

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ЛУГАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ИМЕНИ ВЛАДИМИРА ДАЛЯ»

Наименование структурного подразделения «Экономический институт»  
Кафедра экономической кибернетики и прикладной статистики

УТВЕРЖДАЮ  
Декан / директор   
« 28 » февраля 2025 года

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ  
по учебной дисциплине (практике)

Экономико-математические методы и модели

(наименование учебной дисциплины, практики)

38.03.01 Экономика

Налоги и финансовый консалтинг  
(наименование профиля подготовки (специальности, магистерской программы); при отсутствии ставится прочерк)

Разработчик:

профессор Хор Е.С. Рязанцева Н.А.  
(должность) (подпись)

ФОС рассмотрен и одобрен на заседании кафедры экономической  
кибернетики и прикладной статистики  
от « 25 » февраля 2025 г., протокол № 15

Заведующий кафедрой Велигур А.В.  
(подпись) (ФИО)

Луганск 2025 г.

**Комплект оценочных материалов по дисциплине  
«Экономико-математические методы и модели»**

**Задания закрытого типа**

**Задания закрытого типа на выбор правильного ответа**

1. Выберите один правильный ответ

Найти показатель роста  $s_0$  функции  $f(t) = t^2$ , используя определение  $s_0 = \inf s, s > 0, \lim_{t \rightarrow \infty} |f(t)|e^{-st} < M, M < \infty$ :

- A) -2
- Б) 0
- В) -5
- Г) 3

Правильный ответ: Б

Компетенции (индикаторы): ПК-3.3

2. Выберите один правильный ответ

Вычислить интеграл Лапласа  $F(p) = \int_0^\infty e^{-pt} f(t) dt$  для функции Хэвисайда:

$$\eta(t) = \begin{cases} 1, & t > 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases}$$

- A)  $\frac{p-1}{p^2}$
- Б)  $e^p$
- В)  $\frac{1}{p}$
- Г)  $\frac{1}{p+1}$

Правильный ответ: В

Компетенции (индикаторы): ПК-3.3

3. Выберите один правильный ответ

По определению и, используя линейность, найти изображение функции

$$\sin t = \frac{1}{2i} (e^{it} - e^{-it})$$

- A)  $\frac{1}{p^2}$
- Б)  $\frac{1}{p^2+1}$
- В)  $\frac{p}{p^2+1}$
- Г)  $\frac{1}{p-1}$

Правильный ответ: Б

Компетенции (индикаторы): ПК-3.3

4. Выберите один правильный ответ

Используя теорему подобия: если  $f(t) \rightarrow F(p)$  и  $\alpha > 0$ , тогда

$f(\alpha t) \rightarrow \frac{1}{\alpha} F\left(\frac{p}{\alpha}\right)$ , найти изображение функции  $\cos^2 \alpha t = \frac{1 + \cos 2\alpha t}{2}$ :

A)  $\frac{p^2}{p(p^2 + 4\alpha^2)}$

Б)  $\frac{p + 2\alpha^2}{(p^2 + 4\alpha^2)}$

В)  $\frac{p^2 + 2\alpha^2}{p(p^2 + 4\alpha^2)}$

Г)  $\frac{2}{p(p^2 + 4\alpha^2)}$

Правильный ответ: В

Компетенции (индикаторы): ПК-3.3

### Задания закрытого типа на установление соответствия

1. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

	Функция-оригинал		Порядок роста
1)	$\eta(t)$	А)	$\ln 2$
2)	$t 2^t$	Б)	3
3)	$\sin t e^t$	В)	0
4)	$(t^2 + 1)e^{3t}$	Г)	1

Правильный ответ:

1	2	3	4
В	А	Г	Б

Компетенции (индикаторы): ПК-3.3

2. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

	Функция-оригинал		Изображение по Лапласу
1)	$e^{\alpha t}$	А)	$\frac{10}{p^2 + 25}$
2)	$t^n$	Б)	$\frac{1}{p - \alpha}$ , $\operatorname{Re} p > \operatorname{Re} \alpha$

3)	$\operatorname{ch} t = \frac{1}{2}(e^t + e^{-t})$	B)	$\frac{n!}{p^{n+1}}$
4)	$2 \sin 5t$	Г)	$\frac{p}{p^2 - 1}$

Правильный ответ:

1 Б	2 В	3 Г	4 А
--------	--------	--------	--------

Компетенции (индикаторы): ПК-3.3

3. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

	Производная $f'(t)$ функции-оригинала		Изображение $f'(t)$ по Лапласу
1)	$(e^{-t} \cos 3t)'$	A)	$\frac{p}{p^2 + 1}$
2)	$(t^2)'$	Б)	$p \frac{p+1}{(p+1)^2 + 9} - 1$
3)	$(\sin t)'$	В)	$\frac{2}{p-2}$
4)	$(e^{2t})'$	Г)	$\frac{2}{p^2}$

Правильный ответ:

1 Б	2 Г	3 А	4 В
--------	--------	--------	--------

Компетенции (индикаторы): ПК-3.3

4. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

	Функция-оригинал		Изображение по Лапласу по формуле дифференцирования изображения
1)	$t^2 \cos at$	A)	$\frac{p^2(p^4 - 12a^2)}{(p^4 + 4a^4)^2}$
2)	$t^2 \sin at$	Б)	$\frac{4}{(2p+1)^2}$
3)	$t \cos at \cdot \operatorname{chat}$	В)	$\frac{2a(3p^2 - a^2)}{(p^2 + a^2)^3}$

4)	$te^{-\frac{t}{2}}$	Г)	$\frac{2p(p^2 - 3a^2)}{(p^2 + a^2)^3}$
----	---------------------	----	--

Правильный ответ:

1 Г	2 В	3 А	4 Б
--------	--------	--------	--------

Компетенции (индикаторы): ПК-3.3

### **Задания закрытого типа на установление правильной последовательности**

1. Расположите функции-оригиналы по возрастанию параметра  $s_0$  (параметра роста):

A)  $\frac{1}{2}e^t \sin 2t$

Б)  $t^5 5^t$

В)  $\sin 3t \cos 7t$

Г)  $t^3 e^{2t+1}$

Правильный ответ: В, А, Б, Г

Компетенции (индикаторы): ПК-3.3

2. Расположите изображения по Лапласу  $F(p)$  в порядке возрастания числа их полюсов:

A)  $\frac{p}{(p^2 + 1)^2}$

Б)  $\frac{p}{p^2 + 1}$

В)  $\frac{1}{p-1}$

Г)  $2 \cos 3t \sin(t + 1)$

Правильный ответ: Г, В, Б, А

Компетенции (индикаторы): ПК-3.3

3. Расположите значения функции-оригинала  $x(t)$  на множестве  $t \in \{\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3}{2}\pi\}$  в порядке их убывания, если  $x(t)$  является решением уравнения:

$$x''' + x' = t, x(0) = 0, x'(0) = -1, x''(0) = 0$$

A)  $x\left(\frac{\pi}{4}\right)$

Б)  $x\left(\frac{\pi}{2}\right)$

В)  $x(\pi)$

$$\Gamma) x \left( \frac{3}{2} \pi \right)$$

Правильный ответ: Г, В, А, Б

Компетенции (индикаторы): ПК-3.3

4. Расположите функции-оригиналы в порядке возрастания числа действительных полюсов их изображений по Лапласу:

А).  $\eta(t)$

Б).  $t^2 \sin at$

В)  $e^t - t - 1$

Г)  $\sin 3t \cos 7t$

Правильный ответ: Г, А, Б, В

Компетенции (индикаторы): ПК-3.3

## Задания открытого типа

### Задания открытого типа на дополнение

1. Напишите пропущенное слово (словосочетание).

\_\_\_\_\_ функции-оригинала  $f(t)$  называют функцию комплексного переменного  $p = s + i\sigma$ , определенную интегралом Лапласа

$$F(p) = \int_0^\infty e^{-pt} f(t) dt.$$

Правильный ответ: изображением.

Компетенции (индикаторы):

2. Напишите пропущенное слово (словосочетание).

\_\_\_\_\_  $f(t)$  изображение  $F(p)$  определено на полуплоскости  $\operatorname{Re} p > S_0$ , где  $S_0$  – показатель роста  $f(t)$ , и является в этой полуплоскости аналитической функцией.

Правильный ответ: для любого оригинала.

Компетенции (индикаторы): ПК-3.3

3. Напишите пропущенное слово (словосочетание).

\_\_\_\_\_ изображения  $F(p)$  сдвигает график его оригинала  $f(t)$  в правую сторону на отрезок  $[0; t_0]$ .

Правильный ответ: умножение на  $e^{-pt_0}$ .

Компетенции (индикаторы): ПК-3.3

4. Напишите пропущенное слово (словосочетание).

\_\_\_\_\_ изображения  $F(p)$  отвечает действие умножения на  $(-t)$  функции-оригинала  $f(t)$ .

Правильный ответ: дифференцированию.

Компетенции (индикаторы): ПК-3.3

5. Напишите пропущенное слово (словосочетание).

Интеграл  $\int_0^\infty \varphi(t - \tau) f(t) d\tau$  от непрерывных функций  $\varphi(t)$  и  $f(t)$ ,  $0 \leq t < \infty$  (обозначение  $\varphi * f$ ) называют \_\_\_\_\_.

Правильный ответ: сверткой.

Компетенции (индикаторы): ПК-3.3

### Задания открытого типа с кратким свободным ответом

1. Преобразование Лапласа производной функции-оригинала  $f(t) = e^{-t} \cos 3t$  равно ... (*Ответ запишите в виде функции*)

Правильный ответ:  $L[f'(t)] = p \frac{p+1}{(p+1)^2 + 9} - 1$ .

Компетенции (индикаторы): ПК-3.3

2. Найти промежуток сдвига вправо функции-оригинала  $\eta(t)$  при умножении её преобразования Лапласа  $\frac{1}{p}$  на  $e^{-3p}$  (*Ответ запишите в виде интервала*)

Правильный ответ:  $[0, 3]$ .

Компетенции (индикаторы): ПК-3.3

3. Найти значение функции-оригинала  $f(t)$  в точке  $t = \pi$ , если её преобразование Лапласа  $F(p)$  имеет вид  $\frac{p^2 + 2}{p(p^2 + 4)}$  (*Ответ запишите в виде числа*)

числа)

Правильный ответ: 1.

Компетенции (индикаторы): ПК-3.3

4. Найти наибольшее значение функции-оригинала  $f(t)$  на отрезке  $[0; \pi]$  при известном преобразовании  $\frac{1}{p^2 + 1}$  (*Ответ запишите в виде числа*)

Правильный ответ: 1.

Компетенции (индикаторы): ПК-3.3

5. Найти сумму наибольшего и наименьшего значений функции-оригинала  $f(t)$  на отрезке  $[0; \ln 2]$ , если  $F[f(t)] = \frac{1}{p-1}$  (*Ответ запишите в виде числа*)

Правильный ответ: 3.

Компетенции (индикаторы): ПК-3.3

### Задания открытого типа с развернутым ответом

1. Решить задачу, используя методы операционного исчисления:  
Найти оригинал  $f(t)$ , если

$$F(p) = \frac{p+2}{(p+1)(p-2)(p^2+4)}.$$

Привести расширенное решение.

Время выполнения – 30 мин.

Ожидаемый результат:

1. Учитывая, что функция  $F(p) = \frac{F_1(p)}{F_2(p)}$  мероморфная, найдем её полюса,

которые совпадают с нулями знаменателя

$$\begin{aligned} F_2(p) = 0 &\Rightarrow (p+1)(p-2)(p^2+4) = 0 \\ &\Rightarrow p_1 = -1, p_2 = 2, p_3 = 2i, p_4 = -2i \end{aligned}$$

2. Все полюса простые, поэтому, в духе формулы второй теоремы обращения, предварительно вычислим  $F'_2(p)$ :

$$\begin{aligned} F_2(p) &= (p^2 - p - 2)(p^4 + 4) = p^4 - p^3 + 2p^2 - 4p - 8 \\ &\Rightarrow F'_2(p) = 4p^3 - 3p^2 + 4p - 4. \end{aligned}$$

3. Находим оригинал по формуле второй теоремы обращения:

$$\begin{aligned} f(t) &= \sum_{k=1}^4 \frac{p_k + 2}{4p_k^3 - 3p_k^2 + 4p_k - 4} e^{p_k t} = \\ &= -\frac{1}{15} e^{-t} + \frac{4}{32 - 12 + 8 - 4} e^{2t} + \\ &+ \frac{2i + 2}{4 \cdot 8i^3 - 3 \cdot 4i^2 + 4 \cdot 2i - 4} e^{2it} + \frac{-2i + 2}{-32i^3 - 12i^2 - 8i - 4} e^{-2it} = \\ &= -\frac{1}{15} e^{-t} + \frac{1}{6} e^{2t} + \frac{-1 + 2i}{20} e^{2it} + \frac{-1 - 2i}{20} e^{-2it} = \\ &= -\frac{1}{15} e^{-t} + \frac{1}{6} e^{2t} - \frac{1}{10} \left( \frac{1}{2} (e^{2it} + e^{-2it}) \right) + \frac{2i}{20} \cdot \frac{2i}{2i} (e^{2it} - e^{-2it}) = \end{aligned}$$

$$= -\frac{1}{15}e^{-t} + \frac{1}{6}e^{2t} - \frac{1}{10}\cos 2t - \frac{1}{5}\sin 2t,$$

поскольку  $\cos t = \frac{1}{2}(e^{it} + e^{-it})$ ,  $\sin t = \frac{1}{2i}(e^{it} - e^{-it})$ .

$$\text{Ответ: } f(t) = -\frac{1}{15}e^{-t} + \frac{1}{6}e^{2t} - \frac{1}{10}\cos 2t - \frac{1}{5}\sin 2t.$$

**Критерии оценивания:**

- нахождение полюсов мероморфной функции  $F(p) = \frac{F_1(p)}{F_2(p)}$ ;
- вычисление  $F'_2(p)$  в рамках использования второй теоремы обращения;
- нахождение оригинала по формуле  $f(t) = \sum_{k=1}^n \frac{F_1(p_k)}{F'_2(p_k)} e^{p_k t}$ .

**Компетенции (индикаторы):** ПК-3.3

**2. Решить задачу, используя методы операционного исчисления:**

С помощью формулы Дюамеля решить уравнение с заданными начальными условиями:

$$\begin{aligned} x'' - 4x &= t - 1 \\ x(0) = x'(0) &= 0 \end{aligned}$$

**Привести расширенное решение.**

Время выполнения – 30 мин.

**Критерии оценивания:**

- построение вспомогательной задачи Коши;
- построение операторного уравнения;
- нахождение функции-оригинала вспомогательной задачи Коши;
- нахождение решения основной задачи с помощью формулы Дюамеля.

**Ожидаемый результат:**

1. Рассмотрим вспомогательную задачу Коши:

$$\begin{aligned} x_1'' - 4x_1 &= 1 \\ x_1(0) = x_1'(0) &= 0. \end{aligned}$$

2. Пусть  $x_1(t) \rightarrow X_1(p)$ ,  $x_1''(t) \rightarrow p^2 X_1(p)$ ,  $1 \rightarrow \frac{1}{p}$ .

Тогда операторное уравнение будет иметь вид

$$X_1(p)(p^2 - 4) = \frac{1}{p} \Rightarrow X_1(p) = \frac{1}{p(p^2 - 4)}.$$

3. Переходя к оригиналам, находим

$$X_1(p) = \frac{1}{p(p^2 - 4)} = \frac{1}{4} \left( \frac{p}{p^2 - 4} - \frac{1}{p} \right) \rightarrow \frac{1}{4} (ch2t - 1).$$

Таким образом,  $x_1(t) = \frac{1}{4} (ch2t - 1)$ .

4. Далее, используя формулу Дюамеля, получим

$$\begin{aligned} x(t) &= \int_0^t (\tau - 1) \frac{1}{4} 2sh2(t - \tau) d\tau = - \int_0^t (\tau - 1) \frac{1}{4} d(ch(2(t - \tau))) = \\ &= -(\tau - 1) \frac{1}{4} ch2(t - \tau) \Big|_0^t + \int_0^t \frac{1}{4} ch(2(t - \tau)) d(\tau - 1) = \\ &= \frac{1}{8} (sh2(t - \tau) - 2(\tau - 1)ch2(t - \tau)) \Big|_0^t = \frac{1}{8} (sh2t - 2ch2t - 2t + 2). \end{aligned}$$

Ответ:  $x(t) = \frac{1}{8} (sh2t - 2ch2t - 2t + 2)$ .

Критерии оценивания:

- построение вспомогательной задачи Коши;
  - построение операторного уравнения;
  - нахождение функции-оригинала вспомогательной задачи Коши;
  - нахождение решения основной задачи с помощью формулы Дюамеля.
- Компетенции (индикаторы): ПК-3.3

## Экспертное заключение

Представленный фонд оценочных средств (далее – ФОС) по дисциплине «Экономико-математические методы и модели в экономике» соответствует требованиям ФГОС ВО.

Предлагаемые формы и средства текущего и промежуточного контроля адекватны целям и задачам реализации основной профессиональной образовательной программы по направлению подготовки / специальности 38.03.01 Экономика «Налоги и финансовый консалтинг».

Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины представлены в полном объеме.

Виды оценочных средств, включенные в представленный фонд, отвечают основным принципам формирования ФОС.

Разработанный и представленный для экспертизы фонд оценочных средств рекомендуется к использованию в процессе подготовки обучающихся по указанному направлению / специальности.

Председатель учебно-методической комиссии  
института / факультета

 Шаповалова Е.Н.

## Лист изменений и дополнений

№ п/п	Виды дополнений и изменений	Дата и номер протокола заседания кафедры (кафедр), на котором были рассмотрены и одобрены изменения и дополнения	Подпись (с расшифровкой) заведующего кафедрой (заведующих кафедрами)