

**Комплект оценочных материалов по дисциплине
«Теория вероятностей и математическая статистика»**

Задания закрытого типа

Задания закрытого типа на выбор правильного ответа

1. Выберите один правильный ответ

1. В партии из 10 деталей имеется 6 бракованных. На удачу отобраны три детали. Вероятность того, что среди отобранных деталей – две бракованные, равна:

А) 0

Б) $1/35$

В) $1/2$

Г) 1

Правильный ответ: В

Компетенции (индикаторы): УК-1 (УК-1.1, УК-1.2), ОПК-1 (ОПК-1.1, ОПК-1.2)

2. Выберите один правильный ответ

Игральная кость бросается один раз. Вероятность того, что число очков, выпавших на верхней грани, будет больше трех, равна:

А) $1/2$

Б) 0

В) $1/6$

Г) 1

Правильный ответ: А

Компетенции (индикаторы): УК-1 (УК-1.1, УК-1.2), ОПК-1 (ОПК-1.1, ОПК-1.2)

3. Выберите один правильный ответ

Игральная кость бросается два раза. Тогда вероятность того, что сумма выпавших очков – 10, равна

А) 1

Б) 0

В) $1/6$

Г) $1/12$

Правильный ответ: Г

Компетенции (индикаторы): УК-1 (УК-1.1, УК-1.2), ОПК-1 (ОПК-1.1, ОПК-1.2)

4. Выберите один правильный ответ

Из урны, в которой лежат 7 белых и 13 черных шаров, на удачу по одному извлекают два шара без возвращения. Тогда вероятность того, что оба шара будут белыми, равна

- А) 1
- Б) 0
- В) $21/190$
- Г) $1/2$

Правильный ответ: В

Компетенции (индикаторы): УК-1 (УК-1.1, УК-1.2), ОПК-1 (ОПК-1.1, ОПК-1.2)

Задания закрытого типа на установление соответствия

1. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

1)	Известно, что $P(A = \{\text{сдать экзамен}\}) = 0,5$, а $P(B = \{\text{попасть под дождь}\}) = 0,1$. Чему будет равна вероятность события $A + B$?	А)	0,55
2)	Известно, что $P(A = \{\text{сдать экзамен 1 студент}\}) = 0,4$, а $P(B = \{\text{сдать экзамен 2 студент}\}) = 0,6$. Чему будет равна вероятность события $A + B$?	Б)	0,76
3)	Известно, что $P(A = \{\text{на первом кубике выпала 6}\}) = 1/6$, а $P(B = \{\text{на втором кубике выпала 6}\}) = 1/6$. Чему будет равна вероятность события $A + B$?	В)	$11/36$
4)	Известно, что $P(A = \{\text{на первой монете выпал "герб"}\}) = 1/2$, а $P(B = \{\text{на второй монете выпал "герб"}\}) = 1/2$. Чему будет равна вероятность события $A + B$?	Г)	0,75

Правильный ответ:

1	2	3	4
А	Г	В	Б

Компетенции (индикаторы): УК-1 (УК-1.1, УК-1.2), ОПК-1 (ОПК-1.1, ОПК-1.2)

2. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

	Функция		Разложение в ряд Маклорена
1)	Брошены 2 монеты. Найти вероятность выпадения двух гербов	А)	$\frac{1}{2}$

2)	Брошены 2 монеты. Найти вероятность выпадения одного герба и одной решки	Б)	$\frac{1}{4}$
3)	Брошены 3 монеты. Найти вероятность выпадения трех гербов	В)	$\frac{1}{8}$
4)	Брошены 3 монеты. Найти вероятность выпадения одного герба и двух решек	Г)	$\frac{3}{8}$

Правильный ответ:

1	2	3	4
Б	А	В	Г

Компетенции (индикаторы): УК-1 (УК-1.1, УК-1.2), ОПК-1 (ОПК-1.1, ОПК-1.2)

3. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

1)	Вероятность того, что новая шариковая ручка пишет плохо (или не пишет), равна 0,19. Покупатель в магазине выбирает одну такую ручку. Найдите вероятность того, что эта ручка пишет хорошо.	А)	0,81
2)	Вероятность того, что в случайный момент времени температура тела здорового человека окажется ниже 36,8°C равна 0,87. Найдите вероятность того, что в случайный момент времени у здорового человека температура тела окажется 36,8°C или выше.	Б)	0,13
3)	При изготовлении подшипников диаметром 67 мм вероятность того, что диаметр будет отличаться от заданного не больше, чем на 0,01 мм, равна 0,965. Найдите вероятность того, что случайный подшипник будет иметь диаметр меньше чем 66,99 мм или больше чем 67,01 мм.	В)	0,69
4)	Для успешного прохождения вступительного испытания абитуриенту необходимо набрать 40 баллов. Вероятность того, что абитуриент на вступительном экзамене наберет меньше 40 баллов, равна 0,31. Найдите вероятность того, что абитуриент станет студентом.	Г)	0,035

Правильный ответ:

1	2	3	4
А	Б	Г	В

Компетенции (индикаторы): УК-1 (УК-1.1, УК-1.2), ОПК-1 (ОПК-1.1, ОПК-1.2)

4. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

1)	События, появление одного из которых исключает появление остальных в одном и том же испытании, называются	А)	независимыми
2)	Если наступление одного из события не изменяет вероятность наступления другого события, то такие события называются	Б)	условной вероятностью
3)	Вероятность события при условии, что другое событие уже произошло называется	В)	случайным событием
4)	Результат эксперимента, наблюдения или опыта, который при реализации определенного комплекса условий может произойти, а может не произойти называется	Г)	несовместными

Правильный ответ:

1	2	3	4
Г	А	Б	В

Компетенции (индикаторы): УК-1 (УК-1.1, УК-1.2), ОПК-1 (ОПК-1.1, ОПК-1.2)

Задания закрытого типа на установление правильной последовательности

1. Расположите случайные величины X в порядке возрастания их математического ожидания:

Дискретная случайная величина X задана законом распределения вероятностей:

А)

x	0	1	2
P	0,6	0,3	0,1

Б)

x	0	1	2
P	0,5	0,1	0,4

В)

x	0	1	2
P	0,1	0,1	0,8

Г)

x	0	1	2
P	0,7	0,2	0,1

Правильный ответ: Г, А, Б, В

Компетенции (индикаторы): УК-1 (УК-1.1, УК-1.2), ОПК-1 (ОПК-1.1, ОПК-1.2)

2. Расположите случайные величины X в порядке возрастания их дисперсии:

Дискретная случайная величина X задана законом распределения вероятностей:

А)

x	0	1	2
P	0,6	0,3	0,1

Б)

x	0	1	2
P	0,5	0,1	0,4

В)

x	0	1	2
P	0,1	0,1	0,8

Г)

x	0	1	2
P	0,7	0,2	0,1

Правильный ответ: В, Г, А, Б

Компетенции (индикаторы): УК-1 (УК-1.1, УК-1.2), ОПК-1 (ОПК-1.1, ОПК-1.2)

3. Расположите случайные величины X в порядке возрастания их математического ожидания:

Непрерывная случайная величина X задана функцией плотности распределения вероятностей:

$$A) f(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x < -1 \\ 1/2, & \text{если } -1 \leq x \leq +1 \\ 0, & \text{если } x > +1 \end{cases}$$

$$B) f(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x < -1 \\ 1/4, & \text{если } -1 \leq x \leq +3 \\ 0, & \text{если } x > +3 \end{cases}$$

$$B) f(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x < -2 \\ 1/8, & \text{если } -2 \leq x \leq +6 \\ 0, & \text{если } x > +6 \end{cases}$$

$$\Gamma) f(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x < -1 \\ 1/3, & \text{если } -1 \leq x \leq +2 \\ 0, & \text{если } x > +2 \end{cases}$$

Правильный ответ: А, Г, Б, В

Компетенции (индикаторы): УК-1 (УК-1.1, УК-1.2), ОПК-1 (ОПК-1.1, ОПК-1.2)

4. Расположите случайные величины X в порядке возрастания их дисперсии:

Непрерывная случайная величина X задана функцией плотности распределения вероятностей:

$$А) f(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x < -1 \\ 1/2, & \text{если } -1 \leq x \leq +1 \\ 0, & \text{если } x > +1 \end{cases}$$

$$Б) f(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x < -1 \\ 1/4, & \text{если } -1 \leq x \leq +3 \\ 0, & \text{если } x > +3 \end{cases}$$

$$В) f(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x < -2 \\ 1/8, & \text{если } -2 \leq x \leq +6 \\ 0, & \text{если } x > +6 \end{cases}$$

$$\Gamma) f(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x < -1 \\ 1/3, & \text{если } -1 \leq x \leq +2 \\ 0, & \text{если } x > +2 \end{cases}$$

Правильный ответ: А, Г, Б, В

Компетенции (индикаторы): УК-1 (УК-1.1, УК-1.2), ОПК-1 (ОПК-1.1, ОПК-1.2)

Задания открытого типа

Задания открытого типа на дополнение

1. Напишите пропущенное слово (словосочетание).

_____ случайной величины называется ее наиболее вероятное значение, для которого вероятность p_i или плотность вероятности $f(x)$ достигает максимума.

Правильный ответ: модой.

Компетенции (индикаторы): УК-1 (УК-1.1, УК-1.2), ОПК-1 (ОПК-1.1, ОПК-1.2)

2. Напишите пропущенное слово (словосочетание).

_____ случайной величины X называют число Me , такое, что $P(X < Me) = P(X > Me) = 1/2$.

Правильный ответ: медианой.

Компетенции (индикаторы): УК-1 (УК-1.1, УК-1.2), ОПК-1 (ОПК-1.1, ОПК-1.2)

3. Напишите пропущенное слово (словосочетание).

Для расчёта регрессионных коэффициентов, входящих в уравнение регрессии, при выполнении регрессионного анализа используется метод _____:

Правильный ответ: наименьших квадратов.

Компетенции (индикаторы): УК-1 (УК-1.1, УК-1.2), ОПК-1 (ОПК-1.1, ОПК-1.2)

4. Напишите пропущенное слово (словосочетание).

Последовательность чисел x_1, \dots, x_n , удовлетворяющих условию $x_{(1)} \leq x_{(2)} \leq \dots \leq x_{(n)}$, где $x_{(1)}$ – наименьший из элементов выборки, а $x_{(n)}$ – наибольший из элементов выборки, называют _____ выборки.

Правильный ответ: вариационным рядом.

Компетенции (индикаторы): УК-1 (УК-1.1, УК-1.2), ОПК-1 (ОПК-1.1, ОПК-1.2)

5. Напишите пропущенное слово (словосочетание).

Коэффициент _____ позволяет оценить долю вариации переменной Y , обусловленной вариацией переменной X , когда имеет место регрессия Y по X .

Правильный ответ: детерминации.

Компетенции (индикаторы): УК-1 (УК-1.1, УК-1.2), ОПК-1 (ОПК-1.1, ОПК-1.2)

Задания открытого типа с кратким свободным ответом

1. Непрерывная случайная величина X распределена равномерно на интервале от 1 до 10. Какова вероятность, что случайная величина примет значение равное 5? (*Ответ запишите в виде числа*)

Правильный ответ: 0.

Компетенции (индикаторы): УК-1 (УК-1.1, УК-1.2), ОПК-1 (ОПК-1.1, ОПК-1.2)

2. Какая доля значений нормально распределенной генеральной совокупности заключена в пределах трех стандартных отклонений от среднего? (*Ответ запишите в процентах*)

Правильный ответ: 99,7%.

Компетенции (индикаторы): УК-1 (УК-1.1, УК-1.2), ОПК-1 (ОПК-1.1, ОПК-1.2)

3. X и Y – независимы. $D(X) = 5$, $D(Y) = 2$. Используя свойства дисперсии, найдите $D(2X + 3Y)$ (Ответ запишите в виде числа)

Правильный ответ: 38.

Компетенции (индикаторы): УК-1 (УК-1.1, УК-1.2), ОПК-1 (ОПК-1.1, ОПК-1.2)

4. $M(X) = 5$, $M(Y) = 2$. Используя свойства математического ожидания, найдите $M(2X - 3Y)$ (Ответ запишите в виде числа)

Правильный ответ: 4.

Компетенции (индикаторы): УК-1 (УК-1.1, УК-1.2), ОПК-1 (ОПК-1.1, ОПК-1.2)

5. В пирамиде 5 винтовок, 3 из которых снабжены оптическим прицелом. Вероятность попадания для стрелка при выстреле из винтовки с оптическим прицелом равна 0,95, из обычной винтовки – 0,7. Стрелок наудачу берет винтовку и стреляет. Найти вероятность того, что мишень будет поражена. (Ответ запишите в виде числа)

Правильный ответ: 0,85.

Компетенции (индикаторы): УК-1 (УК-1.1, УК-1.2), ОПК-1 (ОПК-1.1, ОПК-1.2)

Задания открытого типа с развернутым ответом

1. Решить задачу, используя методы теории вероятностей:

Автомобиль должен проехать по улице, на которой установлено $n = 4$ светофора, дающих независимо друг от друга зеленый сигнал в течение $t_1 = 1,55$ минут, желтый – в течение $t_2 = 0,35$ минут, красный – в течение $t_3 = 1,20$ минут. Требуется

1) найти закон распределения случайной величины X – числа остановок автомобиля на улице;

2) найти математическое ожидание и дисперсию величины X ;

3) каково среднее число остановок автомобиля на этом пути?

Привести расширенное решение.

Время выполнения – 30 мин.

Ожидаемый результат:

1. Время, в течение которого светофор разрешает проезд (зеленый свет), равно

$$t_1 = t_2 + t_3$$

Следовательно, вероятность того, что светофор пропустит или содержит машину, одна и та же

$$p = \frac{t_2 + t_3}{t_1 + t_2 + t_3} = \frac{1}{2}$$

Случайная величина X может принимать значения $0, 1, 2, 3, 4$, соответственно с вероятностями, которые находятся по формуле Бернулли

$$P(X = 0) = C_4^0 p^0 q^4 = \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{16}$$

$$P(X = 1) = C_4^1 p^1 q^3 = 4 \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{4}{16}$$

$$P(X = 2) = C_4^2 p^2 q^2 = 6 \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{6}{16}$$

$$P(X = 3) = C_4^3 p^3 q^1 = 4 \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{4}{16}$$

$$P(X = 4) = C_4^4 p^4 q^0 = \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{16}$$

Закон распределения случайной величины X :

X	0	1	2	3	4
p	1/16	4/16	6/16	4/16	1/16

2. Математическое ожидание и дисперсия дискретной случайной величины X :

$$M(X) = 0 \cdot \frac{1}{16} + 1 \cdot \frac{4}{16} + 2 \cdot \frac{6}{16} + 3 \cdot \frac{4}{16} + 4 \cdot \frac{1}{16} = 2$$

$$D(X) = M(X^2) - M^2(X) = 0^2 \cdot \frac{1}{16} + 1^2 \cdot \frac{4}{16} + 2^2 \cdot \frac{6}{16} + 3^2 \cdot \frac{4}{16} + 4^2 \cdot \frac{1}{16} - 2^2 = 1$$

3. Среднее число остановок автомобиля: 2.

Ответ: Среднее (ожидаемое) число остановок автомобиля: 2.

Критерии оценивания:

- нахождение закона распределения случайной величины X ;
- нахождение математического ожидания и дисперсии величины X ;
- нахождение среднего числа остановок автомобиля.

Компетенции (индикаторы): УК-1 (УК-1.1, УК-1.2), ОПК-1 (ОПК-1.1, ОПК-1.2)

2. Решить задачу, используя методы математической статистики:

Компания контролирует 6 фабрик, выпускающих однородную продукцию. В таблице приведены данные о производительности труда y_i (тысяч изделий в год на одного работающего) и энерговооруженности фабрики x_i (тыс. квт. ч. в год на одного работающего) $i = \overline{1, 6}$. Составить уравнение прямых регрессии, вычислить r_b , найти среднюю производительность труда $\overline{y_x}$, если $x = 2,8$.

x_i	2	2,5	3	3,4	3,6	4
y_i	1,9	2	2,6	3	3,5	4

Привести расширенное решение.

Время выполнения – 60 мин.

Ожидаемый результат:

1. Расчетная таблица

i	x_i	y_i	x_i^2	y_i^2	$x_i y_i$
1	2	1,9	4	3,61	3,8
2	2,5	2	6,25	4	5
3	3	2,6	9	6,76	5,2
4	3,4	3	11,56	9	10,2
5	3,6	3,5	12,96	12,25	12,6
6	4	4	16	16	16
Σ	18,5	17	59,77	51,62	55,4

2. Так как данные не сгруппированы

$$\begin{aligned}\bar{x}_B &= \frac{\sum x_i}{n} = \frac{18,5}{6} = 3,08 \\ \overline{x^2} &= \frac{\sum x^2}{n} = \frac{59,77}{6} = 9,96 \\ \sigma_B^2(x) &= \overline{x^2} - (\bar{x}_B)^2 = 9,96 - 3,08^2 = 0,47 \\ \sigma_B(x) &= \sqrt{0,47} = 0,69 \\ \bar{y}_B &= \frac{\sum y_i}{n} = \frac{17}{6} = 2,83 \\ \overline{y^2} &= \frac{\sum y^2}{n} = \frac{51,62}{6} = 8,6 \\ \sigma_B^2(y) &= \overline{y^2} - (\bar{y}_B)^2 = 8,6 - 2,83^2 = 0,59 \\ \sigma_B(y) &= \sqrt{0,59} = 0,77\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\overline{xy} &= \frac{\sum x_i y_i}{n} = \frac{55,4}{6} = 9,23 \\ r_B &= \frac{\overline{xy} - \bar{x}_B \bar{y}_B}{\sigma_B(x) \sigma_B(y)} = \frac{9,23 - 3,08 \cdot 2,83}{0,69 \cdot 0,77} = 0,97\end{aligned}$$

Уравнение прямой регрессии Y на X :

$$\begin{aligned}\bar{y}_x - \bar{y}_B &= r_B \frac{\sigma_B(y)}{\sigma_B(x)} (x - \bar{x}_B) \\ \bar{y}_x - 2,83 &= 0,97 \frac{0,77}{0,69} (x - 3,08) \\ \bar{y}_x &= 1,08x - 0,5\end{aligned}$$

Уравнение прямой регрессии X на Y :

$$\begin{aligned}\bar{x}_y - \bar{x}_B &= r_B \frac{\sigma_B(x)}{\sigma_B(y)} (y - \bar{y}_B) \\ \bar{x}_y &= 0,8y + 0,81\end{aligned}$$

3. Коэффициент корреляции $r_B = 0,97$ достаточно близок к единице. Следовательно, между X и Y существует весьма высокая связь.

4. Средняя производительность труда \bar{y}_x , если $x = 2,8$

$$\bar{y}_x = 1,08 \cdot 2,8 - 0,5 = 2,52$$

Ответ: Средняя производительность труда $\bar{y}_x = 2,52$,

Критерии оценивания:

- составить расчетную таблицу;
- найти общее решение полученного дифференциального уравнения;
- составить уравнение прямых регрессии
- вычислить коэффициент корреляции;
- вычислить среднюю производительность труда.

Компетенции (индикаторы): УК-1 (УК-1.1, УК-1.2), ОПК-1 (ОПК-1.1, ОПК-1.2)

Экспертное заключение

Представленный комплект оценочных материалов по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика» соответствует требованиям ФГОС ВО.

Предлагаемые оценочные материалы адекватны целям и задачам реализации основной профессиональной образовательной программы по направлению подготовки 15.03.06 Мехатроника и робототехника.

Виды оценочных средств, включенные в представленный фонд, отвечают основным принципам формирования ФОС.

Разработанные и представленные для экспертизы оценочные материалы рекомендуются к использованию в процессе подготовки обучающихся по указанному направлению.

Председатель учебно-методической комиссии
института компьютерных систем и
информационных технологий



Ветрова Н. Н.

Лист изменений и дополнений

№ п/п	Виды дополнений и изменений	Дата и номер протокола заседания кафедры (кафедр), на котором были рассмотрены и одобрены изменения и дополнения	Подпись (с расшифровкой) заведующего кафедрой (заведующих кафедрами)
1.	Дополнен комплектом оценочных материалов	протокол заседания кафедры прикладной математики № <u>8</u> от <u>24.02.2025</u>	 В.В. Малый