

**Комплект оценочных материалов по дисциплине  
«Математика»**

**Задания закрытого типа**

**Задания закрытого типа на выбор правильного ответа**

1. Выберите один правильный ответ

Вычислить определитель:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix}$$

А)  $-2$

Б)  $0$

В)  $-5$

Г)  $3$

Правильный ответ: А

Компетенции (индикаторы): ОПК-1 (ОПК-1.1, ОПК-1.3)

2. Выберите один правильный ответ

Вычислить скалярное произведение  $\vec{a} \cdot \vec{b}$  векторов:

$$\vec{a}(1; 2; 3); \vec{b}(-1; 0; 0)$$

А)  $3$

Б)  $0$

В)  $-1$

Г)  $\pm 3$

Правильный ответ: В

Компетенции (индикаторы): ОПК-1 (ОПК-1.1, ОПК-1.3)

3. Выберите один правильный ответ

Вычислить производную функции в точке  $x = 0$ :

$$y(x) = \sqrt{1 + x^2}$$

А)  $-23$

Б)  $0$

В)  $-5$

Г)  $3$

Правильный ответ: Б

Компетенции (индикаторы): ОПК-1 (ОПК-1.1, ОПК-1.3)

4. Выберите один правильный ответ

Вычислить предел функции:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$$

А)  $-1$

Б)  $0$

В)  $\pi$

Г)  $e$

Правильный ответ: Г

Компетенции (индикаторы): ОПК-1 (ОПК-1.1, ОПК-1.3)

5. Выберите один правильный ответ

Неопределенный интеграл  $\int x^3 dx$  равен:

А)  $\frac{x^2}{2} + C$

Б)  $3x^3 + C$

В)  $\frac{x^3}{3} + C$

Г)  $\frac{x^4}{4} + C$

Правильный ответ: Г

Компетенции (индикаторы): ОПК-1 (ОПК-1.1, ОПК-1.3)

6. Выберите один правильный ответ

Неопределенный интеграл  $\int 2^x dx$  равен:

А)  $2^x \cdot \ln 2 + C$

Б)  $\frac{x^3}{3} + C$

В)  $\frac{2^x}{\ln 2} + C$

Г)  $x \cdot 2^x + C$

Правильный ответ: В

Компетенции (индикаторы): ОПК-1 (ОПК-1.1, ОПК-1.3)

7. Выберите один правильный ответ

Неопределенный интеграл  $\int \frac{dx}{a^2+x^2}$  равен:

А)  $\frac{1}{a} \cdot \operatorname{arctg} \frac{a}{x} + C$

Б)  $\frac{a}{a^2+x^2} + C$

В)  $\frac{1}{a} \cdot \operatorname{arctg} \frac{x}{a} + C$

Г)  $\frac{1}{a} \cdot \operatorname{tg} \frac{x}{a} + C$

Правильный ответ: В

Компетенции (индикаторы): ОПК-1 (ОПК-1.1, ОПК-1.3)

8. Выберите один правильный ответ

Неопределенный интеграл  $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2-x^2}}$  равен:

А)  $\arcsin \frac{x}{a} + C$

Б)  $\arccos \frac{a}{x} + C$

В)  $-\frac{1}{\sqrt{a^2+x^2}} + C$

Г)  $\arcsin \frac{a}{x} + C$

Правильный ответ: А

Компетенции (индикаторы): ОПК-1 (ОПК-1.1, ОПК-1.3)

9. Выберите один правильный ответ

Какой из указанных признаков НЕприменим для исследования на сходимость неотрицательных рядов?

А) интегральный признак

Б) признак Коши

В) признак Даламбера

Г) признак Лейбница

Правильный ответ: Г

Компетенции (индикаторы): ОПК-1 (ОПК-1.1, ОПК-1.3)

10. Выберите один правильный ответ

Какой из указанных признаков применяется для исследования на сходимость знакочередующихся рядов?

А) интегральный признак

Б) признак Коши

В) признак Даламбера

Г) признак Лейбница

Правильный ответ: Г

Компетенции (индикаторы): ОПК-1 (ОПК-1.1, ОПК-1.3)

11. Выберите один правильный ответ

Какой из рядов является сходящимся?

А)  $1 + \frac{4}{3} + \frac{16}{9} + \dots + \left(\frac{4}{3}\right)^{n-1} + \dots$

Б)  $1 - \frac{2}{3} + \frac{4}{9} + \dots + \left(-\frac{2}{3}\right)^{n-1} + \dots$

В)  $1 - 1 + 1 - 1 + \dots + (-1)^{n-1} + \dots$

Г)  $\frac{10}{1001} + \frac{20}{2002} + \dots + \frac{10n}{1000n+1} + \dots$

Правильный ответ: Б

Компетенции (индикаторы): ОПК-1 (ОПК-1.1, ОПК-1.3)

12. Выберите один правильный ответ

Если радиус сходимости для степенного ряда  $R > 0$ , то этот ряд сходится на интервале

А)  $(0; R)$

Б)  $(-R; R)$

В)  $(0; \infty)$

Г)  $(-R; 0)$

Правильный ответ: Б

Компетенции (индикаторы): ОПК-1 (ОПК-1.1, ОПК-1.3)

13. Выберите один правильный ответ

Если ряд из абсолютных величин знакочередующегося ряда сходится, то знакочередующийся ряд:

А) сходится условно

Б) может как сходиться условно, так и расходиться

В) сходится абсолютно

Г) расходится

Правильный ответ: В

Компетенции (индикаторы): ОПК-1 (ОПК-1.1, ОПК-1.3)

14. Выберите один правильный ответ

В партии из 10 деталей имеется 6 бракованных. На удачу отобраны три детали. Вероятность того, что среди отобранных деталей – две бракованные, равна:

А) 0

Б)  $1/35$

В)  $1/2$

Г) 1

Правильный ответ: В

Компетенции (индикаторы): ОПК-1 (ОПК-1.1, ОПК-1.3)

15. Выберите один правильный ответ

Игральная кость бросается один раз. Вероятность того, что число очков, выпавших на верхней грани, будет больше трех, равна:

А)  $1/2$

Б) 0

В)  $1/6$

Г) 1

Правильный ответ: А

Компетенции (индикаторы): ОПК-1 (ОПК-1.1, ОПК-1.3)

16. Выберите один правильный ответ

Игральная кость бросается два раза. Тогда вероятность того, что сумма выпавших очков – 10, равна

А) 1

Б) 0

В)  $1/6$

Г)  $1/12$

Правильный ответ: Г

Компетенции (индикаторы): ОПК-1 (ОПК-1.1, ОПК-1.3)

17. Выберите один правильный ответ

Из урны, в которой лежат 7 белых и 13 черных шаров, на удачу по одному извлекают два шара без возвращения. Тогда вероятность того, что оба шара будут белыми, равна

- А) 1
- Б) 0
- В) 21/190
- Г) 1/2

Правильный ответ: В

Компетенции (индикаторы): ОПК-1 (ОПК-1.1, ОПК-1.3)

### Задания закрытого типа на установление соответствия

1. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

|    | Определитель                                   |    | Значение определителя |
|----|------------------------------------------------|----|-----------------------|
| 1) | $\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix}$ | А) | 1                     |
| 2) | $\begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}$ | Б) | -2                    |
| 3) | $\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}$ | В) | 0                     |
| 4) | $\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{vmatrix}$ | Г) | 2                     |

Правильный ответ:

|   |   |   |   |
|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 |
| Б | Г | А | В |

Компетенции (индикаторы): ОПК-1 (ОПК-1.1, ОПК-1.3)

2. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

|    | Матрица                                                             |    | Ранг матрицы |
|----|---------------------------------------------------------------------|----|--------------|
| 1) | $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$                      | А) | 2            |
| 2) | $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$                      | Б) | 1            |
| 3) | $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ | В) | 3            |
| 4) | $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ | Г) | 0            |

Правильный ответ:

|   |   |   |   |
|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|

|   |   |   |   |
|---|---|---|---|
| Б | А | В | Г |
|---|---|---|---|

Компетенции (индикаторы): ОПК-1 (ОПК-1.1, ОПК-1.3)

3. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

|    |                          |    |                             |
|----|--------------------------|----|-----------------------------|
| 1) | $\frac{y(x)}{\sin(x^2)}$ | А) | $y'(x)$                     |
| 2) | $\frac{1}{x}$            | Б) | $-\frac{1}{x^2}$            |
| 3) | $\sqrt{1+x^2}$           | В) | $\frac{x^2}{\sqrt{1+x^2}}$  |
| 4) | $e^\pi$                  | Г) | 0                           |
|    |                          |    | $2 \cdot x \cdot \cos(x^2)$ |

Правильный ответ:

|   |   |   |   |
|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 |
| Г | А | Б | В |

Компетенции (индикаторы): ОПК-1 (ОПК-1.1, ОПК-1.3)

4. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

|    |                                       |    |                            |
|----|---------------------------------------|----|----------------------------|
|    | Векторы                               |    | $ \vec{a} \times \vec{b} $ |
| 1) | $\vec{a}(1; 2; 3); \vec{b}(-1; 0; 0)$ | А) | 1                          |
| 2) | $\vec{a}(1; 2; 3); \vec{b}(1; 2; 3)$  | Б) | $\sqrt{2}$                 |
| 3) | $\vec{a}(1; 0; 0); \vec{b}(0; 1; 0)$  | В) | 0                          |
| 4) | $\vec{a}(1; 0; 1); \vec{b}(0; 1; 0)$  | Г) | $\sqrt{13}$                |

Правильный ответ:

|   |   |   |   |
|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 |
| Г | В | А | Б |

Компетенции (индикаторы): ОПК-1 (ОПК-1.1, ОПК-1.3)

5. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

|    |                            |    |                                 |
|----|----------------------------|----|---------------------------------|
|    | Неопределенный интеграл    |    | Значение                        |
| 1) | $\int \frac{dx}{\cos^2 x}$ | А) | $\frac{(x-1)^2}{2} + C$         |
| 2) | $\int \frac{e^x}{2} dx$    | Б) | $\frac{1}{2} \cdot \sin 2x + C$ |
| 3) | $\int \cos 2x dx$          | В) | $\frac{e^x}{2} + C$             |
| 4) | $\int (x-1) dx$            | Г) | $\operatorname{tg} x + C$       |

Правильный ответ:

|   |   |   |   |
|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|

|   |   |   |   |
|---|---|---|---|
| Г | В | Б | А |
|---|---|---|---|

Компетенции (индикаторы): ОПК-1 (ОПК-1.1, ОПК-1.3)

6. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

| Дифференциальное уравнение                        | Порядок дифференциального уравнения |
|---------------------------------------------------|-------------------------------------|
| 1) $1 - y' = x^2 y$                               | А) 4                                |
| 2) $\frac{d^2 y}{dx^2} = x^2 + y^2$               | Б) 3                                |
| 3) $y' + y'' + y''' = 0$                          | В) 1                                |
| 4) $\frac{dy}{dx} + x \frac{d^4 y}{dx^4} = x + y$ | Г) 2                                |

Правильный ответ:

|   |   |   |   |
|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 |
| В | Г | Б | А |

Компетенции (индикаторы): ОПК-1 (ОПК-1.1, ОПК-1.3)

7. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

|    | $z(x, y)$     |    | $z'_x(x, y)$     |
|----|---------------|----|------------------|
| 1) | $x^2 + y^2$   | А) | 0                |
| 2) | $\frac{x}{y}$ | Б) | $\frac{1}{y}$    |
| 3) | $e^{xy}$      | В) | $2x$             |
| 4) | $e^{\pi y}$   | Г) | $y \cdot e^{xy}$ |

Правильный ответ:

|   |   |   |   |
|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 |
| В | Б | Г | А |

Компетенции (индикаторы): ОПК-1 (ОПК-1.1, ОПК-1.3)

8. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

| Дифференциальное уравнение | Тип дифференциального уравнения |
|----------------------------|---------------------------------|
| 1) $y'' + y = 0$           | А) Линейное неоднородное        |
| 2) $y'' + y' + y = 1$      | Б) Линейное однородное          |
| 3) $y' + 2y = y^2 x$       | В) Бернулли                     |
| 4) $y' = x^2$              | Г) С разделяющимися переменными |

Правильный ответ:

|   |   |   |   |
|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 |
| Б | А | В | Г |

Компетенции (индикаторы): ОПК-1 (ОПК-1.1, ОПК-1.3)

9. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

- |    |                                           |    |                        |
|----|-------------------------------------------|----|------------------------|
| 1) | $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$         | А) | степенной ряд          |
| 2) | $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$      | Б) | гармонический ряд      |
| 3) | $\sum_{n=1}^{\infty} (\sin nx + \cos nx)$ | В) | тригонометрический ряд |
| 4) | $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$    | Г) | знакопередающий ряд    |

Правильный ответ:

|   |   |   |   |
|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 |
| Б | А | В | Г |

Компетенции (индикаторы): ОПК-1 (ОПК-1.1, ОПК-1.3)

10. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

- | Функция            | Разложение в ряд Маклорена                                                                                |
|--------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1) $e^x$           | А) $1 + x + x^2 + \dots + x^n + \dots$                                                                    |
| 2) $\cos x$        | Б) $\frac{x}{1!} - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \dots + \frac{(-1)^{n+1} x^{2n-1}}{(2n-1)!} + \dots$ |
| 3) $\sin x$        | В) $1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \dots + \frac{x^n}{n!} + \dots$                                   |
| 4) $\frac{1}{1-x}$ | Г) $1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} + \dots + \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n)!} + \dots$                    |

Правильный ответ:

|   |   |   |   |
|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 |
| В | Г | Б | А |

Компетенции (индикаторы): ОПК-1 (ОПК-1.1, ОПК-1.3)

11. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

- |    |                                                                |    |                     |
|----|----------------------------------------------------------------|----|---------------------|
| 1) | $\iint_D dx dy$<br>$D: \{0 \leq x \leq 1; 0 \leq y \leq 1; \}$ | А) | $\frac{\pi}{2} - 1$ |
|----|----------------------------------------------------------------|----|---------------------|



- 2)  $\iint_D dx dy$  Б) 0  
 $D: \{0 \leq x \leq 1; 0 \leq y \leq 0; \}$
- 3)  $\iint_D dx dy$  В) 1  
 $D: \{x = 1; y = 0; y = x; \}$
- 4)  $\iint_D dx dy$  Г)  $\frac{1}{2}$   
 $D: \{0 \leq x \leq 1; y = \arcsin x; \}$

Правильный ответ:

|   |   |   |   |
|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 |
| В | Б | Г | А |

Компетенции (индикаторы): ОПК-1 (ОПК-1.1, ОПК-1.3)

12. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

- 1)  $\iiint_V dx dy dz$  А)  $\frac{2}{3}\pi R^3$   
 $V: \{0 \leq x \leq 1; 0 \leq y \leq 1; 0 \leq z \leq 1\}$
- 2)  $\iiint_V dx dy dz$  Б) 1  
 $V: \left\{ \begin{array}{l} -R \leq x \leq R; \\ -\sqrt{R^2 - x^2} \leq y \leq \sqrt{R^2 - x^2}; \\ 0 \leq z \leq \sqrt{R^2 - x^2 - y^2} \end{array} \right\}$
- 3)  $\iiint_V dx dy dz$  В)  $\frac{1}{6}$   
 $V: \{0 \leq z \leq 1; x^2 + y^2 = 1\}$
- 4)  $\iiint_V dx dy dz$  Г)  $2\pi R^2$   
 $V: \{-1 \leq z \leq 1; x^2 + y^2 = R^2\}$

Правильный ответ:

|   |   |   |   |
|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 |
| Б | А | В | Г |

Компетенции (индикаторы): ОПК-1 (ОПК-1.1, ОПК-1.3)

13. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

- Известно, что  $P(A = \{\text{сдать экзамен}\}) = 0,5$ , а
- 1)  $P(B = \{\text{попасть под дождь}\}) = 0,1$ . Чему будет равна А) 0,55  
вероятность события  $A + B$ ?
- Известно, что  $P(A = \{\text{сдать экзамен 1 студент}\}) =$
- 2) 0,4, а  $P(B = \{\text{сдать экзамен 2 студент}\}) = 0,6$ . Чему Б) 0,76  
будет равна вероятность события  $A + B$ ?
- Известно, что
- 3)  $P(A = \{\text{на первом кубике выпала 6}\}) = 1/6$ , а В) 11/36  
 $P(B = \{\text{на втором кубике выпала 6}\}) = 1/6$ . Чему  
будет равна вероятность события  $A + B$ ?
- Известно, что
- 4)  $P(A = \{\text{на первой монете выпал "герб"}\}) = 1/2$ , а Г) 0,75  
 $P(B = \{\text{на второй монете выпал "герб"}\}) = 1/2$ .  
Чему будет равна вероятность события  $A + B$ ?

Правильный ответ:

|   |   |   |   |
|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 |
| А | Г | В | Б |

Компетенции (индикаторы): ОПК-1 (ОПК-1.1, ОПК-1.3)

14. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

- |                                                                                | Функция | Разложение в ряд Маклорена |
|--------------------------------------------------------------------------------|---------|----------------------------|
| 1) Брошены 2 монеты. Найти вероятность выпадения двух гербов А)                |         | $\frac{1}{2}$              |
| 2) Брошены 2 монеты. Найти вероятность выпадения одного герба и одной решки Б) |         | $\frac{1}{4}$              |
| 3) Брошены 3 монеты. Найти вероятность выпадения трех гербов В)                |         | $\frac{1}{8}$              |
| 4) Брошены 3 монеты. Найти вероятность выпадения одного герба и двух решек Г)  |         | $\frac{3}{8}$              |

Правильный ответ:

|   |   |   |   |
|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 |
| Б | А | В | Г |

Компетенции (индикаторы): ОПК-1 (ОПК-1.1, ОПК-1.3)

15. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

- |                                                                                                                                                                                                                                                                                   |          |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------|
| 1) Вероятность того, что новая шариковая ручка пишет плохо (или не пишет), равна 0,19. Покупатель в магазине выбирает одну такую ручку. Найдите вероятность того, что эта ручка пишет хорошо.                                                                                     | А) 0,81  |
| 2) Вероятность того, что в случайный момент времени температура тела здорового человека окажется ниже $36,8^{\circ}\text{C}$ равна 0,87. Найдите вероятность того, что в случайный момент времени у здорового человека температура тела окажется $36,8^{\circ}\text{C}$ или выше. | Б) 0,13  |
| 3) При изготовлении подшипников диаметром 67 мм вероятность того, что диаметр будет отличаться от заданного не больше, чем на 0,01 мм, равна 0,965. Найдите вероятность того, что случайный подшипник будет иметь диаметр меньше чем 66,99 мм или больше чем 67,01 мм.            | В) 0,69  |
| 4) Для успешного прохождения вступительного испытания абитуриенту необходимо набрать 40 баллов. Вероятность того, что абитуриент на вступительном экзамене наберет меньше 40 баллов, равна 0,31. Найдите вероятность того, что абитуриент станет студентом.                       | Г) 0,035 |

Правильный ответ:

|   |   |   |   |
|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 |
| А | Б | Г | В |

Компетенции (индикаторы): ОПК-1 (ОПК-1.1, ОПК-1.3)

16. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

- |                                                                                                                        |                          |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------|
| 1) События, появление одного из которых исключает появление остальных в одном и том же испытании, называются           | А) независимыми          |
| 2) Если наступление одного из события не изменяет вероятность наступления другого события, то такие события называются | Б) условной вероятностью |
| 3) Вероятность события при условии, что другое событие уже произошло                                                   | В) случайным событием    |

называется

- 4) Результат эксперимента, наблюдения или опыта, который при реализации определенного комплекса условий может произойти, а может не произойти называется

Правильный ответ:

|   |   |   |   |
|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 |
| Г | А | Б | В |

Компетенции (индикаторы): ОПК-1 (ОПК-1.1, ОПК-1.3)

**Задания закрытого типа на установление правильной последовательности**

1. Расположите определители в порядке возрастания:

А)  $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{vmatrix}$

Б)  $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$

В)  $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$

Г)  $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 3 \end{vmatrix}$

Правильный ответ: В, А, Б, Г

Компетенции (индикаторы): ОПК-1 (ОПК-1.1, ОПК-1.3)

2. Расположите векторы в порядке возрастания их длины:

А) (1; 0; 0)

Б) (1; 1; 1)

В) (3; 4)

Г) (100)

Правильный ответ: Г, В, Б, А

Компетенции (индикаторы): ОПК-1 (ОПК-1.1, ОПК-1.3)

3. Расположите пределы в порядке убывания их значений:

А)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 4}{x^2 - x - 2}$

Б)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$

В)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x+1}{x} \right)^x$

Г)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^5 + x + 1}{10x^4 - x - 2}$

Правильный ответ: Г, В, А, Б

Компетенции (индикаторы): ОПК-1 (ОПК-1.1, ОПК-1.3)

4. Расположите объемы параллелепипедов, построенных на векторах  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ , в порядке возрастания:

А)  $\vec{a}(1 \ 0 \ 0), \vec{b}(0 \ 1 \ 0), \vec{c}(0 \ 0 \ 1)$

Б)  $\vec{a}(1 \ 0 \ 0), \vec{b}(3 \ 0 \ 4), \vec{c}(0 \ 6 \ 8)$

В)  $\vec{a}(1 \ 0 \ 0), \vec{b}(0 \ 3 \ 4), \vec{c}(6 \ 8 \ 0)$

Г)  $\vec{a}(1 \ 0 \ 1), \vec{b}(10 \ 0 \ 1), \vec{c}(-10 \ 0 \ 1)$

Правильный ответ: Г, А, Б, В

Компетенции (индикаторы): ОПК-1 (ОПК-1.1, ОПК-1.3)

5. Расположите определенные интегралы в порядке возрастания:

А)  $\int_0^1 x^2 dx$

Б)  $\int_0^1 \frac{4}{1+x^2} dx$

В)  $\int_0^1 dx$

Г)  $\int_0^1 3e^x dx$

Правильный ответ: А, В, Б, Г

Компетенции (индикаторы): ОПК-1 (ОПК-1.1, ОПК-1.3)

6. Расположите дифференциальные уравнения в порядке возрастания их порядка:

А)  $\frac{dy}{dx} = x$

Б)  $\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{d^5y}{dx^5} = \frac{dy}{dx}$

В)  $y'' + y' = 0$

Г)  $xy''' - y' = y^5$

Правильный ответ: А, В, Г, Б

Компетенции (индикаторы): ОПК-1 (ОПК-1.1, ОПК-1.3)

7. Расположите  $z(x_0 = 1; y_0 = 1)$  в порядке возрастания их значений:

А)  $z(x; y) = 2x + 3y^2$

Б)  $z(x; y) = \ln(xy) + 2$

В)  $z(x; y) = \ln x + \ln y + 1$

Г)  $z(x; y) = y \cdot \sin(\pi x)$

Правильный ответ: Г, В, Б, А

Компетенции (индикаторы): ОПК-1 (ОПК-1.1, ОПК-1.3)

8. Расположите  $z'_x(x_0 = 1; y_0 = 1)$  в порядке возрастания:

А)  $z(x; y) = 5x + 3y^2$

Б)  $z(x; y) = \sin(\pi xy)$

В)  $z(x; y) = 2xy^3$

Г)  $z(x; y) = y/x$

Правильный ответ: Б, Г, В, А

Компетенции (индикаторы): ОПК-1 (ОПК-1.1, ОПК-1.3)

9. Расположите ряды в порядке возрастания их вторых членов:

А)  $\sum_{n=1}^{\infty} (2n + 1)$

Б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!}$

В)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n^2 - 1}$

Г)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{n+1}$

Правильный ответ: В, Б, А, Г

Компетенции (индикаторы): ОПК-1 (ОПК-1.1, ОПК-1.3)

10. Расположите степенные ряды в порядке возрастания их радиусов членов:

А)  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$

Б)  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x+2)^n}{x \cdot 2^{n-1}}$

В)  $\sum_{n=0}^{\infty} x^n$

Г)  $\sum_{n=0}^{\infty} 5^n x^n$

Правильный ответ: Г, В, Б, А

Компетенции (индикаторы): ОПК-1 (ОПК-1.1, ОПК-1.3)

11. Расположите интегралы в порядке убывания их значений:

А)  $\int_0^1 dx \int_0^1 dy$

Б)  $\int_0^1 dx \int_0^x dy$

В)  $\int_0^1 dx \int_0^{x^2} dy$

Г)  $\int_0^1 dx \int_{-1}^1 dy$

Правильный ответ: Г, А, Б, В

Компетенции (индикаторы): ОПК-1 (ОПК-1.1, ОПК-1.3)

12. Расположите ряды в порядке возрастания их сумм:

А)  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2^n}$

Б)  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2}{3^n}$

В)  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{4}{5^n}$

Г)  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{3}{4^n}$

Правильный ответ: А, Б, Г, В

Компетенции (индикаторы): ОПК-1 (ОПК-1.1, ОПК-1.3)

13. Расположите случайные величины  $X$  в порядке возрастания их математического ожидания:

Дискретная случайная величина  $X$  задана законом распределения вероятностей:

А)

|     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|
| $x$ | 0   | 1   | 2   |
| $P$ | 0,6 | 0,3 | 0,1 |

Б)

|     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|
| $x$ | 0   | 1   | 2   |
| $P$ | 0,5 | 0,1 | 0,4 |

В)

|     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|
| $x$ | 0   | 1   | 2   |
| $P$ | 0,1 | 0,1 | 0,8 |

Г)

|     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|
| $x$ | 0   | 1   | 2   |
| $P$ | 0,7 | 0,2 | 0,1 |

Правильный ответ: Г, А, Б, В

Компетенции (индикаторы): ОПК-1 (ОПК-1.1, ОПК-1.3)

14. Расположите случайные величины  $X$  в порядке возрастания их дисперсии:

Дискретная случайная величина  $X$  задана законом распределения вероятностей:

А)

|     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|
| $x$ | 0   | 1   | 2   |
| $P$ | 0,6 | 0,3 | 0,1 |

Б)

|     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|
| $x$ | 0   | 1   | 2   |
| $P$ | 0,5 | 0,1 | 0,4 |

В)

|     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|
| $x$ | 0   | 1   | 2   |
| $P$ | 0,1 | 0,1 | 0,8 |

Г)

|     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|
| $x$ | 0   | 1   | 2   |
| $P$ | 0,7 | 0,2 | 0,1 |

Правильный ответ: В, Г, А, Б

Компетенции (индикаторы): ОПК-1 (ОПК-1.1, ОПК-1.3)

15. Расположите случайные величины  $X$  в порядке возрастания их математического ожидания:

Непрерывная случайная величина  $X$  задана функцией плотности распределения вероятностей:

$$\text{А) } f(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x < -1 \\ 1/2, & \text{если } -1 \leq x \leq +1 \\ 0, & \text{если } x > +1 \end{cases}$$

$$\text{Б) } f(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x < -1 \\ 1/4, & \text{если } -1 \leq x \leq +3 \\ 0, & \text{если } x > +3 \end{cases}$$

$$\text{В) } f(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x < -2 \\ 1/8, & \text{если } -2 \leq x \leq +6 \\ 0, & \text{если } x > +6 \end{cases}$$

$$\text{Г) } f(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x < -1 \\ 1/3, & \text{если } -1 \leq x \leq +2 \\ 0, & \text{если } x > +2 \end{cases}$$

Правильный ответ: А, Г, Б, В

Компетенции (индикаторы): ОПК-1 (ОПК-1.1, ОПК-1.3)

16. Расположите случайные величины  $X$  в порядке возрастания их дисперсии:

Непрерывная случайная величина  $X$  задана функцией плотности распределения вероятностей:

$$\text{А) } f(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x < -1 \\ 1/2, & \text{если } -1 \leq x \leq +1 \\ 0, & \text{если } x > +1 \end{cases}$$

$$\text{Б) } f(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x < -1 \\ 1/4, & \text{если } -1 \leq x \leq +3 \\ 0, & \text{если } x > +3 \end{cases}$$

$$\text{В) } f(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x < -2 \\ 1/8, & \text{если } -2 \leq x \leq +6 \\ 0, & \text{если } x > +6 \end{cases}$$

$$\text{Г) } f(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x < -1 \\ 1/3, & \text{если } -1 \leq x \leq +2 \\ 0, & \text{если } x > +2 \end{cases}$$

Правильный ответ: А, Г, Б, В

Компетенции (индикаторы): ОПК-1 (ОПК-1.1, ОПК-1.3)

## Задания открытого типа

### Задания открытого типа на дополнение

1. Напишите пропущенное слово (словосочетание).



\_\_\_\_\_ двух ненулевых векторов  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  – это число, равное произведению длин этих векторов на косинус угла между ними.

Правильный ответ: скалярное произведение.

Компетенции (индикаторы): ОПК-1 (ОПК-1.1, ОПК-1.3)

2. Напишите пропущенное слово (словосочетание).

\_\_\_\_\_ – упорядоченный набор векторов в векторном пространстве, такой, что любой вектор этого пространства может быть единственным образом представлен в виде линейной комбинации векторов из этого набора.

Правильный ответ: базис.

Компетенции (индикаторы): ОПК-1 (ОПК-1.1, ОПК-1.3)

3. Напишите пропущенное слово (словосочетание).

\_\_\_\_\_ – это геометрическое место точек, для которых сумма расстояний до двух фиксированных точек  $F_1$  и  $F_2$ , именуемых фокусами, есть величина постоянная.

Правильный ответ: эллипс.

Компетенции (индикаторы): ОПК-1 (ОПК-1.1, ОПК-1.3)

4. Напишите пропущенное слово (словосочетание).

\_\_\_\_\_ – предел отношения приращения функции к приращению её аргумента при стремлении приращения аргумента к нулю (при условии, что такой предел существует).

Правильный ответ: производная; производная функции.

Компетенции (индикаторы): ОПК-1 (ОПК-1.1, ОПК-1.3)

5. Напишите пропущенное слово (словосочетание).

Определитель квадратной матрицы равен сумме произведений элементов любой строки (столбца) на их \_\_\_\_\_.

Правильный ответ: алгебраические дополнения.

Компетенции (индикаторы): ОПК-1 (ОПК-1.1, ОПК-1.3)

6. Напишите пропущенное слово (словосочетание).

\_\_\_\_\_ функции  $f$  в точке  $M_0$  – это вектор, координатами которого являются значения частных производных в этой точке.

Правильный ответ: градиент.

Компетенции (индикаторы): ОПК-1 (ОПК-1.1, ОПК-1.3)

7. Напишите пропущенное слово (словосочетание).

\_\_\_\_\_ – это предел отношения приращения функции нескольких переменных по выбранной переменной к приращению этой переменной, при стремлении этого приращения к нулю.

Правильный ответ: частная производная.

Компетенции (индикаторы): ОПК-1 (ОПК-1.1, ОПК-1.3)

8. Напишите пропущенное слово (словосочетание).

\_\_\_\_\_ для функции  $f(x)$  – это такая функция, производная которой равна  $f(x)$ .

Правильный ответ: первообразная.

Компетенции (индикаторы): ОПК-1 (ОПК-1.1, ОПК-1.3)

9. Напишите пропущенное слово (словосочетание).

Интеграл называется \_\_\_\_\_, если выполняется по крайней мере одно из следующих условий: 1) область интегрирования является бесконечной; 2) подынтегральная функция является неограниченной в окрестности некоторых точек области интегрирования.

Правильный ответ: несобственным.

Компетенции (индикаторы): ОПК-1 (ОПК-1.1, ОПК-1.3)

10. Напишите пропущенное слово (словосочетание).

\_\_\_\_\_ – уравнение, которое помимо функции содержит её производные.

Правильный ответ: дифференциальное уравнение.

Компетенции (индикаторы): ОПК-1 (ОПК-1.1, ОПК-1.3)

11. Напишите пропущенное слово (словосочетание).

\_\_\_\_\_ – это предел последовательности его частичных сумм, если этот предел существует.

Правильный ответ: сумма числового ряда.

Компетенции (индикаторы): ОПК-1 (ОПК-1.1, ОПК-1.3)

12. Напишите пропущенное слово (словосочетание).

Если числовой ряд сходится, то предел его общего члена равен \_\_\_\_\_.

Правильный ответ: нулю.

Компетенции (индикаторы): ОПК-1 (ОПК-1.1, ОПК-1.3)

13. Напишите пропущенное слово (словосочетание).

\_\_\_\_\_ – частный случай ряда Тейлора, где точка разложения равна нулю.

Правильный ответ: Ряд Маклорена.

Компетенции (индикаторы): ОПК-1 (ОПК-1.1, ОПК-1.3)

14. Напишите пропущенное слово (словосочетание).

\_\_\_\_\_ – это обобщение понятия определённого интеграла для функции двух переменных, заданной как  $z = f(x, y)$ .

Правильный ответ: двойной интеграл.

Компетенции (индикаторы): ОПК-1 (ОПК-1.1, ОПК-1.3)

15. Напишите пропущенное слово (словосочетание).

Геометрический смысл двойного интеграла заключается в том, что величина двойного интеграла от неотрицательной функции равна \_\_\_\_\_ цилиндрического тела.

Правильный ответ: объёму.

Компетенции (индикаторы): ОПК-1 (ОПК-1.1, ОПК-1.3)

16. Напишите пропущенное слово (словосочетание).

\_\_\_\_\_ случайной величины называется ее наиболее вероятное значение, для которого вероятность  $p_i$  или плотность вероятности  $f(x)$  достигает максимума.

Правильный ответ: модой.

Компетенции (индикаторы): ОПК-1 (ОПК-1.1, ОПК-1.3)

17. Напишите пропущенное слово (словосочетание).

\_\_\_\_\_ случайной величины  $X$  называют число  $Me$ , такое, что  $P(X < Me) = P(X > Me) = 1/2$ .

Правильный ответ: медианой.

Компетенции (индикаторы): ОПК-1 (ОПК-1.1, ОПК-1.3)

18. Напишите пропущенное слово (словосочетание).

Для расчёта регрессионных коэффициентов, входящих в уравнение регрессии, при выполнении регрессионного анализа используется метод \_\_\_\_\_.

Правильный ответ: наименьших квадратов.

Компетенции (индикаторы): ОПК-1 (ОПК-1.1, ОПК-1.3)

19. Напишите пропущенное слово (словосочетание).

Последовательность чисел  $x_1, \dots, x_n$ , удовлетворяющих условию  $x_{(1)} \leq x_{(2)} \leq \dots \leq x_{(n)}$ , где  $x_{(1)}$  – наименьший из элементов выборки, а  $x_{(n)}$  – наибольший из элементов выборки, называют \_\_\_\_\_ выборки.

Правильный ответ: вариационным рядом.

Компетенции (индикаторы): ОПК-1 (ОПК-1.1, ОПК-1.3)

### **Задания открытого типа с кратким свободным ответом**

1. Производная функция  $y(x) = \cos(x^2)$  равна ... (Ответ запишите в виде функции)

Правильный ответ:  $-2x \sin x^2$ .

Компетенции (индикаторы): ОПК-1 (ОПК-1.1, ОПК-1.3)

2. Найти промежуток возрастания функции  $y(x) = 1 - x^2$  (Ответ запишите в виде интервала)

Правильный ответ:  $(-\infty; 0)$ .

Компетенции (индикаторы): ОПК-1 (ОПК-1.1, ОПК-1.3)

3. Найти площадь треугольника, заданного координатами своих вершин  $A(0; 0; 0)$ ,  $B(1; 0; 0)$ ,  $C(0; 2; 0)$  (Ответ запишите в виде числа)

Правильный ответ: 1.

Компетенции (индикаторы): ОПК-1 (ОПК-1.1, ОПК-1.3)

4. Найти наибольшее значение функции  $y(x) = x^2 - 2x - 1$  на отрезке  $[-1; 1]$  (Ответ запишите в виде числа)

Правильный ответ: 2.

Компетенции (индикаторы): ОПК-1 (ОПК-1.1, ОПК-1.3)

5. Найти сумму абсцисс точек разрыва функции:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 1, & x < 0 \\ \cos x, & 0 \leq x \leq 1 \\ x^2 - 1, & x > 1 \end{cases}$$

(Ответ запишите в виде числа)

Правильный ответ: 1.

Компетенции (индикаторы): ОПК-1 (ОПК-1.1, ОПК-1.3)

6. С помощью определенного интеграла найти площадь фигуры, ограниченной линиями  $\{y = 0; y = 2x; x = 1\}$  (Ответ запишите в виде числа)

Правильный ответ: 1.

Компетенции (индикаторы): ОПК-1 (ОПК-1.1, ОПК-1.3)

7. С помощью определенного интеграла найти площадь фигуры, ограниченной линиями  $\{y = 0; y = 1/2; x = \pm 1\}$  (Ответ запишите в виде числа)

Правильный ответ: 1.

Компетенции (индикаторы): ОПК-1 (ОПК-1.1, ОПК-1.3)

8. С помощью определенного интеграла найти площадь фигуры, ограниченной линиями  $\{y = 3x^2; y = 0; x = 1\}$  (Ответ запишите в виде числа)

Правильный ответ: 1.

Компетенции (индикаторы): ОПК-1 (ОПК-1.1, ОПК-1.3)

9. Найти общее решение дифференциального уравнения  $y' = x$  (Ответ запишите в виде функции)

Правильный ответ:  $\frac{x^2}{2} + C$ .

Компетенции (индикаторы): ОПК-1 (ОПК-1.1, ОПК-1.3)

10. Найти общее решение дифференциального уравнения  $y'' - 3y' + 2y = 0$  (Ответ запишите в виде функции)

Правильный ответ:  $C_1 e^x + C_2 e^{2x}$ .

Компетенции (индикаторы): ОПК-1 (ОПК-1.1, ОПК-1.3)

11. С помощью каких достаточных признаков можно определить сходимость знакоположительных числовых рядов (Перечислить наименования признаков)

Правильный ответ: признаки сравнения, интегральный признак Коши, радикальный признак Коши, признак Даламбера.

Компетенции (индикаторы): ОПК-1 (ОПК-1.1, ОПК-1.3)

12. С помощью какого признака можно определить сходимость знакочередующихся числовых рядов (Указать наименование признака)

Правильный ответ: признак Лейбница.

Компетенции (индикаторы): ОПК-1 (ОПК-1.1, ОПК-1.3)

13. Разложением какой функции является следующий ряд Маклорена:  
 $1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \dots + \frac{x^n}{n!} + \dots$  (Ответ запишите в виде  $y = f(x)$ )

Правильный ответ:  $y = e^x$ .

Компетенции (индикаторы): ОПК-1 (ОПК-1.1, ОПК-1.3)

14. Разложением какой функции является следующий ряд Маклорена:  
 $\frac{x}{1!} - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \dots + \frac{(-1)^{n+1} x^{2n-1}}{(2n-1)!} + \dots$  (Ответ запишите в виде  $y = f(x)$ )

Правильный ответ:  $y = \sin x$ .

Компетенции (индикаторы): ОПК-1 (ОПК-1.1, ОПК-1.3)

15. Разложением какой функции является следующий ряд Маклорена:  
 $1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} + \dots + \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n)!} + \dots$  (Ответ запишите в виде  $y = f(x)$ )

Правильный ответ:  $y = \cos x$ .

Компетенции (индикаторы): ОПК-1 (ОПК-1.1, ОПК-1.3)

16. Непрерывная случайная величина  $X$  распределена равномерно на интервале от 1 до 10. Какова вероятность, что случайная величина примет значение равное 5? (Ответ запишите в виде числа)

Правильный ответ: 0.

Компетенции (индикаторы): ОПК-1 (ОПК-1.1, ОПК-1.3)

17. Какая доля значений нормально распределенной генеральной совокупности заключена в пределах трех стандартных отклонений от среднего? (Ответ запишите в процентах)

Правильный ответ: 99,7%.

Компетенции (индикаторы): ОПК-1 (ОПК-1.1, ОПК-1.3)

18.  $X$  и  $Y$  – независимы.  $D(X) = 5$ ,  $D(Y) = 2$ . Используя свойства дисперсии, найдите  $D(2X + 3Y)$  (Ответ запишите в виде числа)

Правильный ответ: 38.

Компетенции (индикаторы): ОПК-1 (ОПК-1.1, ОПК-1.3)

19.  $M(X) = 5$ ,  $M(Y) = 2$ . Используя свойства математического ожидания, найдите  $M(2X - 3Y)$  (Ответ запишите в виде числа)

Правильный ответ: 4.

Компетенции (индикаторы): ОПК-1 (ОПК-1.1, ОПК-1.3)

20. В пирамиде 5 винтовок, 3 из которых снабжены оптическим прицелом. Вероятность попадания для стрелка при выстреле из винтовки с оптическим прицелом равна 0,95, из обычной винтовки – 0,7. Стрелок наудачу берет винтовку и стреляет. Найти вероятность того, что мишень будет поражена. (Ответ запишите в виде числа)

Правильный ответ: 0,85.

Компетенции (индикаторы): ОПК-1 (ОПК-1.1, ОПК-1.3)

### Задания открытого типа с развернутым ответом

1. Решить задачу, используя методы дифференциального исчисления:

Тело массой  $m_0 = 3000$  кг падает с высоты  $H = 1280$  м метров и теряет массу (сгорает) пропорционально времени падения. Коэффициент пропорциональности  $k = 100$  кг/с. Считая, что начальная скорость  $v_0 = 0$  м/с, ускорение  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>, найти время падения, при котором тело будет иметь наибольшую кинетическую энергию.

Привести расширенное решение.

Время выполнения – 30 мин.

Ожидаемый результат:

1. Примем, что тело является материальной точкой. Тогда кинетическая энергия материальной точки будет вычисляться по такой формуле:

$$E = \frac{m \cdot v^2}{2}$$

Учитывая, что масса тела при движении переменна, определим зависимость массы падающего тела от времени. Так как тело сгорает пропорционально времени падения, его масса уменьшается, и функция примет такой вид:

$$m(t) = m_0 - k \cdot t$$

Функция скорость тела от времени падения:

$$v(t) = v_0 + g \cdot t$$

Получаем функцию кинетической энергии тела от времени падения:

$$E(t) = \frac{1}{2}(m_0 - k \cdot t)(v_0 + g \cdot t)^2$$

$$E(t) = \frac{1}{2}(3000 - 100 \cdot t)(0 + 10 \cdot t)^2 = 5000(30 \cdot t^2 - t^3)$$

2. Определяем время  $t_{m=0}$  падения тела до того момента, как его масса станет равна нулю:

$$m(t) = m_0 - k \cdot t = 3000 - 100 \cdot t = 0 \Rightarrow t_{m=0} = 30 \text{ сек}$$

3. Определяем время  $t_{\text{столкн}}$  падения тела до столкновения с землей:

$$H = v_0 \cdot t + \frac{g \cdot t^2}{2} \Rightarrow 1280 = 5 \cdot t^2 \Rightarrow t_{\text{столкн}} = 16 \text{ сек}$$

4. Находим время падения, при котором тело будет иметь наибольшую кинетическую энергию, как наибольшее значение функции  $E(t) = 5000(30 \cdot t^2 - t^3)$  на отрезке  $t \in [0; 16]$

Находим внутренние критические точки:

$$E'(t) = 5000(60 \cdot t - 3t^2) = 0 \Rightarrow \\ \Rightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 20 \notin [0; 16] \end{cases}$$

Находим наибольшее значение функции на границах отрезка и во внутренних критических точках:

|        |   |                              |
|--------|---|------------------------------|
| $t$    | 0 | 16                           |
| $E(t)$ | 0 | $5000(30 \cdot 16^2 - 16^3)$ |

Ответ: время падения, при котором тело будет иметь наибольшую кинетическую энергию  $t = 16$  сек.

Критерии оценивания:

- построение функции  $E(t)$  кинетической энергии тела от времени падения;
- определение времени падения тела до того момента, как его масса станет равна нулю;
- определение времени падения тела до столкновения с землей;
- нахождение наибольшего значения функции  $E(t)$  на отрезке, определенном временем падения тела до столкновения с землей

Компетенции (индикаторы): ОПК-1 (ОПК-1.1, ОПК-1.3)....

2. Решить задачу, используя методы интегрального исчисления:

Цилиндрический резервуар с высотой 6 м и диаметром основания 4 м наполнен водой. За какое время вода вытечет из него через круглое отверстие радиуса  $1/12$  м, сделанное в дне резервуара?

(Справочная информация: скорость истечения жидкости по закону Бернулли выражается формулой  $V = \sigma \sqrt{2gx}$ , причем для воды  $\sigma \approx 0,6$ )

Привести расширенное решение.

Время выполнения – 30 мин.

Ожидаемый результат:

1. Пусть через  $t$  сек после истечения воды уровень оставшейся воды в резервуаре был равен  $x$  м, а за время  $dt$  сек понизился на  $dx$  м. вычислим объем воды, вытекающий за этот бесконечно малый промежуток времени  $dt$ , двумя способами:

1 сп.) Объем  $dW$  равен объему цилиндрического слоя высотой  $dx$  и радиусом основания  $r = 2$  м.

$$dW = \pi r^2 dx$$

2 сп.) Объем  $dW$  равен объему цилиндра, основанием которого служит отверстие в дне резервуара  $\rho = 1/12$  м, а высота равна  $Vdt$ , где  $V$  – скорость течения воды:

$$dW = \pi \rho^2 V dt = 0,6\pi \rho^2 \sqrt{2gx} dt$$

Приравниваем полученные выражения

$$\pi r^2 dx = 0,6\pi \rho^2 \sqrt{2gx} dt$$

Получаем

$$dt = \frac{r^2 dx}{0,6\rho^2 \sqrt{2gx}}, \text{ где } x \in [0; 6]$$

2. Интегрируем уравнение, получаем время истечения воды

$$t = \int_0^6 \frac{r^2 dx}{0,6\rho^2 \sqrt{2gx}} = \frac{r^2 dx}{0,6\rho^2 \sqrt{2g}} \int_0^6 \frac{dx}{\sqrt{x}} = \frac{r^2 dx}{0,6\rho^2 \sqrt{2g}} \cdot 2\sqrt{x} \Big|_0^6 = \frac{10}{\sqrt{3g}} \cdot \frac{r^2}{\rho^2}$$

3. Подставляем исходные данные, получаем

$$t \approx 1062 \text{ сек} = 17,7 \text{ мин}$$

Ответ: вода вытечет из резервуара через  $t \approx 1062 \text{ сек} = 17,7 \text{ мин}$ .

Критерии оценивания:

- построение математической модели процесса истечения воды из резервуара;
- интегрирование полученного уравнения;
- нахождение времени вытекания воды из резервуара через круглое отверстие, сделанное в дне резервуара

Компетенции (индикаторы): ОПК-1 (ОПК-1.1, ОПК-1.3) ....

3. Решить задачу, используя методы интегрального исчисления:

Найти вероятность попадания оси шкива в кольцо  $r_1^2 \leq x^2 + y^2 \leq r_2^2$ , если ускорение оси ведомого вала редуктора распределено по нормальному

закону с плотностью вероятности.  $f(x, y) = \frac{1}{\sigma^2 2\pi} \cdot e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}}$

Привести расширенное решение.

Время выполнения – 20 мин.

Критерии оценивания:

- формализация технического процесса;
- интегрирование полученного уравнения;
- нахождение вероятности попадания оси шкива в колесо.



Ожидаемый результат:

$$\begin{aligned}
 P &= \iint_{r_1 < \rho < r_2} f(x, y) dx dy = \frac{1}{\sigma^2 2\pi} \iint_D e^{-\rho^2/2\sigma^2} \rho d\rho d\phi = \\
 &= \frac{2\pi}{\sigma^2 2\pi} \int_{r_1}^{r_2} e^{-\rho^2/2\sigma^2} d(\rho^2/r) = -e^{-\rho^2/2\sigma^2} \Big|_{r_1}^{r_2} = \\
 &= e^{-r_1^2/2\sigma^2} - e^{-r_2^2/2\sigma^2}
 \end{aligned}$$

Ответ:  $P = e^{-r_1^2/2\sigma^2} - e^{-r_2^2/2\sigma^2}$ .

Компетенции (индикаторы): ОПК-1 (ОПК-1.1, ОПК-1.3)....

4. Решить задачу, используя методы теории вероятностей:

Автомобиль должен проехать по улице, на которой установлено  $n = 4$  светофора, дающих независимо друг от друга зеленый сигнал в течение  $t_1 = 1,55$  минут, желтый – в течение  $t_2 = 0,35$  минут, красный – в течение  $t_3 = 1,20$  минут. Требуется

1) найти закон распределения случайной величины  $X$  – числа остановок автомобиля на улице;

2) найти математическое ожидание и дисперсию величины  $X$ ;

3) каково среднее число остановок автомобиля на этом пути?

Привести расширенное решение.

Время выполнения – 30 мин.

Ожидаемый результат:

1. Время, в течение которого светофор разрешает проезд (зеленый свет), равно

$$t_1 = t_2 + t_3$$

Следовательно, вероятность того, что светофор пропустит или содержит машину, одна и та же

$$p = \frac{t_2 + t_3}{t_1 + t_2 + t_3} = \frac{1}{2}$$

Случайная величина  $X$  может принимать значения 0, 1, 2, 3, 4, соответственно с вероятностями, которые находятся по формуле Бернулли

$$P(X = 0) = C_4^0 p^0 q^4 = \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{16}$$

$$P(X = 1) = C_4^1 p^1 q^3 = 4 \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{4}{16}$$

$$P(X = 2) = C_4^2 p^2 q^2 = 6 \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{6}{16}$$

$$P(X = 3) = C_4^3 p^3 q^1 = 4 \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{4}{16}$$

$$P(X = 4) = C_4^4 p^4 q^0 = \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{16}$$

Закон распределения случайной величины  $X$ :

|     |      |      |      |      |      |
|-----|------|------|------|------|------|
| $X$ | 0    | 1    | 2    | 3    | 4    |
| $p$ | 1/16 | 4/16 | 6/16 | 4/16 | 1/16 |

2. Математическое ожидание и дисперсия дискретной случайной величины  $X$ :

$$M(X) = 0 \cdot \frac{1}{16} + 1 \cdot \frac{4}{16} + 2 \cdot \frac{6}{16} + 3 \cdot \frac{4}{16} + 4 \cdot \frac{1}{16} = 2$$

$$D(X) = M(X^2) - M^2(X) = 0^2 \cdot \frac{1}{16} + 1^2 \cdot \frac{4}{16} + 2^2 \cdot \frac{6}{16} + 3^2 \cdot \frac{4}{16} + 4^2 \cdot \frac{1}{16} - 2^2 = 1$$

3. Среднее число остановок автомобиля: 2.

Ответ: Среднее (ожидаемое) число остановок автомобиля: 2.

Критерии оценивания:

- нахождение закона распределения случайной величины  $X$ ;
- нахождение математического ожидания и дисперсии величины  $X$ ;
- нахождение среднего числа остановок автомобиля.

Компетенции (индикаторы): ОПК-1 (ОПК-1.1, ОПК-1.3) ....

### Экспертное заключение

Представленный комплект оценочных материалов по дисциплине «Математика» соответствует требованиям ФГОС ВО.

Предлагаемые оценочные материалы адекватны целям и задачам реализации основной профессиональной образовательной программы по специальности 23.05.01 Наземные транспортно-технологические средства.

Виды оценочных средств, включенные в представленный фонд, отвечают основным принципам формирования ФОС.

Разработанные и представленные для экспертизы оценочные материалы рекомендуются к использованию в процессе подготовки обучающихся по указанной специальности.

Председатель учебно-методической комиссии  
института компьютерных систем и  
информационных технологий



Ветрова Н. Н.

### Лист изменений и дополнений

| №<br>п/п | Виды дополнений и<br>изменений              | Дата и номер протокола<br>заседания кафедры<br>(кафедр), на котором были<br>рассмотрены и одобрены<br>изменения и дополнения | Подпись<br>(с расшифровкой)<br>заведующего кафедрой<br>(заведующих кафедрами)                     |
|----------|---------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1.       | Дополнен комплектом<br>оценочных материалов | Протокол заседания<br>кафедры прикладной<br>математики № <u>8</u><br>от <u>24.02.2025</u>                                    | <br>В.В. Малый |
|          |                                             |                                                                                                                              |                                                                                                   |
|          |                                             |                                                                                                                              |                                                                                                   |
|          |                                             |                                                                                                                              |                                                                                                   |