

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ЛУГАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ИМЕНИ ВЛАДИМИРА ДАЛЯ»

Факультет компьютерных систем и информационных технологий  
Кафедра прикладной математики



УТВЕРЖДАЮ  
Декан факультета компьютерных  
систем и информационных технологий  
Кочевский А. А.  
» 04 2023 г.

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ  
по учебной дисциплине

«Математика»

38.03.02 Менеджмент

«Менеджмент организации»

Разработчик:  
доцент

Малый В. В.

ФОС рассмотрен и одобрен на заседании кафедры прикладной математики  
от 18 апреля 2023 г., протокол № 10

Заведующий кафедрой

Малый В. В.

Луганск 2023 г.

**Паспорт**  
**фонда оценочных средств по учебной дисциплине**  
**«Математика»**  
**Перечень компетенций (элементов компетенций), формируемых в**  
**результате освоения учебной дисциплины**

№ п/п	Код контролируемой компетенции	Формулировка контролируемой компетенции	Контролируемые темы учебной дисциплины	Этапы формирования (семестр изучения)
1	УК-1	способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	Тема 1. Линейная алгебра	1 (начальный)
			Тема 2. Математический анализ	1 (начальный)
			Тема 3. Дифференциальные уравнения	1 (начальный)

**Показатели и критерии оценивания компетенций,  
описание шкал оценивания**

№ п/п	Код контролируемой компетенции	Показатель оценивания (знания, умения, навыки)	Контролируемые темы учебной дисциплины	Наименование оценочного средства
1.	УК-1	уметь: использовать методы математического анализа, линейной алгебры; использовать основные приёмы обработки экспериментальных данных; решать типовые задачи; обращаться к информационным системам (Интернет, справочная и другая математическая литература) для пополнения и уточнения математических знаний. владеть: математическими понятиями и символами для выражения количественных и качественных отношений, математическими методами и алгоритмами в приложениях к естественным наукам.	Тема 1, Тема 2, Тема 3,	Фронтальные и индивидуальные опросы; контрольные работы; домашние задания; промежуточная аттестация (экзамен)

## Фонды оценочных средств по дисциплине «Математика»

### Вопросы для фронтальных и индивидуальных опросов:

#### Тема 1. Линейная алгебра.

1. Какие системы линейных алгебраических уравнений называются определенными, неопределенными, несовместными?
2. Какой является квадратная система линейных алгебраических уравнений, если ее определитель равен нулю?
3. Какой должна быть система линейных алгебраических уравнений, чтобы ее можно было решать методом Крамера?
4. Система линейных алгебраических уравнений решается методом Гаусса. Как узнать, что она определенная, неопределенная, несовместная?
5. Что такое матрица? Какими могут быть матрицы?
6. Какие матрицы можно перемножать? Как они перемножаются?
7. Что такое определитель второго порядка?
8. Что такое определитель третьего порядка?
9. Что такое минор элемента  $a_{ij}$  определителя?
10. Что такое алгебраическое дополнение элемента  $a_{ij}$  определителя?
11. Что значит разложить определитель по элементам строки или столбца?
12. Какая матрица называется обратной по отношению к данной квадратной матрице?
13. Как записать крамеровскую систему линейных алгебраических уравнений в матричной форме?
14. Как построить обратную матрицу для данной квадратной матрицы с определителем, отличным от нуля?
15. Что такое вектор? Его длина? Орт вектора?
16. Сформулируйте свойства операции сложения векторов.
17. При каких условиях: 1)  $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a}| + |\vec{b}|$ ? 2)  $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a}| - |\vec{b}|$ ?
18. Какие несколько векторов называются линейно зависимыми? линейно независимыми?
19. Как геометрически располагаются пара или тройка векторов линейно зависимых векторов? линейно независимых векторов?
20. Что такое базис некоторого множества векторов? координаты вектора в выбранном базисе?
21. Сформулируйте правило сложения двух векторов, заданных разложениями в некотором базисе.
22. Сформулируйте понятие прямоугольного базиса и прямоугольной декартовой системы координат.
23. Что такое скалярное, векторное и смешанное произведение  $x$  векторов? Как их вычислять? Перечислите их свойства и геометрический смысл.

#### Тема 2. Математический анализ.

24. Какое числовое множество называется ограниченным сверху?
25. Какое числовое множество называется ограниченным снизу?
26. Какое числовое множество называется ограниченным снизу?
27. Что называется точкой верхней границей числового множества?
28. Что называется точкой нижней границей числового множества?
29. Что называется модулем действительного числа?
30. При каких условиях  $|x + y| = |x| + |y|$ .
31. При каких условиях  $|x + y| = -|x| + |y|$ .

32. Напишите неравенства, связывающие модуль суммы и разности двух чисел с суммой и разностью их модулей.

33. Изобразите график функции  $y = \text{sign } x$ .

34. Изобразите график функции  $y = [x]$  – целая часть числа  $x$ .

35. Сформулируйте теорему о пределе ограниченной монотонной функции (последовательности).

36. Дайте определение понятия  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = A$  на языке  $\delta - \varepsilon$ .

37. Дайте определение понятия  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = A$ , используя понятие бесконечно малой функции при  $x \rightarrow a$ .

38. Сформулируйте теорему о сжатой переменной.

39. Сформулируйте теорему о предельном переходе в неравенстве.

40. Сформулируйте теорему об ограниченности функции, имеющей предел при  $x \rightarrow a$ .

41. Сформулируйте теоремы о пределах суммы, произведения и частного функций.

42. Сформулируйте определение понятия  $\lim_{x \rightarrow a+} f(x) = A$  на языке  $\delta - \varepsilon$ .

43. Сформулируйте определение понятия  $\lim_{x \rightarrow a-} f(x) = A$  на языке  $\delta - \varepsilon$ .

44. Дайте определение понятия  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = A$ .

45. Дайте определение понятия  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = A$ .

46. Дайте определение понятия  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = A$ .

47. Напишите первый замечательный предел и пределы, связанные с ним.

48. Напишите второй замечательный предел и пределы, связанные с ним.

49. Дайте определение понятия  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = +\infty$ .

50. 27. Дайте определение понятия  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \infty$ .

51. Используя определение производной, найдите  $y'(4)$ , если  $y = \sqrt{x}$ .

52. Геометрический смысл производной. Напишите уравнение касательной к графику функции  $y = \text{arctg } x$  в точке  $x = 1$ .

53. Найдите углы, под которыми пересекаются линии  $x^2 + y^2 = 8$ ,  $y^2 = 2x$ .

54. Приведите пример функции, график которой имеет в некоторой точке вертикальную касательную.

55. Найдите  $f'_-(1)$  и  $f'_+(1)$ , если  $f(x) = |x - 1|e^x$ . Существует ли  $f'(1)$ ?

56. Найдите  $y'_x$ , если: а)  $y = \ln(x + \sqrt{a^2 + x^2})$ ; б)  $y = \text{arctg } th(x)$ .

57. Что можно сказать о дифференцируемости суммы функций  $f(x) + g(x)$  в точке  $x = x_0$  если, в этой точке: а) функция  $f(x)$  дифференцируема, а функция  $g(x)$  не дифференцируема? б) обе функции  $f(x)$  и  $g(x)$  не дифференцируемы?

58. Используя определение, покажите, что функция  $y = x^2 - 2x$  дифференцируема в точке  $x = 2$  и найдите её дифференциал в этой точке.

59. Является ли непрерывность функции в данной точке достаточным условием дифференцируемости? Ответ обосновать с помощью примера.

60. Для каких функций дифференциал равен приращению? Приведите пример.

61. Сформулируйте, в чём состоит геометрический и физический смысл дифференциала.

62. Что понимается под инвариантностью формы первого дифференциала?

63. Используя формулу для вычисления дифференциала, найдите  $dy$ , если  $y = x \cdot \sin x + \cos x$ .

64. Пусть  $y = \sin x$ ,  $x = \cos t$ . Какие из следующих равенств справедливы:  
 $dy|_{t=\frac{\pi}{2}} = 0$ ;  $dy|_{t=\frac{\pi}{2}} = dx$ ;  $dy|_{t=\frac{\pi}{2}} = -dt$ ?

65. Может ли существовать  $f''(x_0)$ , если не существует  $f'(x_0)$ ?

66. Найдите  $f^{(n)}(x)$ , если  $f(x) = \ln x \cdot x$ .

67. Вычислите, используя правило Лопиталя:

a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cdot \cos x - \sin x}{x^3}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow +0} x^{\frac{2}{4 + \ln x}}$ .

68. Напишите формулу Тейлора для функции  $f(x)$  с остаточным членом в форме:

а) Пеано; б) Лагранжа.

69. Разложите функцию  $f(x) = \ln \cos x$  по формуле Маклорена до членов с  $x^4$ .

70. С помощью формулы Маклорена или канонических разложений получите приближённую формулу (ограничиваясь членами порядка  $x^2$ ) для функций:

а)  $y = \sqrt{1+x}$ ,  $x \rightarrow 0$ ,  $|x| < 1$ ; б)  $y = \ln(1+3x)$ ,  $x \rightarrow 0$ ,  $|x| < 1/3$ .

71. Найдите числа  $a$  и  $b$  такие, что  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{ax} - \sqrt{1+bx}}{x^2} = 1$ .

72. Исследуйте функции и постройте их графики:

а)  $y = \frac{(x-2)^2(x+4)}{4}$ ; б)  $y = \frac{x}{x^2-4}$ ; в)  $y = \sqrt[3]{1-x^2}$ .

73. Какой из конусов, описанных около данного шара радиуса  $R$ , имеет наименьший объем?

74. Какая функция называется первообразной по отношению к функции  $f(x)$ , заданной на данном промежутке?

75. Чем отличаются две первообразные функции для одной и той же функции на одном и том же промежутке?

76. В чем состоит свойство линейности для неопределенного интеграла?

77. Запишите формулу интегрирования по частям в неопределенном интеграле.

78. Какую подстановку нужно выполнить для рационализации интеграла  $\int R(\sqrt[3]{x}, \sqrt[4]{x}) dx$ ?

79. Укажите рационализирующую подстановку для интеграла  $\int R\left(x, \sqrt[n]{\frac{ax+\beta}{yx+\delta}}\right) dx$ .

80. Какой интеграл называется неберущимся?

81. Сформулируйте достаточное условие существования первообразной.

82. Чему равен  $\int F'(x) dx$ ?  $\int dF(x)$ ?

83. Чему равна производная неопределенного интеграла?

84. Покажите, что функции  $F_1(x) = -\frac{1}{2} \cos 2x$ ;  $F_2(x) = \sin^2 x$  являются первообразными одной и той же функции на числовой оси.

85. Докажите справедливость формулы для табличного интеграла  $\int x^n dx$ ; ( $n \neq -1$ ).

86. Докажите справедливость формулы для табличного интеграла  $\int \frac{dx}{a^2+x^2}$ .

87. Вычислите интеграл  $\int \frac{dx}{x^2+px+q}$ ; ( $q - \frac{p^2}{4} > 0$ ), сведя его к табличному.

88. Вычислите интеграл  $\int \frac{dx}{x^2+px+q}$ ; ( $q - \frac{p^2}{4} < 0$ ), сведя его к табличному.

89. Вычислите интеграл  $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+px+q}}$ , сведя его к табличному.

90. Вычислите с помощью интегрирования по частям  $\int x \cdot \sin ax dx$ .

91. Запишите интегральную сумму, составленную для функции  $f(x)$  на промежутке  $[a; b]$ . Объясните смысл величин, входящих в формулу.

92. Какой геометрический смысл имеет определенный интеграл  $\int_a^b f(x) dx$ , где  $f(x)$  - непрерывная неотрицательная функция?

93. Сформулируйте достаточные условия интегрируемости функции  $f(x)$  на конечном промежутке  $[a, b]$ .

94. Какая функция называется интегрируемой на промежутке  $[a, b]$ ?

95. Чему равен  $\int_a^b F'(x) dx$ ?  $\int_a^b dF(x)$ ?

96. Сформулируйте необходимое условие интегрируемости функции на промежутке  $[a, b]$ .

97. Чему равен определенный интеграл от нечетной функции по симметричному промежутку  $[-a; a]$ ?

98. Если пределы интегрирования поменять местами, то как изменится величина интеграла? Выразите это свойство формулой.

99. Сформулируйте свойство линейности определенного интеграла.

100. Сформулируйте свойство, связывающее знаки функции и определенного интеграла на промежутке  $[a, b]$ .

101. Сформулируйте свойство об интегрировании неравенства между функциями на промежутке  $[a, b]$ .

102. Сформулируйте свойство об оценке модуля определенного интеграла.

103. Сформулируйте теорему о среднем для определенного интеграла от непрерывной функции.

104. Запишите формулу Ньютона – Лейбница.

105. Приведите геометрическую интерпретацию теоремы о среднем для определенного интеграла.

106. Что такое среднее (интегральное) значение функции  $f(x)$  на промежутке  $[a, b]$ ?

107. Сформулируйте определение несобственного интеграла 1-го рода с бесконечным верхним пределом от непрерывной функции.

108. Сформулируйте определение несобственного интеграла 1-го рода с бесконечным нижним пределом от непрерывной функции.

109. Какой несобственный интеграл называется абсолютно сходящимся?

110. Укажите, для каких значений параметра  $p$  интеграл  $\int_a^{+\infty} \frac{dx}{x^p}$ , ( $a > 0$ ) является сходящимся, а для каких значений – расходящимся

111. Запишите формулы, выражающие свойство линейности для несобственного интеграла с бесконечным верхним пределом.

112. Сформулируйте признак сравнения в конечной форме на примере несобственных интегралов 1-го рода с бесконечным верхним пределом.

113. Что такое полный дифференциал функции  $z = f(x, y)$ ?

114. Запишите формулу, определяющую частную производную функции  $z = f(x, y)$  по переменной  $y$  в точке  $M_0(x_0, y_0)$ .

115. Какая функция двух аргументов называется дифференцируемой?

116. Запишите формулу, выражающую полный дифференциал функции  $z = f(x, y)$  через её частные производные.

117. Запишите формулу, выражающую второй полный дифференциал функции  $z = f(x, y)$  через её частные производные.

118. Как соотносятся между собой свойства непрерывности и дифференцируемости функции двух переменных?

119. Какая функция  $z = f(x, y)$  называется непрерывной в точке  $M_0(x_0, y_0)$ ?

120. Как определяется евклидово расстояние  $\rho(M_1, M_2)$  между двумя точками  $M(x_1^{(1)}, \dots, x_m^{(1)})$  и  $M(x_1^{(2)}, \dots, x_m^{(2)})$   $m$ -мерного пространства?

121. Какая точка множества  $E$  называется внутренней? граничной?

122. Что такое  $\delta$ -окрестность точки  $M_0(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \dots, x_m^{(0)})$ ?

123. Какое множество  $E$  называется ограниченным? замкнутым? связным?

124. Сформулируйте определение предела функции  $f(M) = f(x, y)$  в точке  $M_0(x_0, y_0)$ .

125. Сформулируйте теорему о равенстве вторых смешанных производных функции  $z = f(x, y)$ .

126. Как соотносятся между собой свойства дифференцируемости и существования первых частных производных функции  $z = f(x, y)$ ?

127. Сформулируйте определение производной функции

128.  $u = f(M) = f(x, y, z)$  по направлению вектора  $\vec{l}$ .

129. Запишите формулу, выражающую производную функции  $u = f(x, y, z)$  по направлению вектора  $\vec{l}^0 = (\cos\alpha, \cos\beta, \cos\gamma)$  через частные производные функции  $u$ .

130. Запишите формулу, связывающую  $\text{grad } u$  и производную  $\frac{\partial u}{\partial l}$  в заданной точке скалярного поля  $u$ .

131. Как связаны направления наибольшего роста функции  $u = f(x, y, z)$  с вектором  $\text{grad } u$  в рассматриваемой точке  $M(x, y, z)$ ?

132. Выразите  $\max \frac{\partial u}{\partial l}$  и  $\min \frac{\partial u}{\partial l}$  через  $\text{grad } u$  в заданной точке скалярного поля  $u$ .

133. Запишите формулу для производной  $\frac{\partial z}{\partial y}$  сложной функции  $z = z(u, v)$ ,  $u = u(x, y)$ ,  $v = v(x, y)$ .

134. Запишите формулу для производной  $\frac{dy}{dx}$  неявной функции, заданной уравнением  $F(x, y) = 0$ .

135. Запишите формулы для производных  $\frac{\partial z}{\partial x}$ ,  $\frac{\partial z}{\partial y}$  неявной функции, заданной уравнением:  $F(x, y, z) = 0$ .

136. Сформулируйте определение локального максимума (локального минимума) функции  $z = f(x, y)$  в точке  $M_0(x_0, y_0)$ .

137. Сформулируйте необходимые условия, а также достаточные условия экстремума функции  $z = f(x, y)$ .

138. Сформулируйте правило отыскания наибольшего и наименьшего значений функции  $z = f(x, y)$  в ограниченной замкнутой области.

139. Что такое стационарная точка функции  $z = f(x, y)$ ?

140. Сформулируйте определение условного максимума функции  $u = f(M)$  при связи  $\varphi(M) = 0$  (рассмотрите случай двух или трех переменных).

141. Сформулируйте необходимые условия условного экстремума функции  $u = f(M)$  при связи  $\varphi(M) = 0$  по методу Лагранжа (рассмотрите случай двух или трех переменных).

142. Сформулируйте теорему Вейерштрасса об ограниченности функции, непрерывной в замкнутой ограниченной области.

143. Сформулируйте теорему Вейерштрасса о существовании наибольшего и наименьшего значений функции, непрерывной в замкнутой ограниченной области.

### Тема 3. Дифференциальные уравнения.

144. Каков геометрический смысл уравнения  $y' = f(x, y)$ . Написать уравнение касательной к интегральной кривой уравнения  $y' = x^2 y^2$  в точке  $M_0(1, 2)$ .

145. Дайте определение изоклины дифференциального уравнения  $y' = f(x, y)$ . Изоклины уравнения  $y' = x^2/y$  есть: А) окружности; В) прямые; С) параболы; D) гиперболы; Е) эллипсы; F) нет прав. ответа.

146. Дано уравнение  $y' = x^2 - 2x + y$ . Напишите уравнение линии возможных точек экстремумов его интегральных кривых. Сделайте чертёж.

147. Решите задачу Коши:  $(1 + y^2)dx + xydy = 0; y(1) = 1$ .

148. Найдите все решения уравнения  $xy' = y + \sqrt{y^2 - x^2}$ .

149. Найдите общие решения (интегралы) уравнений:

150. а)  $xy' - 2y = x^3 \cos x$ ; б)  $3y' + y = 1/y^2$ ; в)  $(x^3 + xy^2)dx + (x^2y + y^3)dy = 0$ .

151. Найдите все линии, у которых отрезок касательной между точкой касания и осью абсцисс делится пополам в точке пересечения с осью ординат. Указание: Используйте уравнение касательной к кривой.

152. Сформулируйте теорему Коши для уравнения  $y'' = f(x, y, y')$ . Каков геометрический смысл начальных условий  $y(0) = -1, y'(0) = 1$  для этого уравнения? Изобразите приближенно интегральную кривую в окрестности начальной точки, считая для определенности  $y'' > 0$  в этой окрестности.

153. Найти значение  $\alpha$ , при котором функция  $y = x^2$  является решением уравнения  $x(x - 1)y'' - (2x - 1)y' + \alpha y = 0$ .

154. Дано уравнение:  $y''' + xy'' = 2y'$ . С помощью какой подстановки можно понизить его порядок? Напишите общий вид таких уравнений.

155. Найдите общие решения уравнений методом понижения порядка: а)  $y'' = \ln x$ ; б)  $y'' = \frac{y'}{x} + x$ .

156. Решите задачу Коши:  $yy'' = (y')^2 - (y)^3; y(1) = 1, y'(1) = 1$ .

157. Как с помощью фундаментальной системы решений  $y_1(x), \dots, y_n(x)$  записать общее решение уравнения  $L[y] = 0$ ? Почему нулевое решение не может входить в фундаментальную систему решений уравнения  $L[y] = 0$ ?

158. Дано уравнение:  $y'' - 5y' + \alpha y = 0$ . При каком значении  $\alpha$  число 3 будет корнем его характеристического уравнения? Найти общее решение данного дифференциального уравнения при найденном значении  $\alpha$ .

**Критерии и шкала оценивания по оценочному средству «фронтальный и индивидуальный опрос»**

Шкала оценивания	Критерий оценивания
отлично (5)	Студент глубоко и в полном объёме владеет программным материалом. Грамотно, исчерпывающе и логично его излагает в устной или письменной форме. При этом знает рекомендованную литературу, проявляет творческий подход в ответах на вопросы и правильно обосновывает принятые решения, хорошо владеет умениями и навыками при выполнении практических задач.
хорошо (4)	Студент знает программный материал, грамотно и по сути излагает его в устной или письменной форме, допуская незначительные неточности в утверждениях, трактовках, определениях и категориях или незначительное количество ошибок. При этом владеет необходимыми умениями и навыками при выполнении практических задач.
удовлетворительно (3)	Студент знает только основной программный материал, допускает неточности, недостаточно чёткие формулировки, непоследовательность в ответах, излагаемых в устной или письменной форме. При этом недостаточно владеет умениями и навыками при выполнении практических задач. Допускает до 30% ошибок в излагаемых ответах.
неудовлетворительно (2)	Студент не знает значительной части программного материала. При этом допускает принципиальные ошибки в доказательствах, в трактовке понятий и категорий, проявляет низкую культуру знаний, не владеет основными умениями и навыками при выполнении практических задач. Студент отказывается от ответов на дополнительные вопросы

**Типовые варианты контрольных работ:**

*Тема 1. Линейная алгебра.*

Вариант № 0

1. Решить систему линейных уравнений методом Крамера

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 5 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 11 \end{cases}$$

2. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 3 & 6 & 10 \\ 1 & 4 & 10 & 20 \end{vmatrix}$$

3. Решить систему линейных уравнений матричным методом

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 6 \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 = 20 \\ 3x_1 - 2x_2 - 5x_3 = 6 \end{cases}$$

4. Найти матрицу, обратную к данной

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 5 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

5. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} 4x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 9 \\ 2x_1 + 5x_2 - 3x_3 = 4 \\ 5x_1 + 6x_2 - 2x_3 = 18 \end{cases}$$

*Тема 3. Математический анализ («Введение в математический анализ»).*

Вариант № 0

1. Найти область определения заданных функций.

$$y = \sqrt{\frac{x+2}{1-3x}} + \frac{1}{x^2}$$

$$y = \frac{\ln(1+x)}{x-1}$$

2. Найти пределы.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^5 + 2x^4 - 3x + 1}{2x^3 + 4x^2 + 3x - 8}$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x^2 - 7x + 3}{x^2 - 8x + 15}$$

3. Используя замечательные пределы, вычислить:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 3x}{3x^2}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{3x+3}{3x+5} \right)^{2x+4}$$

4. Найти пределы, используя эквивалентные бесконечно малые функции.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+3x^2)}{x^3 - 5x^2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(e^{5x} - 1)}{x}$$

5. Исследовать функцию на непрерывность, найти точки разрыва функции и установить их характер. Сделать схематический чертеж.

$$f(x) = 2^{\frac{1}{x-3}} + 1$$

$$\begin{cases} x+4; & x < -1 \\ x^2 + 2; & -1 \leq x < 1 \\ 2x; & x \geq 1 \end{cases}$$

*Тема 3. Дифференциальные уравнения.*

Вариант № 0

1. Найти общее решение или решить задачу Коши для дифференциальных уравнений с разделяющимися переменными:

$$xy' - y \ln y = 0$$

$$\begin{aligned} y' &= 2\sqrt{y}, \\ y(0) &= 1. \end{aligned}$$

2. Найти общее решение или решить задачу Коши для однородных дифференциальных уравнений первого порядка.

$$xy^2y' - (x^3 + y^3) = 0; \quad ydx + 2(\sqrt{xy} - x)dy = 0$$

$$y(1) = 1$$

3. Найти общие решения линейных дифференциальных уравнений первого порядка:

$$y' + \operatorname{tg} xy = -\cos x; \quad y' + \frac{2y}{x} = \frac{e^{-x^2}}{x}.$$

4. Найти общее решение или решить задачу Коши для дифференциальных уравнений второго порядка, допускающих понижение порядка

$$y'' - \cos 6x = \frac{2}{\sqrt{x}}; \quad y'' - \frac{2x}{x^2 + 1}y' = 0;$$

5. Найти решения линейных дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами

$$y'' + 2y' = 0; \quad y'' - 2y' - 3y = e^{4x};$$

**Критерии и шкала оценивания по оценочному средству «контрольная работа»**

Шкала оценивания	Критерий оценивания
5	Контрольная работа выполнена на высоком уровне (правильные ответы даны на 90-100% вопросов/задач)
4	Контрольная работа выполнена на среднем уровне (правильные ответы даны на 75-89% вопросов/задач)
3	Контрольная работа выполнена на низком уровне (правильные ответы даны на 50-74% вопросов/задач)
2	Контрольная работа выполнена на неудовлетворительном уровне (правильные ответы даны менее чем на 50%)

## Типовые варианты домашних заданий:

### Вариант № 0

1. Даны координаты вершин треугольника  $ABC$ :

$$A(-8; -3); B(4; -12); C(8; 10).$$

Необходимо найти:

- длину стороны  $AB$ ;
- уравнение сторон  $AB$  и  $BC$  и их угловые коэффициенты;
- угол  $\psi$  между прямыми  $AB$  и  $BC$  в радианах;
- уравнение высоты  $CD$  и ее длину;
- уравнение медианы  $AE$  и координаты точки  $K$  пересечения этой медианы с высотой  $CD$ ;
- уравнение прямой  $L$ , которая проходит через точку  $K$  параллельно к стороне  $AB$ ;
- координаты точки  $F(x_F, y_F)$ , которая находится симметрично точке  $A$  относительно прямой  $CD$ .

2. Дано: точка  $A(2; 5)$  и прямая  $y = 1$ . Необходимо составить уравнение геометрического места точек, равноудаленных от заданной точки  $A(x_A, y_A)$  и прямой  $y = d$ .

Полученное уравнение привести к простейшему виду и построить график кривой.

3. Заданы две системы линейных уравнений. Решить первую систему методом Крамера. Полученный при решении первой системы результат проверить с помощью метода обратной матрицы. Вторую систему решить с помощью метода Гаусса.

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - 1x_3 = 11, \\ 4x_1 - 1x_2 + 4x_3 = -10, \\ 1x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 9 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 1x_1 + 2x_2 - 1x_3 = 1, \\ 3x_1 + 5x_2 - 1x_3 = 1, \\ 4x_1 + 7x_2 - 2x_3 = 2 \end{cases}$$

4. Даны координаты вершин пирамиды  $ABCD$ :

$$A(2; -3; 1), B(6; 1; -1), C(4; 8; -9), D(2; -1; 2).$$

Необходимо:

- Записать векторы  $\overrightarrow{AB}$ ,  $\overrightarrow{AC}$ ,  $\overrightarrow{AD}$  в ортонормальной системе  $\{\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\}$  и найти модули этих векторов.
- Найти угол между векторами  $\overrightarrow{AB}$  и  $\overrightarrow{AC}$ .
- Найти проекцию вектора  $\overrightarrow{AD}$  на вектор  $\overrightarrow{AB}$ .
- Вычислить площадь грани  $ABC$ .
- Найти объем пирамиды  $ABCD$ .

5. Даны координаты четырех точек:

$$A(-3; -2; -4), B(-4; 2; -7), C(5; 0; 3), M(-1; 3; 0).$$

Необходимо:

- Составить уравнение плоскости  $Q$ , которая проходит через точки  $A$ ,  $B$  и  $C$ .

- Составить канонические уравнения прямой, которая проходит через точку  $M$  перпендикулярно к плоскости  $Q$ .
- Найти точки пересечения полученной прямой с плоскостью  $Q$  и с координатными плоскостями  $XOY, XOZ, YOZ$ .
- Найти расстояние от точки  $M$  до плоскости  $Q$ .

6. Вычислить следующие пределы (не пользуясь правилом Лопитала).

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - 2x^2 + 3}{4x^2 + 3x + 2}$	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 2}{3x^2 + 2x - 1}$	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 - 3x - 2}{x^2 + 3x + 10}$
$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x^2 + 8x + 5}{3x^2 + 9x + 6}$	$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+4} - 1}{x^2 - 9}$	$\lim_{x \rightarrow 7} \frac{2 - \sqrt{x-3}}{x^2 - 49}$
$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 4x}{x^2};$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{\operatorname{tg} 2x}$	$\lim_{x \rightarrow 0} (1 + 4x)^{\frac{2}{x}}$
	$\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{x-1}{x+3} \right)^{x+2}$	

7. Заданную функцию  $y = f(x)$  исследовать на непрерывность и выяснить характер точек разрыва. Сделать схематический график

$f(x) = 4^{\frac{1}{2-x}}$	$f(x) = \begin{cases} x^2, & \text{если } x < 0 \\ \operatorname{tg} \frac{x}{2}, & \text{если } 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2} \\ 1, & \text{если } x > \frac{\pi}{2} \end{cases}$
----------------------------	--

8. Найти первую производную  $y'_x$  заданных функций:

$y = \frac{2(3x^3 + 4x^2 - x - 2)}{15\sqrt{x+1}}$	$y = x - \ln \left( 2 + e^x + 2\sqrt{e^{2x} + e^x + 1} \right)$
$y = \operatorname{arctg} \left( \frac{\operatorname{tg} x - \operatorname{ctg} x}{\sqrt{2}} \right)$	$y = \sin \sqrt{3} + \frac{1}{3} \cdot \frac{\sin^2 3x}{\cos 6x}$

9. Найти первую производную  $y'_x$  заданных функций:

$y = (\operatorname{arctg} x)^{(1/2)\ln(\operatorname{arctg} x)}$	$y = x \cdot e^y$	$\begin{cases} x = \frac{3t^2 + 1}{3t^3}, \\ y = \sin \left( \frac{t^3}{3} + t \right) \end{cases}$
---	-------------------	---

10. Данна функция  $y = f(x)$  и два значения аргумента  $x_1$  и  $x_2$ . Необходимо найти приближенное значение данной функции при  $x = x_2$ , используя ее значение при  $x = x_1$  и заменяя прирост  $\Delta y$  функции  $y = f(x)$  соответствующим дифференциалом  $dy$ :

$$y = \sqrt[3]{3x^2 + 8x - 16}; \\ x_1 = 4; x_2 = 3,94$$

$$y = \cos(x); \\ x_1 = 60^\circ; x_2 = 63^\circ.$$

11. Выполнить полное исследование заданных функций и построить их графики:

$$y = \frac{x^3 + 4}{x^2}$$

$$y = \frac{e^{2x}}{2x}$$

$$y = x^3 - 3x^2 + 3$$

12. Используя методы дифференциального вычисления, решить следующие физические задачи:

- При подготовке к экзамену студент за  $t$  дней изучает  $\left(\frac{t}{t+k}\right)$ -ю часть курса и забывает  $(\alpha \cdot t)$ -ю часть. Сколько дней нужно потратить на подготовку, чтобы была изучена максимальная часть курса? Решить задачу при условии, что  $k = 3\alpha = 1/48$ .
- Тело массой  $m_0 = 3000$  кг падает с высоты  $H$  метров и теряет массу (сгорает) пропорционально времени падения. Коэффициент пропорциональности  $k = 100$  кг/с. Считая, что начальная скорость  $V_0 = 0$ , ускорение  $g = 10$  м/с, найти наибольшую кинетическую энергию тела. Решить задачу при условии, что  $H = 1805$  м.

Критерии и шкала оценивания по оценочному средству «индивидуальные задания»

Шкала оценивания (интервал баллов)	Критерий оценивания
Зачтено	Правильно решены 90-100% заданий
Не зачтено	Правильно решены менее 90% заданий

## Оценочные средства для промежуточной аттестации (экзамен)

Типовой билет. Семестр 1.

Билет № 0

1. Произведения векторов. 1 балл

2. Решить систему линейных алгебраических уравнений 1 балл

$$\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 8 \\ 2x_1 - 4x_2 - 3x_3 = -1 \\ x_1 + 5x_2 + x_3 = 0 \end{cases}$$

3. Заданы координаты вершин треугольника 1 балл  
 $A_1(3; 1; 4), A_2(-1; 6; 1), A_3(-1; 1; 6)$ . Найти:

- а) векторы  $\vec{c} = \overrightarrow{A_1A_2}$  и  $\vec{d} = \overrightarrow{A_1A_3}$ ;
- б) длины векторов  $\vec{c}$  и  $\vec{d}$ ;
- в) скалярное произведение векторов  $\vec{c} \cdot \vec{d}$ ;
- д) угол между векторами  $\vec{c}$  и  $\vec{d}$ ;
- е) векторное произведение  $\vec{c} \times \vec{d}$ ;
- ж) площадь треугольника  $A_1A_2A_3$ .

4. Найти производную 1 балл  
 $y = (x^2 + x + 1) \cdot \operatorname{tg}(2x)$

5. Провести полное исследование функции и построить график 1 балл

$$y = \frac{e^{2(x+1)}}{2(x+1)}$$

Утверждено на заседании кафедры ПМ, протокол №\_\_\_\_ от \_\_\_\_ 20\_\_\_\_ г.

Заведующий кафедрой доц. Малый В.В.

Лектор

Билет № 0

**Часть I.** Теоретический вопрос.

(Полностью раскрытий вопрос оценивается в 1 балл).

1. Понятие первообразной

**Часть II.** Задание начального уровня сложности.

(Правильно выполненное задание оценивается в 2 балла).

1. Найти решения уравнений

2. Вычислить неопределенный интеграл

$$y'' + 3y' = 0.$$

$$\int (x^2 + 2x + 3)dx$$

### Часть III. Задание базового уровня сложности.

(Правильно выполненное задание оценивается в 1 балл).

3. Проинтегрировать рациональную дробь

$$\int \frac{(2x + 16)dx}{(x + 1)(x^2 + 4x + 13)} dx$$

4. Для функции  $u = 5x^2y - 3xy + x^3$  найти градиент и производную в точке  $A$  по направлению вектора  $\vec{s} = \overrightarrow{AB}$ :  $A(1; 2; -1)$ ,  $B(3; -1; 0)$ .

### Часть IV. Задание повышенного уровня сложности.

(Правильно выполненное задание – 1 балл).

1. Найти решения уравнений

$$y'' + 3y' = 3xe^{-3x};$$

Критерии и шкала оценивания по оценочному средству промежуточный контроль (экзамен)

Шкала оценивания	Критерий оценивания
отлично (5)	Студент глубоко и в полном объёме владеет программным материалом. Грамотно, исчерпывающе и логично его излагает в устной или письменной форме. При этом знает рекомендованную литературу, проявляет творческий подход в ответах на вопросы и правильно обосновывает принятые решения, хорошо владеет умениями и навыками при выполнении практических задач.
хорошо (4)	Студент знает программный материал, грамотно и по сути излагает его в устной или письменной форме, допуская незначительные неточности в утверждениях, трактовках, определениях и категориях или незначительное количество ошибок. При этом владеет необходимыми умениями и навыками при выполнении практических задач.
удовлетворительно (3)	Студент знает только основной программный материал, допускает неточности, недостаточно чёткие формулировки, непоследовательность в ответах, излагаемых в устной или письменной форме. При этом недостаточно владеет умениями и навыками при выполнении практических задач. Допускает до 30% ошибок в излагаемых ответах.
неудовлетворительно (2)	Студент не знает значительной части программного материала. При этом допускает принципиальные ошибки в доказательствах, в трактовке понятий и категорий, проявляет низкую культуру знаний, не владеет основными умениями и навыками при выполнении практических задач. Студент отказывается от ответов на дополнительные вопросы

## Лист изменений и дополнений

№ п/п	Виды дополнений и изменений	Дата и номер протокола заседания кафедры (кафедр), на котором были рассмотрены и одобрены изменения и дополнения	Подпись (с расшифровкой) заведующего кафедрой (заведующих кафедрами)

## Экспертное заключение

Представленный фонд оценочных средств (далее - ФОС) по дисциплине «Математика» соответствует требованиям ФГОС ВО.

Предлагаемые формы и средства текущего и промежуточного контроля адекватны целям и задачам реализации основной профессиональной образовательной программы по направлению подготовки 38.03.02 Менеджмент.

Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины представлены в полном объеме.

Виды оценочных средств, включенные в представленный фонд, отвечают основным принципам формирования ФОС.

Разработанный и представленный для экспертизы фонд оценочных средств рекомендуется к использованию в процессе подготовки обучающихся, по указанному направлению.

Председатель учебно-методической комиссии факультета компьютерных систем и информационных технологий



Н.Н. Ветрова