

№ п/п	Код контролируемой компетенции	Формулировка контролируемой компетенции	Контролируемые темы учебной дисциплины, практики	Этапы формирования (семестр изучения)
1	УК-1	способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач;	Тема 1. Введение в оптимизацию  Тема 2. Методы линейного программирования  Тема 3. Методы выпуклого программирования  Тема 4. Методы условной оптимизации  Тема 5. Численные методы нелинейной оптимизации	(5)  (5)  (5)  (5)  (5)
2	ОПК-1	применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности;	Тема 1. Введение в оптимизацию  Тема 2. Методы линейного программирования  Тема 3. Методы выпуклого программирования  Тема 4. Методы условной оптимизации  Тема 5. Численные методы нелинейной оптимизации	(5)  (5)  (5)  (5)  (5)
3	ОПК-3	осуществлять профессиональную деятельность с учетом экономических, экологических,	Тема 1. Введение в оптимизацию  Тема 2. Методы линейного программирования	(5)  (5)

		социальных и других ограничений на всех этапах жизненного уровня;	Тема 3. Методы выпуклого программирования	(5)
			Тема 4. Методы условной оптимизации	(5)
			Тема 5. Численные методы нелинейной оптимизации	(5)
4	ОПК-7	способен применять современные экологичные и безопасные методы рационального использования сырьевых и энергетических ресурсов в машиностроении.	Тема 1. Введение в оптимизацию	(5)
			Тема 2. Методы линейного программирования	(5)
			Тема 3. Методы выпуклого программирования	(5)
			Тема 4. Методы условной оптимизации	(5)
			Тема 5. Численные методы нелинейной оптимизации	(5)

### **Показатели и критерии оценивания компетенций, описание шкал оценивания**

№ п/п	Код контролируемой компетенции	Показатель оценивания (знания, умения, навыки)	Контролируемые темы учебной дисциплины	Наименование оценочного средства
1.	УК-1, ОПК-1, ОПК-3, ОПК-7	знать: теоретические основы линейного и нелинейного программирования; симплекс-метод решения задач линейного программирования; метод множителей Лагранжа; методы выпуклого программирования; методы решения параметрических задач оптимизации; основные методы численной оптимизации одномерных и многомерных задач	Тема 1, Тема 2, Тема 3, Тема 4, Тема 5	Фронтальные и индивидуальные опросы; контрольные работы; индивидуальные задания; экзамен

	<p>математического программирования;</p> <p>уметь: строить оптимизационные математические модели; использовать методы оптимизации для решения прикладных задач математического программирования; использовать численные методы в пакетах прикладных программ для решения задач технических вычислений; обращаться к информационным системам (Интернет, справочная и другая математическая литература) для пополнения и уточнения математических знаний.</p> <p>владеть навыками: математическими понятиями и символами для выражения количественных и качественных отношений, методами оптимизации и алгоритмами в приложениях к техническим наукам.</p>		
--	--	--	--

## **Фонды оценочных средств по дисциплине «Методы оптимизации»**

### **Вопросы для фронтальных и индивидуальных опросов:**

*Семестр 5.*

*Тема 1. Введение в оптимизацию.*

1. В чем состоит математическая постановка экстремальной задачи?
2. По каким признакам классифицируются задачи математического программирования.
3. Сформулировать задачи линейного, нелинейного, квадратичного и дискретного программирования.
4. В каких случаях задача математического программирования не имеет определенного оптимального решения.
5. Определение многомерной функции. Построение вектора-градиента функции и матрицы вторых частных производных.
5. Дать определение локального и глобального экстремума.
6. Дать геометрическую интерпретацию задачи математического программирования.

*Тема 2. Методы линейного программирования.*

7. Сформулировать и привести пример задачи линейного программирования.
8. В чем заключается графоаналитический метод решения задачи линейного программирования?
9. Построить математическую модель задачи планирования оптимального ассортимента.
10. Построить математическую модель "диетической задачи".
11. Построить математическую модель транспортной задачи открытого и закрытого типа.
12. Какие существуют формы математической модели задачи линейного программирования и эквивалентные преобразования одной формы в другую.
13. Определить алгоритм метода Жордана-Гаусса решения системы линейных алгебраических уравнений.
14. Определить общее и базисное решения системы линейных алгебраических уравнений.
15. Привести пример преобразования однократного замещения.
16. Определение базисного решения и опорного плана в системе линейных алгебраических уравнений.
17. Что такое симплексное преобразование опорного плана. Привести пример.
18. Сформулировать основные шаги симплекс-метода.
19. Определить выпуклую комбинацию векторов в пространстве  $R^n$ .

20. Построить на примере симплекс-таблицу. Определить оценки оптимальности опорного плана.
21. В чем состоит признак оптимальности опорного плана в симплекс-таблице?
22. В чем состоит признак неоднозначности оптимального решения в симплекс-таблице?
23. В каком случае применяются искусственные базисные переменные (М-задача)?
24. В чем состоит признак пустой области допустимых решений в симплекс-таблице.
25. Дать геометрическую интерпретацию симплексных преобразований.
26. В чем заключается модифицированная форма метода Жордана-Гаусса?
27. Как построить двойственную задачу по отношению к исходной задаче линейного программирования?
28. Как связаны оптимальные решения взаимодвойственных задач линейного программирования?
29. Как определить пары переменных исходной и двойственной задач линейного программирования?
30. Как преобразуется симплекс-таблица для совместного решения взаимодвойственных задач двойственным симплекс-методом?
31. Чем отличается двойственный симплекс- метод от простого симплекс-метода?
32. В чем заключается признак пустой области допустимых решений в двойственном симплекс-методе?
33. Построить транспортную задачу в табличной форме с определением потенциалов строк и столбцов.
34. Как построить оценочную матрицу и выбрать цикл пересчета в транспортной задаче?
35. Как решить транспортную задачу открытого типа?
36. Как классифицировать параметрические задачи линейного программирования?
37. Как применить двойственный симплекс-метод к параметрическим задачам?
38. Как свести дробно-линейную задачу к задаче линейного программирования?

*Тема 3. Методы выпуклого программирования*

39. Какое пространство называется  $n$ -мерным евклидовым пространством?
40. Как определяется норма вектора и расстояние между векторами в евклидовом пространстве  $R^n$ ?
41. Как раскрывается определитель матрицы  $A$  порядка  $(n \times n)$ ?

42. Дать определение квадратичной формы симметрической матрицы  $A$  порядка  $(n \times n)$ ?

43. Дать определение унимодальной функции.

44. В чем состоит критерий Сильвестра положительной определенности квадратичной формы?

45. Что называется собственным вектором и собственным значением матрицы  $A$  порядка  $(n \times n)$ ?

46. Свойства вектор-градиента многомерной дифференцируемой функции?

47. Дать определение матрицы Гессе и показать ее связь со вторым полным дифференциалом функции  $f(x)$ .

48. Необходимые и достаточные условия экстремума функции  $f(x)$ ,  $x \in R^n$ .

49. Какая функция  $f(x)$ ,  $x \in R^n$  называется квадратичной и ее основные свойства?

*Тема 4. Методы условной оптимизации.*

50. На чем основаны необходимые и достаточные условия экстремума функции  $f(x)$ ,  $x \in R^n$ .

51. Как проверить достаточные условия экстремума функции  $f(x)$ ,  $x \in R^n$  с помощью матрицы Гессе, раскрывая ее диагональные миноры?

52. Как проверить достаточные условия экстремума функции  $f(x)$ ,  $x \in R^n$  с помощью собственных значений матрицы Гессе?

53. Что называется функцией Лагранжа задачи нелинейного программирования с ограничениями равенствами?

54. Условия Куна-Таккера для определения стационарных точек функции Лагранжа в задаче с ограничениями неравенствами.

55. Как использовать условие дополняющей нежесткости при исследовании системы условий Куна-Таккера?

56. Условия Куна-Таккера для определения стационарных точек функции Лагранжа в задаче со смешанными ограничениями.

57. Как использовать полный дифференциал функции Лагранжа для исследования достаточных условий экстремума в задаче со смешанными ограничениями?

*Тема 5. Численные методы нелинейной оптимизации.*

58. Дать определение унимодальной функции  $f(x)$ ,  $x \in R$ .

59. В чем заключается эвристический алгоритм Свенна для выбора интервала неопределенность для функции  $f(x)$ ,  $x \in R$ ?

60. Дать классификацию и общую характеристику одномерным численным методам оптимизации.

61. Как оценить погрешность точки минимума  $x^*$  функции  $f(x)$ ,  $x \in R$  в численном методе равномерного поиска?
62. Показать принцип метода деления отрезка пополам на примере одной итерации для функции  $f(x)$ ,  $x \in R$ .
63. В чем принципиальное отличие метода деления отрезка и метода дихотомии для функции  $f(x)$ ,  $x \in R$ ?
64. На чем основан алгоритм метода золотого сечения для функции  $f(x)$ ,  $x \in R$ ?
65. На чем основан метод квадратичной аппроксимации Пауэлла для поиска точки минимума  $x^*$  функции  $f(x)$ ,  $x \in R$ ?
66. На каком принципе основан метод средней точки, как метод первого порядка, для  $f(x)$ ,  $x \in R$ ?
67. Выполнить одну итерацию методом Ньютона для функции  $f(x) = x^2 - 8x + 12$  при  $x_0 = 2$ .
68. Пояснить общие принципы построения численных методов для функции
69. Дать классификацию и общую характеристику численным методам оптимизации для функции  $f(x)$ ,  $x \in R^n$ .
70. На чем основан метод деформируемого многогранника для функции  $f(x)$ ,  $x \in R^n$ .
71. Пояснить и привести пример сопряженных направлений относительно матрицы Гессе  $H$  порядка ( $n \times n$ ).
72. Каковы принципы построения методов первого порядка для функции  $f(x)$ ,  $x \in R^n$ ?
73. Как определяется направление поиска минимума в методе Ньютона для функции  $f(x)$ ,  $x \in R^n$ ?
74. В чем заключается особенность построения квазиньютоновского метода ДФП для минимизации функции  $f(x)$ ,  $x \in R^n$ ?

**Критерии и шкала оценивания по оценочному средству «фронтальный и индивидуальный опрос»**

Шкала оценивания	Критерий оценивания
отлично (5)	Студент глубоко и в полном объёме владеет программным материалом. Грамотно, исчерпывающе и логично его излагает в устной или письменной форме. При этом знает рекомендованную литературу, проявляет творческий подход в ответах на вопросы и правильно обосновывает принятые решения, хорошо владеет умениями и навыками при выполнении практических задач.
хорошо (4)	Студент знает программный материал, грамотно и по сути излагает его в устной или письменной форме, допуская

	незначительные неточности в утверждениях, трактовках, определениях и категориях или незначительное количество ошибок. При этом владеет необходимыми умениями и навыками при выполнении практических задач.
удовлетворительно (3)	Студент знает только основной программный материал, допускает неточности, недостаточно чёткие формулировки, непоследовательность в ответах, излагаемых в устной или письменной форме. При этом недостаточно владеет умениями и навыками при выполнении практических задач. Допускает до 30% ошибок в излагаемых ответах.
неудовлетворительно (2)	Студент не знает значительной части программного материала. При этом допускает принципиальные ошибки в доказательствах, в трактовке понятий и категорий, проявляет низкую культуру знаний, не владеет основными умениями и навыками при выполнении практических задач. Студент отказывается от ответов на дополнительные вопросы

## Контрольные работы:

*Типовые варианты контрольных работ*

*Контрольная работа*

*Семестр 5.*

*Тема 2. Методы линейного программирования (Общая задача линейного программирования, двойственный симплекс-метод)*

*Оценка: задача 1 (2 балла – полное решение);*

*задача 2 (3 балла – полное решение).*

### Вариант № 1

#### Задача 1

Найти решение исходной задачи, используя решение, определенное графическим методом, двойственной задачи и утверждение теоремы 3 (о дополнительной нежесткости):

$$f(x) = 2x_1 + 2x_2 + 13x_3 - 6x_4 \rightarrow \min;$$

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 + x_4 \leq -10, \\ -x_1 + x_2 - x_3 + x_4 \leq -4, \\ x_j \geq 0, \quad j = 1, \dots, 4. \end{cases}$$

#### Задача 2

Решить исходную задачу двойственным симплекс-методом в модифицированной форме и определить решение двойственной задачи,

используя теорему о соответствии между переменными взаимодейственных задач:

$$f(x) = 5x_1 + 4x_2 \rightarrow \max;$$

$$\begin{cases} -x_1 + x_2 \geq 4, \\ x_1 + x_2 \geq 6, \\ x_1 + x_2 \leq 10, \\ x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0. \end{cases}$$

**Критерии и шкала оценивания по оценочному средству «контрольная работа»**

Шкала оценивания	Критерий оценивания
5	Контрольная работа выполнена на высоком уровне (правильные ответы даны на 90-100% вопросов/задач)
4	Контрольная работа выполнена на среднем уровне (правильные ответы даны на 75-89% вопросов/задач)
3	Контрольная работа выполнена на низком уровне (правильные ответы даны на 50-74% вопросов/задач)
2	Контрольная работа выполнена на неудовлетворительном уровне (правильные ответы даны менее чем на 50%)

### **Варианты индивидуальных заданий:**

*Семестр 5.*

#### **Вариант 1.**

##### **Задача 1.**

Используя необходимые и достаточные условия экстремума определить наличие стационарной точки и ее тип следующей функции:

$$f(x) = 2x_1^2 + 2x_2^2 + 3x_3^2 + x_1x_2 + x_2x_3 + 2x_1x_3 - 10x_1 - 15x_2 - 8x_3$$

в евклидовом пространстве  $R^3$ .

##### **Задача 2.**

Используя метод исключения переменных и геометрические построения, найти решение следующей задачи линейной оптимизации:

$$f(x) = 10x_2 - 3x_3 \rightarrow \max,$$

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 15 \\ 2x_1 + 5x_2 - 2x_3 \leq 0 \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 = -3 \\ x_2 \geq 0, \quad x_3 \geq 0. \end{cases}$$

**Задача 3.**

Решить симплекс-методом. Построить решение графическим методом и сравнить с решением симплекс-методом.

$$f(\mathbf{x}) = 10x_1 + 12x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 4x_1 + 7x_2 \leq 30 \\ 3x_1 + 5x_2 \geq 12 \\ -2x_1 + 2x_2 \leq 5 \\ x_2 \geq 0, \quad x_3 \geq 0. \end{cases}$$

**Задача 4.**

Решить транспортную задачу методом потенциалов. Для построения исходного опорного плана использовать правило минимальной стоимости. Дано:

запасы  $a_1 = 150; a_2 = 120; a_3 = 100;$

потребности  $b_1 = 120; b_2 = 180; b_3 = 110; b_4 = 100.$

Тарифы перевозок единицы груза  $c_{ij}$  заданы следующей таблицей (матрицей):

$$C = \begin{pmatrix} 11 & 3 & 4 & 10 \\ 7 & 5 & 8 & 9 \\ 3 & 4 & 6 & 2 \end{pmatrix}.$$

**Задача 5.**

Двойственным симплекс-методом определить текущие допустимые решения и оптимальное решение исходной и двойственной задач линейного программирования.

Математическая модель имеет вид:

$$f(\mathbf{x}) = 4x_1 + 9x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} -3x_1 + 4x_2 \geq 8 \\ 3x_1 - 2x_2 \geq 6 \\ -2x_1 - 3x_2 \geq -48 \\ x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0. \end{cases}$$

**Задача 6.**

Используя двойственный симплекс-метод, найти оптимальное решение параметрической задачи линейного программирования.

Проанализировать решения на концах интервалов параметра  $t$ .

Математической модели имеет вид:

$$f(\mathbf{x}, t) = (6-t)x_1 + (-4+t)x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 \geq (6+t) \\ 2x_1 + 3x_2 \leq (36-t) \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0 \\ t \in [-40; 40].$$

Критерии и шкала оценивания по оценочному средству  
«индивидуальные задания»

Шкала оценивания (интервал баллов)	Критерий оценивания
Зачтено	Правильно решены 90-100% заданий
Не засчитано	Правильно решены менее 90% заданий

# **Оценочные средства для промежуточной аттестации (экзамен)**

*Типовые экзаменационные билеты*

*Билеты. Семестр 5.*

**Билет № 1**

1. Определение вектора-градиента многомерной функции. Основные свойства вектора-градиента. Привести пример. 2 балла
2. Используя метод исключения переменных и геометрические построения, найти решение следующей задачи линейного программирования: 3 балла

$$f(\mathbf{x}) = 10x_2 - 3x_3 \rightarrow \max,$$
$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 15 \\ 2x_1 + 5x_2 - 2x_3 \leq 0 \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 = -3 \\ x_2 \geq 0, \quad x_3 \geq 0. \end{cases}$$

**Билет № 2**

1. Понятие локального и глобального экстремума функции одной переменной. Привести примеры 2 балла
2. Решить графическим методом. Изменить параметры целевой функции для получения неоднозначного максимума. 3 балла

$$f(\mathbf{x}) = 10x_1 + 12x_2 \rightarrow \max,$$
$$\begin{cases} 4x_1 + 7x_2 \leq 30 \\ 3x_1 + 5x_2 \geq 12 \\ -2x_1 + 2x_2 \leq 5 \\ x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0. \end{cases}$$

**Критерии и шкала оценивания по оценочному средству  
промежуточный контроль (экзамен)**

Шкала оценивания	Критерий оценивания
отлично (5)	Студент глубоко и в полном объёме владеет программным материалом. Грамотно, исчерпывающе и логично его излагает в устной или письменной форме. При этом знает рекомендованную литературу, проявляет творческий подход в ответах на вопросы и правильно обосновывает принятые решения, хорошо владеет умениями и навыками при выполнении практических задач.
хорошо (4)	Студент знает программный материал, грамотно и по сути излагает его в устной или письменной форме, допуская незначительные неточности в утверждениях, трактовках, определениях и категориях или незначительное количество ошибок. При этом владеет необходимыми умениями и навыками при выполнении практических задач.
удовлетворительно (3)	Студент знает только основной программный материал, допускает неточности, недостаточно чёткие формулировки, непоследовательность в ответах, излагаемых в устной или письменной форме. При этом недостаточно владеет умениями и навыками при выполнении практических задач. Допускает до 30% ошибок в излагаемых ответах.
неудовлетворительно (2)	Студент не знает значительной части программного материала. При этом допускает принципиальные ошибки в доказательствах, в трактовке понятий и категорий, проявляет низкую культуру знаний, не владеет основными умениями и навыками при выполнении практических задач. Студент отказывается от ответов на дополнительные вопросы

## Лист изменений и дополнений

№ п/п	Виды дополнений и изменений	Дата и номер протокола заседания кафедры (кафедр), на котором были рассмотрены и одобрены изменения и дополнения	Подпись (с расшифровкой) заведующего кафедрой (заведующих кафедрами)

## **Экспертное заключение**

Представленный фонд оценочных средств (далее – ФОС) по дисциплине «Методы оптимизации» соответствует требованиям ФГОС ВО.

Предлагаемые формы и средства текущего и промежуточного контроля адекватны целям и задачам реализации основной профессиональной образовательной программы по направлению подготовки 15.03.04 Автоматизация технологических процессов и производств.

Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины представлены в полном объеме.

Виды оценочных средств, включенные в представленный фонд, отвечают основным принципам формирования ФОС.

Разработанный и представленный для экспертизы фонд оценочных средств рекомендуется к использованию в процессе подготовки обучающихся по указанному направлению.

Председатель учебно-методической комиссии факультета компьютерных систем и информационных технологий

Ветрова Н. Н.