МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ «ЛУГАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ ВЛАДИМИРА ДАЛЯ»

Факультет компьютерных систем и информационных технологий

Кафедра прикладной математики

УТВЕРЖДАЮ
Декан факультета компьютерных систем и информационных технологий
_____ Кочевский А. А.
«05» 04 2023 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

«Математика»

по направлению подготовки 38.03.05 Бизнес-информатика

профиль подготовки «Информационная бизнес-аналитика»

Луганск – 2023

Лист согласования РПУД

Рабочая программа учебной дисциплины «Математика» по направлению подготовки 38.03.05 Бизнес-информатика. – 34 с.

Рабочая программа учебной дисциплины «Математика» составлена на основе федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 38.03.05 Бизнес-информатика, утвержденного приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 29 июня 2020 года № 838 (с изменениями и дополнениями), зарегистрированного в Министерстве юстиции Российской Федерации 19 августа 2020 года за № 59325, учебного плана по направлению подготовки 38.03.05 Бизнес-информатика, (профиль «Информационная бизнес-аналитика») и Положения о рабочей программе учебной дисциплины в ФГБОУ ВО «ЛГУ им. В. Даля».

СОСТАВИТЕЛЬ
кан. техн. наук, доц., заведующий кафедрой прикладной математики Малый В. В.

Рабочая программа дисциплины утверждена на заседании кафедры прикладной математики
18 апреля 2023 г., протокол № 10
Заведующий кафедрой прикладной математики _____ Малый В. В.
Переутверждена: «___» _____20___ г., протокол № _____

Согласована:
Декан экономического факультета_____ Тхор Е. С.

Рекомендована на заседании учебно-методической комиссии факультета компьютерных систем и информационных технологий
19 апреля 2023 г., протокол № 8

Председатель учебно-методической комиссии факультета компьютерных систем и информационных технологий _____ Ветрова Н. Н.

© Малый Д. В., 2023 год
© ФГБОУ ВО «ЛГУ им. В. Даля», 2023 год

Структура и содержание дисциплины

1. Цели и задачи дисциплины, ее место в учебном процессе

Дисциплина представляет собой изложение основных положений математики, необходимых для понимания и использования основных законов естественнонаучных и экономических дисциплин в профессиональной деятельности.

Цель изучения дисциплины – овладение студентами необходимым математическим аппаратом, помогающим анализировать, моделировать и решать задачи в рамках прикладных исследований.

Задачи: развитие логического и абстрактного мышления студентов; овладение студентами методами исследования и решения математических задач, выработка у студентов умения самостоятельно расширять свои математические знания и проводить математический анализ прикладных задач.

2. Место дисциплины в структуре ОПОП ВО

Дисциплина «Математика» входит в обязательную части учебного плана.

Необходимыми условиями для освоения дисциплины являются: знание элементарной математики: алгебры, геометрии, элементарных функций и основ математического анализа; умения решать типовые задачи элементарной математики; навыки мыслительной деятельности, логического анализа, математического и геометрического мышления.

Содержание дисциплины является логическим продолжением содержания элементарной математики и служит основой для освоения следующих дисциплин: «Статистика», «Эконометрика», «Интеллектуальный анализ данных», «Прогнозирование социально-экономических процессов», «Моделирование экономики», «Математические методы принятия решений», «Имитационное моделирование».

3. Требования к результатам освоения содержания дисциплины

Студенты, завершившие изучение дисциплины «Математика», должны

знать: систему категорий и методов, позволяющих осуществляет поиск необходимой информации, опираясь на результаты анализа поставленной задачи.

уметь: разрабатывает варианты решения проблемной ситуации на основе критического анализа доступных источников информации.

владеть: навыками выбирать оптимальный вариант решения задачи, аргументируя свой выбор.

Перечисленные результаты образования являются основой для формирования следующих компетенций (в соответствии с ФГОС ВО и

требованиями к результатам освоения основной профессиональной образовательной программы (ОПОП ВО):

универсальных:

УК-1 способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач

4. Структура и содержание дисциплины

4.1. Объем учебной дисциплины и виды учебной работы

Вид учебной работы	Объем часов (з.е.)		
	Очная форма	Очно-заочная форма	Заочная форма
Общая учебная нагрузка (всего)	288 (8 зач. ед)	288 (8 зач. ед)	288 (8 зач. ед)
Обязательная аудиторная учебная нагрузка (всего) в том числе:	136	48	24
Лекции	68	24	12
Семинарские занятия	-	-	-
Практические занятия	68	24	12
Лабораторные работы	-	-	-
Курсовая работа (курсовой проект)	-	-	-
Индивидуальное задание	-	-	-
Самостоятельная работа студента (всего)	152	240	264
Форма аттестации	зачет, экзамен	зачет, экзамен	зачет, экзамен

4.2. Содержание разделов дисциплины

Семестр 1

Тема 1. Линейная алгебра

Матрицы. Операции над матрицами. Определители. Свойства определителей. Разложение определителей. Методы вычисления определителей. Обратная матрица.

Матричные уравнения. Ранг матрицы. Системы линейных алгебраических уравнений. Матричный метод. Метод Крамера. Метод Гаусса. Теорема Кронекера–Капелли. Фундаментальная система решений.

Векторы. Линейные операции над векторами. Линейная зависимость векторов. Базис. Координаты вектора в базисе. Действия с векторами в координатном представлении. Декартова система координат. Изменение координат при замене базиса и начала координат.

Проекция вектора. Скалярное произведение векторов. Векторное произведение векторов. Смешанное произведение.

Линейные операторы на плоскости. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора. Квадратичные формы.

Тема 2. Аналитическая геометрия

Простейшие задачи аналитической геометрии на плоскости. Уравнение линии на плоскости. Уравнение прямой с угловым коэффициентом. Уравнение прямой с угловым коэффициентом, проходящей через данную точку. Уравнение прямой, проходящей через две данные точки. Общее уравнение прямой. Уравнение прямой в «отрезках». Нормальное уравнение прямой. Кривые второго порядка.

Уравнение поверхности в пространстве. Уравнение плоскости, проходящей через данную точку, с заданным нормальным вектором. Общее уравнение плоскости. Уравнение плоскости в «отрезках». Угол между двумя плоскостями. Условия параллельности и перпендикулярности двух плоскостей. Нормальное уравнение плоскости. Расстояние от точки до плоскости. Уравнение плоскости, проходящей через три точки.

Уравнения прямой линии в пространстве. Канонические и параметрические уравнения прямой. Уравнения прямой, проходящей через две точки. Угол между двумя прямыми. Условия параллельности и перпендикулярности двух прямых. Прямая и плоскость в пространстве: угол между прямой и плоскостью, условия пересечения прямой плоскости, условия параллельности и перпендикулярности прямой и плоскости.

Поверхности второго порядка. Цилиндрические поверхности. Сфера. Конусы. Эллипсоид. Гиперболоиды. Параболоиды. Геометрические свойства этих поверхностей.

Полярные координаты на плоскости. Спираль Архимеда. Цилиндрические и сферические координаты в пространстве. Различные способы задания линий и поверхностей в пространстве.

Тема 3. Математический анализ

Множества вещественных чисел. Функция. Область ее определения. Способы задания. Основные элементарные функции, их свойства и графики. Числовые последовательности, их роль в вычислительных процессах. Предел числовой последовательности. Существование предела монотонной ограниченной последовательности.

Предел функций, основные понятия и свойства. Односторонние пределы. Первый и второй замечательные пределы. Предел функции в бесконечности. Пределы монотонных функций. Бесконечно малые функции и их свойства. Сравнение бесконечно малых функций.

Непрерывность функции в точке. Непрерывность основных элементарных функций. Свойства функций, непрерывных на отрезке: ограниченность, существование наибольшего, наименьшего и промежуточных значений.

Дифференциальное исчисление функций одной переменной. Производная функции, ее смысл в различных задачах. Правила нахождения производной. Производная сложной и обратной функции. Дифференцирование функций, заданных параметрическим образом. Понятие функции, дифференцируемой в точке. Дифференциал функции, его геометрический смысл. Общее представление о методах линеаризации. Инвариантность формы дифференциала. Производные и дифференциалы высших порядков, их свойства. Точки экстремума функции. Теорема Ферма. Теоремы Ролля, Лагранжа, Коши и их применение. Основные теоремы о дифференцируемых функциях. Неопределенности и их раскрытие с помощью правила Лопиталя. Формулы Тейлора и Маклорена. Представление основных элементарных функций по формуле Тейлора. Применения формул Тейлора.

Применение дифференциального исчисления для исследования функций и построения их графиков Условия монотонности функции. Экстремумы функции, необходимое условие. Достаточные условия. Отыскание наибольшего и наименьшего значения функции, дифференцируемой на отрезке. Исследование выпуклости функции. Точки перегиба. Асимптоты функций. Понятие об асимптотическом разложении. Общая схема исследования функции и построение ее графика.

Семестр 2

Тема 3. Математический анализ

Неопределенный интеграл. Первообразная. Неопределенный интеграл и его свойства. Геометрический смысл неопределенного интеграла. Таблица неопределенных интегралов. Простейшие приёмы интегрирования. Использование таблиц интегралов. Интегрирование по частям и заменой переменной. Интегрирование простейших рациональных дробей. Разложение дробно-рациональной функции на простейшие дроби. Методы вычисления неопределенных коэффициентов. Интегрирование дробно-рациональных функций. Интегрирование некоторых иррациональных функций и выражений, содержащих тригонометрические функции. Интегрирование дифференциальных биномов. Применение тригонометрических подстановок для интегрирования содержащих радикалы функций.

Определенный интеграл и его приложения. Задачи, приводящие к понятию определенных интегралов. Интегральные суммы. Определенный интеграл и его свойства. Теорема о среднем. Производная интеграла по его верхнему пределу. Формула Ньютона-Лейбница. Основные приемы вычисления определенных интегралов. Интегрирование по частям и заменой переменной. Понятие о приближенном вычислении определенных интегралов. Приложение определенных интегралов к вычислению площадей, объемов, длин дуг. Несобственные интегралы с бесконечными пределами и от неограниченных функций. Признаки сходимости несобственных интегралов.

Функции нескольких переменных. Функции нескольких переменных. Область определения. Предел функции. Непрерывность. Частные производные. Полный дифференциал, его связь с частными производными. Инвариантность формы полного дифференциала. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Геометрический смысл полного дифференциала. Частные производные и полные дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора. Неявные функции. Теоремы существования. Дифференцирование неявных функций. Экстремумы функции нескольких переменных. Необходимое условие экстремума. Достаточные условия. Метод наименьших квадратов. Условный экстремум.

Тема 4. Дифференциальные уравнения

Обыкновенные дифференциальные уравнения. Физические задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям. Задача Коши. Теорема существования и единственности решения задачи Коши. Поле направлений и метод изоклин. Дифференциальные уравнения первого порядка с разделяющимися переменными и однородные дифференциальные уравнения. Приложения дифференциальных уравнений первого порядка в различных областях науки. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка. Уравнение Бернулли. Их решение с помощью методов Лагранжа и Бернулли. Дифференциальные уравнения первого порядка в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель. Дифференциальные уравнения высших порядков. Задача Коши. Понятие о краевых задачах для дифференциальных уравнений. Уравнение, допускающее понижение порядка. Однородные линейные и неоднородные линейные дифференциальные уравнения. Понятие общего решения. Определитель Вронского. Метод вариации неопределенных коэффициентов решения неоднородных линейных дифференциальных уравнений. Линейные

дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Уравнения с правой частью специального вида. Приложения к описанию линейных моделей.

4.3. Лекции

№ п/п	Название темы	Объем часов		
		Очная форма	Очно-заочная форма	Заочная форма
Семестр 1		34	12	6
Тема 1.	Линейная алгебра	10	4	2
Тема 2.	Аналитическая геометрия	8	4	2
Тема 3.	Математический анализ	16	4	2
Семестр 2		34	12	6
Тема 3.	Математический анализ	16	8	4
Тема 4.	Дифференциальные уравнения	12	4	2
Итого:		68	24	12

4.4. Практические занятия

№ п/п	Название темы	Объем часов		
		Очная форма	Очно-заочная форма	Заочная форма
Семестр 1		34	12	6
Тема 1.	Линейная алгебра	10	4	2
Тема 2.	Аналитическая геометрия	8	4	2
Тема 3.	Математический анализ	16	4	2
Семестр 2		34	12	6
Тема 3.	Математический анализ	16	8	4
Тема 4.	Дифференциальные уравнения	12	4	2
Итого:		68	24	12

4.5. Лабораторные работы

Лабораторные работы по дисциплине не предусмотрены.

4.6. Самостоятельная работа студентов

№ п/п	Название темы	Вид СРС	Объем часов		
			Очная форма	Очно-заочная форма	Заочная форма
Семестр 1			76	120	132
Тема 1.	Линейная алгебра	подготовка к контрольной работе; выполнение домашнего задания	20	32	36

Тема 2.	Аналитическая геометрия	подготовка к контрольной работе; выполнение домашнего задания	16	24	28
Тема 3.	Математический анализ	подготовка к контрольной работе; выполнение домашнего задания	40	64	68
Семестр 2			76	120	132
Тема 3.	Математический анализ	подготовка к контрольной работе; выполнение домашнего задания	40	66	72
Тема 4.	Дифференциальные уравнения	подготовка к контрольной работе; выполнение домашнего задания	36	54	60
Итого:			152	240	264

4.7. Курсовые работы/проекты.

Курсовые работы по дисциплине не предусмотрены.

5. Образовательные технологии

Преподавание дисциплины ведется с применением следующих видов образовательных технологий:

– традиционные объяснительно-иллюстративные технологии, которые обеспечивают доступность учебного материала для большинства студентов, системность, отработанность организационных форм и привычных методов, относительно малые затраты времени;

– технологии проблемного обучения, направленные на развитие познавательной активности, творческой самостоятельности студентов и предполагающие последовательное и целенаправленное выдвижение перед студентом познавательных задач, разрешение которых позволяет студентам активно усваивать знания (используются поисковые методы; постановка познавательных задач);

– технологии развивающего обучения, позволяющие ориентировать учебный процесс на потенциальные возможности студентов, их реализацию и развитие;

– технологии концентрированного обучения, суть которых состоит в создании максимально близкой к естественным психологическим особенностям человеческого восприятия структуры учебного процесса и которые дают возможность глубокого и системного изучения содержания учебных дисциплин за счет объединения занятий в тематические блоки;

– технологии модульного обучения, дающие возможность обеспечения гибкости процесса обучения, адаптации его к индивидуальным потребностям и особенностям обучающихся (применяются, как правило, при самостоятельном обучении студентов по индивидуальному учебному плану);

– технологии дифференцированного обучения, обеспечивающие возможность создания оптимальных условий для развития интересов и способностей студентов, в том числе и студентов с особыми

образовательными потребностями, что позволяет реализовать в культурно-образовательном пространстве университета идею создания равных возможностей для получения образования

– технологии активного (контекстного) обучения, с помощью которых осуществляется моделирование предметного, проблемного и социального содержания будущей профессиональной деятельности студентов (используются активные и интерактивные методы обучения) и т.д.

Максимальная эффективность педагогического процесса достигается путем конструирования оптимального комплекса педагогических технологий и (или) их элементов на личностно-ориентированной, деятельностной, диалогической основе и использования необходимых современных средств обучения.

6. Формы контроля освоения дисциплины

Текущая аттестация студентов производится в дискретные временные интервалы лектором или преподавателем, ведущим практические занятия по дисциплине, в следующих формах:

– фронтальные и индивидуальные опросы;

– контрольные работы;

– проверка домашних заданий.

Фонды оценочных средств, включающие типовые домашние задания, контрольные работы, позволяющие оценить результаты текущей и промежуточной аттестации обучающихся по данной дисциплине, помещаются в приложении к рабочей программе в соответствии с «Положением о фонде оценочных средств».

Промежуточная аттестация по результатам освоения дисциплины проходит в форме:

письменного экзамена, включающего теоретические вопросы и практические задания. В случае неполного, спорного или некорректного выполнения задания письменного экзамена, допускается уточняющий устный опрос студента, на основании которого возможна корректировка оценки результатов промежуточной аттестации. Допуск к промежуточной аттестации производится на основании положительных результатов по всем формам текущего контроля;

зачета (предполагает выполнение всех видов учебной работы, предусмотренных рабочей программой учебной дисциплины).

В экзаменационную ведомость и зачетную книжку выставляются оценки по шкале, приведенной в таблице.

Шкала оценивания	Характеристика знания предмета и ответов	Зачеты
отлично (5)	Студент глубоко и в полном объёме владеет программным материалом. Грамотно, исчерпывающе и логично его излагает в устной или письменной форме. При этом знает рекомендованную литературу, проявляет творческий подход в ответах на вопросы и	зачтено

	правильно обосновывает принятые решения, хорошо владеет умениями и навыками при выполнении практических задач.	
хорошо (4)	Студент знает программный материал, грамотно и по сути излагает его в устной или письменной форме, допуская незначительные неточности в утверждениях, трактовках, определениях и категориях или незначительное количество ошибок. При этом владеет необходимыми умениями и навыками при выполнении практических задач.	
удовлетворительно (3)	Студент знает только основной программный материал, допускает неточности, недостаточно чёткие формулировки, непоследовательность в ответах, излагаемых в устной или письменной форме. При этом недостаточно владеет умениями и навыками при выполнении практических задач. Допускает до 30% ошибок в излагаемых ответах.	
неудовлетворительно (2)	Студент не знает значительной части программного материала. При этом допускает принципиальные ошибки в доказательствах, в трактовке понятий и категорий, проявляет низкую культуру знаний, не владеет основными умениями и навыками при выполнении практических задач. Студент отказывается от ответов на дополнительные вопросы.	не зачтено

7. Учебно-методическое и программно-информационное обеспечение дисциплины:

а) основная литература:

1. Киркинский А.С., Математический анализ : Учебное пособие для вузов / Киркинский А.С. - М.: Академический Проект, 2019. - 526 с. (Gaudeamus) - ISBN 978-5-8291-3040-4 - Текст : электронный // ЭБС "Консультант студента" : [сайт]. - URL : http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785829130404.html (дата обращения: 02.09.2022). - Режим доступа : по подписке.

2. Максименко В.Н., Курс математического анализа : учебник / Максименко В.Н. - Новосибирск : Изд-во НГТУ, 2016. (Серия "Учебники НГТУ") - ISBN 978-5-7782-2914-3 - Текст : электронный // ЭБС "Консультант студента" : [сайт]. - URL : http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785778229143.html (дата обращения: 02.09.2022). - Режим доступа : по подписке.

3. Попов В.С., Линейная алгебра : учебное пособие / В.С. Попов - М. : Издательство МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2016. - 251 с. - ISBN 978-5-7038-4305-5 - Текст : электронный // ЭБС "Консультант студента" : [сайт]. - URL : http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785703843055.html (дата обращения: 02.09.2022). - Режим доступа : по подписке.

4. Чеголин А.П., Линейная алгебра и аналитическая геометрия : учебное пособие / Чеголин А.П. - Ростов н/Д : Изд-во ЮФУ, 2015. - 150 с. - ISBN 978-5-9275-1728-2 - Текст : электронный // ЭБС "Консультант студента" : [сайт]. - URL : http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785927517282.html (дата обращения: 02.09.2022). - Режим доступа : по подписке.

б) дополнительная литература:

1. Беклемишев Д. В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры [Текст] : учебник / Д. В. Беклемишев. - 5-е изд., перераб. - М. : Наука, 1984. – 320 с.

2. Бермант А. Ф. Краткий курс математического анализа [Текст] : учебник / А. Ф. Бермант, И. Г. Араманович. - 8-е изд., испр. и доп. - М. : Наука, 1973. – 720 с.

3. Берман Г. Н. Сборник задач по курсу математического анализа [Текст] : учеб. пособие / Г. Н. Берман. - 20-е изд. - М. : Наука, 1985. - 384 с.

4. Бугров Я. С. Высшая математика. В 3 т. Дифференциальное и интегральное исчисление [Текст] : учебник для вузов / Я. С. Бугров, С. М. Никольский. - 8-е изд., стер. - М. : Дрофа, 2007. - 509 с.

5. Бугров Я. С. Дифференциальное и интегральное исчисление [Текст] : учебник / Я. С. Бугров, С. М. Никольский. - М. : Наука, 1984. - 432 с.

6. Грибанов В. М. Высшая математика. Курс лекций. Ч. 1 [Текст] / В. М. Грибанов, Н. М. Крамарь, О. П. Швед. - Луганск : Изд-во ВНУ им. В. Даля, 2002. - 164 с.

7. Грибанов В. М. Высшая математика. Курс лекций. Ч. 2 [Текст] / В. М. Грибанов, Н. М. Крамарь, О. П. Швед. - Луганск : Изд-во ВНУ им. В. Даля, 2002. - 144 с.

8. Грибанов В. М. Высшая математика. Курс лекций. Ч. 3 [Текст] / В. М. Грибанов, Н. М. Крамарь, О. П. Швед. - Луганск : Изд-во ВНУ им. В. Даля, 2003. - 174 с.

9. Данко П. Е. Высшая математика в упражнениях и задачах: Учеб. Пособие для вузов / П. Е. Данко, А. Г. Попов, Т. Я. Кожевникова, С. П. Данко. – 7-е изд., испр. - М. : ООО «Издательство АСТ»: ООО «Издательство «Мир и Образование», 2014. - 816 с.

10. Клетеник Д. В. Сборник задач по аналитической геометрии [Текст] : учеб. пособие для втузов / Д. В. Клетеник ; под ред. Н. В. Ефимова. - СПб. : "Специальная литература", 1998. - 200 с.

11. Кудрявцев В. А. Краткий курс высшей математики [Текст] : учеб. пособие / В. А. Кудрявцев, Б. П. Демидович. - 4-е изд., перераб. и доп. - М. : Наука, 1975. - 624 с.

12. Пискунов Н. С. Дифференциальное и интегральное исчисления: Для втузов. [Текст] : учеб. пособие / Н. С. Пискунов. - 13-е изд. - М. : Наука, 1985. - 560 с.

13. Сборник задач по математике для втузов. Ч. 1. Линейная алгебра и основы математического анализа [Текст] : учеб. пособие / под ред.: А. В. Ефимова, Б. П. Демидовича. - М. : Наука, 1981. - 464 с.

14. Сборник задач по математике для втузов. Ч. 2. Специальные разделы математического анализа [Текст] : учеб. пособие / под ред.: А. В. Ефимова, Б. П. Демидовича. - М. : Наука, 1981. - 368 с.

15. Шнейдер В. Е. Краткий курс высшей математики. В 2 т. [Текст] : учеб. пособие / В. Е. Шнейдер, А. И. Слуцкий, А. С. Шумов. - 2-е изд., перераб. и доп. - М. : Высш. школа, 1978. - 328 с.

в) методические указания:

1. Методические рекомендации и сборник примеров для выполнения индивидуальных заданий по высшей математике. Раздел: «Линейная и векторная алгебра» для студентов инженерных, электротехнических и экономических направлений подготовки [Электронный ресурс] / сост.: В. В. Малый, Д. В. Малый, В. С. Щелоков. - Луганск : ЛНУ им. В. Даля, 2019. - 156 с.

2. Методические указания к практической работе по дисциплине “Высшая математика” [Электронный ресурс] . Ч.1 : Линейная алгебра и аналитическая геометрия / сост.: В. В. Малый, Д. В. Малый. - Луганск : ЛГУ им. В. Даля, 2015. - 82 с.

3. Методические указания к практической работе по дисциплине “Высшая математика” [Электронный ресурс] . Ч. 2 : Дифференциальное исчисление / сост.: В. В. Малый, Д. В. Малый. - Луганск : ЛГУ им. В. Даля, 2015. - 71 с.

4. Методические указания к практической работе по дисциплине “Высшая математика” [Электронный ресурс] . Ч. 3 : Интегральное исчисление / сост.: В. В. Малый, Д. В. Малый. - Луганск : ЛГУ им. В. Даля, 2015. - 70 с.

5. Методические указания к практической работе по дисциплине “Высшая математика” [Электронный ресурс] . Ч. 4 : Функции многих переменных. Дифференциальные уравнения / сост.: В. В. Малый, Д. В. Малый. - Луганск : ЛГУ им. В. Даля, 2015. - 67 с.

г) интернет-ресурсы:

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации – https://minobrnauki.gov.ru/

Федеральная служба по надзору в сфере образования и науки – http://obrnadzor.gov.ru/

Портал Федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования – http://fgosvo.ru

Федеральный портал «Российское образование» – http://www.edu.ru/

Информационная система «Единое окно доступа к образовательным ресурсам» – http://window.edu.ru/

Федеральный центр информационно-образовательных ресурсов – http://fcior.edu.ru/

Электронные библиотечные системы и ресурсы

Электронно-библиотечная система «Консультант студента» – http://www.studentlibrary.ru/cgi-bin/mb4x

Электронно-библиотечная система «StudMed.ru» – https://www.studmed.ru

Информационный ресурс библиотеки образовательной организации

Научная библиотека имени А. Н. Коняева – http://biblio.dahluniver.ru/

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Освоение дисциплины «Математика» предполагает использование академических аудиторий, соответствующих действующим санитарным и противопожарным правилам и нормам.

Прочее: рабочее место преподавателя, оснащенное компьютером с доступом в Интернет.

Программное обеспечение:

Функциональное назначение	**Бесплатное программное обеспечение**	**Ссылки**
Офисный пакет	Libre Office 6.3.1	https://www.libreoffice.org/ https://ru.wikipedia.org/wiki/LibreOffice
Операционная система	UBUNTU 19.04	https://ubuntu.com/ https://ru.wikipedia.org/wiki/Ubuntu
Браузер	Firefox Mozilla	http://www.mozilla.org/ru/firefox/fx
Браузер	Opera	http://www.opera.com
Почтовый клиент	Mozilla Thunderbird	http://www.mozilla.org/ru/thunderbird
Файл-менеджер	Far Manager	http://www.farmanager.com/download.php
Архиватор	7Zip	http://www.7-zip.org/
Графический редактор	GIMP (GNU Image Manipulation Program)	http://www.gimp.org/ http://gimp.ru/viewpage.php?page_id=8 http://ru.wikipedia.org/wiki/GIMP
Редактор PDF	PDFCreator	http://www.pdfforge.org/pdfcreator
Аудиоплейер	VLC	http://www.videolan.org/vlc/

Паспорт
фонда оценочных средств по учебной дисциплине
«Математика»
Перечень компетенций (элементов компетенций), формируемых в результате освоения учебной дисциплины

№ п/п	Код контролируемой компетенции	Формулировка контролируемой компетенции	Контролируемые темы учебной дисциплины	Этапы формирования (семестр изучения)
1	УК-1	способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	Тема 1. Линейная алгебра	1 (начальный)
			Тема 2. Аналитическая геометрия	1 (начальный)
			Тема 3. Математический анализ	1, 2 (начальный)
			Тема 4. Дифференциальные уравнения	2 (начальный)

Показатели и критерии оценивания компетенций, описание шкал оценивания

№ п/п	Код контролируемой компетенции	Показатель оценивания (знания, умения, навыки)	Контролируемые темы учебной дисциплины	Наименование оценочного средства
1.	УК-1	знать: систему категорий и методов, позволяющих осуществляет поиск необходимой информации, опираясь на результаты анализа поставленной задачи. уметь: разрабатывает варианты решения проблемной ситуации на основе критического анализа доступных источников информации. владеть: навыками выбирать оптимальный вариант решения задачи, аргументируя свой выбор.	Тема 1, Тема 2, Тема 3, Тема 4	Фронтальные и индивидуальные опросы; контрольные работы; домашние задания; промежуточная аттестация (зачет/экзамен)

Фонды оценочных средств по дисциплине «Математика»

Вопросы для фронтальных и индивидуальных опросов:

Тема 1. Линейная алгебра.

1. Какие системы линейных алгебраических уравнений называются определенными, неопределенными, несовместными?
2. Какой является квадратная система линейных алгебраических уравнений, если ее определитель равен нулю?
3. Какой должна быть система линейных алгебраических уравнений, чтобы ее можно было решать методом Крамера?
4. Система линейных алгебраических уравнений решается методом Гаусса. Как узнать, что она определенная, неопределенная, несовместная?
5. Что такое матрица? Какими могут быть матрицы?
6. Какие матрицы можно перемножать? Как они перемножаются?
7. Что такое определитель второго порядка?
8. Что такое определитель третьего порядка?
9. Что такое минор элемента a_{ij} определителя?
10. Что такое алгебраическое дополнение элемента a_{ij} определителя?
11. Что значит разложить определитель по элементам строки или столбца?
12. Какая матрица называется обратной по отношению к данной квадратной матрице?
13. Как записать крамеровскую систему линейных алгебраических уравнений в матричной форме?
14. Как построить обратную матрицу для данной квадратной матрицы с определителем, отличным от нуля?
15. Что такое вектор? его длина? орт вектора?
16. Сформулируйте свойства операции сложения векторов.
17. При каких условиях: 1) $|\vec{a}+\vec{b}| = |\vec{a}| + |\vec{b}|$? 2) $|\vec{a}+\vec{b}| = |\vec{a}| - |\vec{b}|$?
18. Какие несколько векторов называются линейно зависимыми? линейно независимыми?
19. Как геометрически располагаются пара или тройка векторов линейно зависимых векторов? линейно независимых векторов?
20. Что такое базис некоторого множества векторов? координаты вектора в выбранном базисе?
21. Сформулируйте правило сложения двух векторов, заданных разложениями в некотором базисе.
22. Сформулируйте понятие прямоугольного базиса и прямоугольной декартовой системы координат.
23. Что такое скалярное, векторное и смешанное произведение х векторов? Как их вычислять? Перечислите их свойства и геометрический смысл.

Тема 2. Аналитическая геометрия.

24. Что такое алгебраическая линия? Сформулируйте теорему об инвариантности порядка алгебраической линии.
25. Напишите равенства, выражающие условия параллельности и перпендикулярности двух прямых на плоскости.
26. Почему плоскости и только они называются поверхностями 1-го порядка?
27. Что такое эллипс? Сформулируйте свойство фокальных радиусов точки эллипса. Найдите координаты центра симметрии, полуоси.

28. Какие прямые называются асимптотами гиперболы? Напишите уравнения асимптот гиперболы $4x^2 - 9y^2 = 36$.

29. Прямая L задана уравнением с угловым коэффициентом $y = kx + b$. Поясните геометрический смысл k и b.

30. Прямые L_1 и L_2 заданы уравнениями $L_1: y = k_1x + b_1$, $L_2: y = k_2x + b_2$. Напишите условия параллельности и перпендикулярности этих прямых.

31. Как геометрически объяснить, что система уравнений

$$\begin{cases} A_1x + B_1y + C_1 = 0 \\ A_2x + B_2y + C_2 = 0 \end{cases}$$

является несовместной? совместной и неопределённой? совместной и определенной?

32. При каком условии плоскость и прямая в пространстве параллельны? перпендикулярны?

33. Напишите условие перпендикулярности прямых в пространстве.

34. Напишите общее уравнение плоскости. Каков геометрический смысл коэффициентов уравнения?

35. Напишите уравнение плоскости, проходящей через 3 заданные точки $M_1(x_1; y_1; z_1)$, $M_2(x_2; y_2; z_2)$, $M_3(x_3; y_3; z_3)$.

36. Запишите уравнение плоскости, проходящей через данную точку $M_0(x_0; y_0; z_0)$ перпендикулярно вектору $\vec{n} = (A; B; C)$.

37. Что такое эллипсоид? Какими линиями являются его сечения координатными плоскостями в прямоугольной декартовой системе координат?

38. В каком случае эллипсоид называется эллипсоидом вращения? При вращении какой фигуры и вокруг какой оси он образуется?

39. Какой симметрией обладают однополостный и двуполостный гиперболоиды, параболоиды и почему?

40. Написать уравнения линий, образующихся в сечении координатными плоскостями гиперболоидов и параболоидов, заданных каноническими уравнениями. Нарисовать эти линии.

Тема 3. Математический анализ.

41. Какое числовое множество называется ограниченным сверху?

42. Какое числовое множество называется ограниченным снизу?

43. Какое числовое множество называется ограниченным снизу?

44. Что называется точной верхней границей числового множества?

45. Что называется точкой нижней границей числового множества?

46. Что называется модулем действительного числа?

47. При каких условиях $|x + y| = |x| + |y|$.

48. При каких условиях $|x + y| = -|x| + |y|$.

49. Напишите неравенства, связывающие модуль суммы и разности двух чисел с суммой и разностью их модулей.

50. Изобразите график функции $y = \operatorname{sign} x$.

51. Изобразите график функции $y = [x]$ – целая часть числа x.

52. Сформулируйте теорему о пределе ограниченной монотонной функции(последовательности).

53. Дайте определение понятия $\lim\limits_{x \to a} f(x) = A$ на языке $\delta - \varepsilon$.

54. Дайте определение понятия $\lim\limits_{x \to a} f(x) = A$, используя понятие бесконечно малой функции при $x \to a$.

55. Сформулируйте теорему о сжатой переменной.

56. Сформулируйте теорему о предельном переходе в неравенстве.

57. Сформулируйте теорему об ограниченности функции, имеющей предел при $x \to a$.

58. Сформулируйте теоремы о пределах суммы, произведения и частного функций.

59. Сформулируйте определение понятия $\lim\limits_{x \to a+} f(x) = A$ на языке $\delta - \varepsilon$.

60. Сформулируйте определение понятия $\lim\limits_{x \to a-} f(x) = A$ на языке $\delta - \varepsilon$.

61. Дайте определение понятия $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = A$.

62. Дайте определение понятия $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = A$.

63. Дайте определение понятия $\lim\limits_{x \to \infty} f(x) = A$.

64. Напишите первый замечательный предел и пределы, связанные с ним.

65. Напишите второй замечательный предел и пределы, связанные с ним.

66. Дайте определение понятия $\lim\limits_{x \to a} f(x) = +\infty$.

67. 27.Дайте определение понятия $\lim\limits_{x \to a} f(x) = \infty$.

68. Используя определение производной, найдите $y'(4)$, если $y = \sqrt{x}$.

69. Геометрический смысл производной. Напишите уравнение касательной к графику функции $y = \operatorname{arctg} x$ в точке $x = 1$.

70. Найдите углы, под которыми пересекаются линии $x^2 + y^2 = 8$, $y^2 = 2x$.

71. Приведите пример функции, график которой имеет в некоторой точке вертикальную касательную.

72. Найдите $f'_-(1)$ и $f'_+(1)$, если $f(x) = |x-1|e^x$. Существует ли $f'(1)$?

73. Найдите y'_x, если: а) $y = \ln\left(x + \sqrt{a^2 + x^2}\right)$; б) $y = \operatorname{arctg} th(x)$.

74. Что можно сказать о дифференцируемости суммы функций $f(x) + g(x)$ в точке $x = x_0$ если, в этой точке: а) функция $f(x)$ дифференцируема, а функция $g(x)$ не дифференцируема? б) обе функции $f(x)$ и $g(x)$ не дифференцируемы?

75. Используя определение, покажите, что функция $y = x^2 - 2x$ дифференцируема в точке $x = 2$ и найдите её дифференциал в этой точке.

76. Является ли непрерывность функции в данной точке достаточным условием дифференцируемости? Ответ обосновать с помощью примера.

77. Для каких функций дифференциал равен приращению? Приведите пример.

78. Сформулируйте, в чём состоит геометрический и физический смысл дифференциала.

79. Что понимается под инвариантностью формы первого дифференциала?

80. Используя формулу для вычисления дифференциала, найдите dy, если $y = x \cdot \sin x + \cos x$.

81. Пусть $y = \sin x$, $x = \cos t$ Какие из следующих равенств справедливы: $dy|_{t=\frac{\pi}{2}} = 0$; $dy|_{t=\frac{\pi}{2}} = dx$; $dy|_{t=\frac{\pi}{2}} = -dt$?

82. Может ли существовать $f''(x_0)$, если не существует $f'(x_0)$?

83. Найдите $f^{(n)}(x)$, если $f(x) = \ln x \cdot x$.

84. Вычислите, используя правило Лопиталя: а) $\lim\limits_{x \to 0} \frac{x \cdot \cos x - \sin x}{x^3}$; б) $\lim\limits_{x \to +0} x^{\frac{2}{4+\ln x}}$.

85. Напишите формулу Тейлора для функции $f(x)$ с остаточным членом в форме: а) Пеано; б) Лагранжа.

86. Разложите функцию $f(x) = \ln\cos x$ по формуле Маклорена до членов с x^4.

87. С помощью формулы Маклорена или канонических разложений получите приближённую формулу (ограничиваясь членами порядка x^2) для функций: а) $y = \sqrt{1+x}$, $x \to 0$, $|x| < 1$; б) $y = \ln(1+3x)$, $x \to 0$, $|x| < 1/3$.

88. Найдите числа a и b такие, что $\lim\limits_{x\to 0} \frac{e^{ax} - \sqrt{1+bx}}{x^2} = 1$.

89. Исследуйте функции и постройте их графики: а) $y = \frac{(x-2)^2(x+4)}{4}$; б) $y = \frac{x}{x^2-4}$; в) $y = \sqrt[3]{1-x^2}$.

90. Какой из конусов, описанных около данного шара радиуса R, имеет наименьший объем?

91. Какая функция называется первообразной по отношению к функции $f(x)$, заданной на данном промежутке?

92. Чем отличаются две первообразные функции для одной и той же функции на одном и том же промежутке?

93. В чем состоит свойство линейности для неопределенного интеграла?

94. Запишите формулу интегрирования по частям в неопределенном интеграле.

95. Какую подстановку нужно выполнить для рационализации интеграла $\int R\left(\sqrt[3]{x}, \sqrt[4]{x}\right) dx$?

96. Укажите рационализирующую подстановку для интеграла $\int R\left(x, \sqrt[n]{\frac{\alpha x+\beta}{\gamma x+\delta}}\right) dx$.

97. Какой интеграл называется неберущимся?

98. Сформулируйте достаточное условие существования первообразной.

99. Чему равен $\int F'(x)\,dx$? $\int dF(x)$?

100. Чему равна производная неопределенного интеграла?

101. Покажите, что функции $F_1(x) = -\frac{1}{2}\cos 2x$; $F_2(x) = \sin^2 x$ являются первообразными одной и той же функции на числовой оси.

102. Докажите справедливость формулы для табличного интеграла $\int x^n dx; (n \neq -1)$.

103. Докажите справедливость формулы для табличного интеграла $\int \frac{dx}{a^2+x^2}$.

104. Вычислите интеграл $\int \frac{dx}{x^2+px+q}; \left(q - \frac{p^2}{4} > 0\right)$, сведя его к табличному.

105. Вычислите интеграл $\int \frac{dx}{x^2+px+q}; \left(q - \frac{p^2}{4} < 0\right)$, сведя его к табличному.

106. Вычислите интеграл $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+px+q}}$, сведя его к табличному.

107. Вычислите с помощью интегрирования по частям $\int x \cdot \sin ax\, dx$.

108. Запишите интегральную сумму, составленную для функции $f(x)$ на промежутке $[a; b]$. Объясните смысл величин, входящих в формулу.

109. Какой геометрический смысл имеет определенный интеграл $\int_a^b f(x)\,dx$, где $f(x)$- непрерывная неотрицательная функция?

110. Сформулируйте достаточные условия интегрируемости функции $f(x)$ на конечном промежутке $[a, b]$.

111. Какая функция называется интегрируемой на промежутке $[a, b]$?

112. Чему равен $\int_a^b F'(x)\,dx$? $\int_a^b dF(x)$?

113. Сформулируйте необходимое условие интегрируемости функции на промежутке $[a, b]$.

114. Чему равен определенный интеграл от нечетной функции по симметричному промежутку $[-a; a]$?

115. Если пределы интегрирования поменять местами, то как изменится величина интеграла? Выразите это свойство формулой.

116. Сформулируйте свойство линейности определенного интеграла.

117. Сформулируйте свойство, связывающее знаки функции и определенного интеграла на промежутке $[a, b]$.

118. Сформулируйте свойство об интегрировании неравенства между функциями на промежутке $[a, b]$.

119. Сформулируйте свойство об оценке модуля определенного интеграла.

120. Сформулируйте теорему о среднем для определенного интеграла от непрерывной функции.

121. Запишите формулу Ньютона – Лейбница.

122. Приведите геометрическую интерпретацию теоремы о среднем для определенного интеграла.

123. Что такое среднее (интегральное) значение функции $f(x)$ на промежутке $[a, b]$?

124. Сформулируйте определение несобственного интеграла 1-го рода с бесконечным верхним пределом от непрерывной функции.

125. Сформулируйте определение несобственного интеграла 1-го рода с бесконечным нижним пределом от непрерывной функции.

126. Какой несобственный интеграл называется абсолютно сходящимся?

127. Укажите, для каких значений параметра p интеграл $\int_a^{+\infty} \frac{dx}{x^p}$, $(a > 0)$ является сходящимся, а для каких значений – расходящимся

128. Запишите формулы, выражающие свойство линейности для несобственного интеграла с бесконечным верхним пределом.

129. Сформулируйте признак сравнения в конечной форме на примере несобственных интегралов 1-го рода с бесконечным верхним пределом.

130. Что такое полный дифференциал функции $z = f(x, y)$?

131. Запишите формулу, определяющую частную производную функции $z = f(x, y)$ по переменной y в точке $M_0(x_0, y_0)$.

132. Какая функция двух аргументов называется дифференцируемой?

133. Запишите формулу, выражающую полный дифференциал функции $z = f(x, y)$ через её частные производные.

134. Запишите формулу, выражающую второй полный дифференциал функции $z = f(x, y)$ через её частные производные.

135. Как соотносятся между собой свойства непрерывности и дифференцируемости функции двух переменных?

136. Какая функция $z = f(x, y)$ называется непрерывной в точке $M_0(x_0, y_0)$?

137. Как определяется евклидово расстояние $\rho(M_1, M_2)$ между двумя точками $M\left(x_1^{(1)}, \dots, x_m^{(1)}\right)$ и $M\left(x_1^{(2)}, \dots, x_m^{(2)}\right)$ m-мерного пространства?

138. Какая точка множества E называется внутренней? граничной?

139. Что такое δ-окрестность точки $M_0(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \dots, x_m^{(0)})$?

140. Какое множество E называется ограниченным? замкнутым? связным?

141. Сформулируйте определение предела функции $f(M)=f(x,y)$ в точке $M_0(x_0,y_0)$.

142. Сформулируйте теорему о равенстве вторых смешанных производных функции $z=f(x,y)$.

143. Как соотносятся между собой свойства дифференцируемости и существования первых частных производных функции $z=f(x,y)$?

144. Сформулируйте определение производной функции

145. $u=f(M)=f(x,y,z)$ по направлению вектора $\vec{l}$.

146. Запишите формулу, выражающую производную функции $u=f(x,y,z)$ по направлению вектора $\overline{l^0}=(\cos\alpha,\cos\beta,\cos\gamma)$ через частные производные функции u.

147. Запишите формулу, связывающую $\mathbf{grad}\,u$ и производную $\frac{\partial u}{\partial l}$ в заданной точке скалярного поля u.

148. Как связаны направления наибольшего роста функции $u=f(x,y,z)$ с вектором $\mathbf{grad}\,u$ в рассматриваемой точке $M(x,y,z)$?

149. Выразите $\max\frac{\partial u}{\partial l}$ и $\min\frac{\partial u}{\partial l}$ через $\mathbf{grad}\,u$ в заданной точке скалярного поля u.

150. Запишите формулу для производной $\frac{\partial z}{\partial y}$ сложной функции $z=z(u,v),\quad u=u(x,y),\quad v=v(x,y)$.

151. Запишите формулу для производной $\frac{dy}{dx}$ неявной функции, заданной уравнением $F(x,y)=0$.

152. Запишите формулы для производных $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$ неявной функции, заданной уравнением: $F(x,y,z)=0$.

153. Сформулируйте определение локального максимума (локального минимума) функции $z=f(x,y)$ в точке $M_0(x_0,y_0)$.

154. Сформулируйте необходимые условия, а также достаточные условия экстремума функции $z=f(x,y)$.

155. Сформулируйте правило отыскания наибольшего и наименьшего значений функции $z=f(x,y)$ в ограниченной замкнутой области.

156. Что такое стационарная точка функции $z=f(x,y)$?

157. Сформулируйте определение условного максимума функции $u=f(M)$ при связи $\varphi(M)=0$ (рассмотрите случай двух или трех переменных).

158. Сформулируйте необходимые условия условного экстремума функции $u=f(M)$ при связи $\varphi(M)=0$ по методу Лагранжа (рассмотрите случай двух или трех переменных).

159. Сформулируйте теорему Вейерштрасса об ограниченности функции, непрерывной в замкнутой ограниченной области.

160. Сформулируйте теорему Вейерштрасса о существовании наибольшего и наименьшего значений функции, непрерывной в замкнутой ограниченной области.

Тема 4. Дифференциальные уравнения.

161. Каков геометрический смысл уравнения $y'=f(x,y)$. Написать уравнение касательной к интегральной кривой уравнения $y'=x^2y^2$ в точке $M_0(1,\ 2)$.

162. Дайте определение изоклины дифференциального уравнения $y'=f(x,y)$. Изоклины уравнения $y'=x^2/y$ есть: A) окружности; B) прямые; C) параболы; D) гиперболы; E) эллипсы; F) нет прав. ответа.

163. Дано уравнение $y'=x^2-2x+y$. Напишите уравнение линии возможных точек экстремумов его интегральных кривых. Сделайте чертёж.

164. Сформулируйте теорему Коши для уравнения $y'=f(x,y)$. Пусть Ω – область, в которой выполнены её условия этого уравнения. Какие из последующих утверждений справедливы: A) его интегральные кривые могут иметь разрывы 1-го рода в Ω; B) интегральные кривые могут иметь угловой экстремум в Ω; C) интегральные кривые могут пересекаться в Ω; D) интегральные кривые могут быть прямыми линиями; E) нет правильного утверждения? Ответ обосновать.

165. Решите задачу Коши: $(1+y^2)dx+xydy=0$; $y(1)=1$.

166. Найдите все решения уравнения $xy'=y+\sqrt{y^2-x^2}$.

167. Найдите общие решения (интегралы) уравнений:

168. а) $xy'-2y=x^3\cos x$; б) $3y'+y=1/y^2$; в) $(x^3+xy^2)dx+(x^2y+y^3)dy=0$.

169. Найдите все линии, у которых отрезок касательной между точкой касания и осью абсцисс делится пополам в точке пересечения с осью ординат. Указание: Используйте уравнение касательной к кривой.

170. Сформулируйте теорему Коши для уравнения $y''=f(x,y,y')$. Каков геометрический смысл начальных условий $y(0)=-1$, $y'(0)=1$ для этого уравнения? Изобразите приближенно интегральную кривую в окрестности начальной точки, считая для определенности $y''>0$ в этой окрестности.

171. Найти значение α, при котором функция $y=x^2$ является решением уравнения $x(x-1)y''-(2x-1)y'+\alpha y=0$.

172. Дано уравнение: $y''^3+xy''=2y'$. С помощью какой подстановки можно понизить его порядок? Напишите общий вид таких уравнений.

173. Найдите общие решения уравнений методом понижения порядка: а) $y''=\ln x$; б) $y''=\frac{y'}{x}+x$.

174. Решите задачу Коши: $yy''=(y')^2-(y')^3$; $y(1)=1$, $y'(1)=1$.

175. Как с помощью фундаментальной системы решений $y_1(x)$, … , $y_n(x)$ записать общее решение уравнения $L[y]=0$? Почему нулевое решение не может входить в фундаментальную систему решений уравнения $L[y]=0$?

176. Дано уравнение: $y''-5y'+\alpha y=0$. При каком значении α число 3 будет корнем его характеристического уравнения? Найти общее решение данного дифференциального уравнения при найденном значении α.

177. Линейное однородное дифференциальное уравнение 3-го порядка с постоянными коэффициентами имеет частные решения: 1, $\sin 3x$. Это уравнение может иметь вид: A) $y'''-9y=0$; B) $y'''-9y'=0$; C) $y'''+9y=0$; D) $y'''+9y'=0$; E) нет правильного ответа.

178. Решите линейное уравнение $y''-2y'+y=e^x/x$ методом вариации произвольных постоянных.

179. Найдите общее решение линейного неоднородного уравнения методом неопределённых коэффициентов: $y''-y=2e^x-x^2$.

180. Найдите частное решение линейного неоднородного уравнения $y''+y=4e^x$, удовлетворяющее начальным условиям $y(0)=4$, $y'(0)=-3$, методом неопределённых коэффициентов.

181. Найдите общее решение системы дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 2x + y, \\ \frac{dy}{dt} = 3x + 4y. \end{cases}$$

182. Точка с массой m движется прямолинейно. На неё действует сила, пропорциональная кубу времени, истекшему от момента, когда скорость была равна v (коэффициент пропорциональности равен k). Кроме того, на точку действует сила сопротивления среды, пропорциональная произведению скорости и времени (коэффициент пропорциональности равен k_1). Найдите зависимость скорости от времени. Указание: примените 2-й закон Ньютона.

Критерии и шкала оценивания по оценочному средству «фронтальный и индивидуальный опрос»

Шкала оценивания	Критерий оценивания
отлично (5)	Студент глубоко и в полном объёме владеет программным материалом. Грамотно, исчерпывающе и логично его излагает в устной или письменной форме. При этом знает рекомендованную литературу, проявляет творческий подход в ответах на вопросы и правильно обосновывает принятые решения, хорошо владеет умениями и навыками при выполнении практических задач.
хорошо (4)	Студент знает программный материал, грамотно и по сути излагает его в устной или письменной форме, допуская незначительные неточности в утверждениях, трактовках, определениях и категориях или незначительное количество ошибок. При этом владеет необходимыми умениями и навыками при выполнении практических задач.
удовлетворительно (3)	Студент знает только основной программный материал, допускает неточности, недостаточно чёткие формулировки, непоследовательность в ответах, излагаемых в устной или письменной форме. При этом недостаточно владеет умениями и навыками при выполнении практических задач. Допускает до 30% ошибок в излагаемых ответах.
неудовлетворительно (2)	Студент не знает значительной части программного материала. При этом допускает принципиальные ошибки в доказательствах, в трактовке понятий и категорий, проявляет низкую культуру знаний, не владеет основными умениями и навыками при выполнении практических задач. Студент отказывается от ответов на дополнительные вопросы

Типовые варианты контрольных работ:

Тема 1. Линейная алгебра.

Вариант № 0

1. Решить систему линейных уравнений методом Крамера

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 5 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 11 \end{cases}$$

2. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 3 & 6 & 10 \\ 1 & 4 & 10 & 20 \end{vmatrix}$$

3. Решить систему линейных уравнений матричным методом

$$\begin{cases} 1x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 6 \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 = 20 \\ 3x_1 - 2x_2 - 5x_3 = 6 \end{cases}$$

4. Найти матрицу, обратную к данной

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 5 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

5. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} 4x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 9 \\ 2x_1 + 5x_2 - 3x_3 = 4 \\ 5x_1 + 6x_2 - 2x_3 = 18 \end{cases}$$

Тема 2. Аналитическая геометрия.

Вариант № 0

Даны координаты вершин пирамиды $ABCD$:

$$A = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 6 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \qquad C = \begin{pmatrix} 4 \\ 8 \\ -9 \end{pmatrix} \qquad D = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Найти:

1) длины ребер AB, AC, AD.;

2) угол между ребрами AB и AC;

3) угол между ребром AD и основанием ABC;

4) Вычислить площадь основания ABC;

5) Вычислить объем пирамиды $ABCD$;

6) Зная объём пирамиды и площадь её основания ABC, найти высоту h пирамиды $ABCD$;

7) Найти уравнение плоскости основания ABC, которая проходит через точки A, B и C.

8) Составить канонические уравнения прямой, которая проходит через вершину D перпендикулярно к плоскости основания Q;

9) Найти точку K пересечения полученной прямой с плоскостью основания Q;

10) Найти расстояние от вершины D пирамиды до плоскости основания Q и сравнить полученный результат с длиной вектора DK.

Тема 3. Математический анализ («Введение в математический анализ», семестр 1).

Вариант № 0

1. Найти область определения заданных функций.

$$y=\sqrt{\frac{x+2}{1-3x}}+\frac{1}{x^2} \qquad y=\frac{\ln(1+x)}{x-1}$$

2. Найти пределы.

$$\lim_{x\to\infty}\frac{3x^5+2x^4-3x+1}{2x^3+4x^2+3x-8} \qquad \lim_{x\to 3}\frac{2x^2-7x+3}{x^2-8x+15}$$

3. Используя замечательные пределы, вычислить:

$$\lim_{x\to 0}\frac{1-\cos 3x}{3x^2} \qquad \lim_{x\to\infty}\left(\frac{3x+3}{3x+5}\right)^{2x+4}$$

4. Найти пределы, используя эквивалентные бесконечно малые функции.

$$\lim_{x\to 0}\frac{\ln(1+3x^2)}{x^3-5x^2} \qquad \lim_{x\to 0}\frac{(e^{5x}-1)}{x}$$

5. Исследовать функцию на непрерывность, найти точки разрыва функции и установить их характер. Сделать схематический чертеж.

$$f(x)=2^{\frac{1}{x-3}}+1 \qquad \begin{cases} x+4; & x<-1 \\ x^2+2; & -1\le x<1 \\ 2x; & x\ge 1 \end{cases}$$

Тема 3. Математический анализ («Неопределенный интеграл», семестр 2).

Вариант № 0

1. Найти неопределенный интеграл, используя таблицу и его основные свойства.

$$\int\left(x^{3/4}+5x\sqrt{x}+\sqrt[3]{x}-\frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}\right)dx \qquad \int\frac{4dx}{x-4}$$

2. Найти неопределенный интеграл, используя метод формирования специального выражения под знаком дифференциала.

$$\int(x^2-3)^4 2xdx \qquad \int\sqrt{x^2-3x+5}(2x-3)dx$$

3. Найти неопределенный интеграл, используя метод замены переменных и метод интегрирования по частям

$$\int (4^{2x} - x^2 5^{x^3})dx \qquad \int \frac{\ln x}{x^2}dx$$

4. Найти неопределенный интеграл от дробно-рациональной функции

$$\int \frac{(8x^3 + 2x^2 + 4x - 1)dx}{x - 1} \qquad \int \frac{12}{x^2 + 7x + 15}dx$$

5. Найти неопределенный интеграл от тригонометрических функций

$$\int \sin 2x \cdot \cos 4x dx \qquad \int \cos\frac{2 - 5x}{3}\sin\frac{\pi}{3}dx$$

Тема 3. Математический анализ («Определенный интеграл», семестр 2).

Вариант № 0

1. Вычислить определенный интеграл:

$$\int_0^1 \frac{x^2 + 1}{(x^3 + 3x + 1)^2}dx$$

2. Вычислить площадь фигуры, ограниченную линиями:

$y = x^2,$
$y = 2 - x^2$

$\begin{cases} x = 8\cos^3 t \\ y = 2\sin^3 t' \end{cases}$
$0 \le t \le \frac{\pi}{2}$

$\rho = 2\cos 2\varphi.$
$0 \le t \le \frac{\pi}{2}$

3. Вычислить длину дуги кривой:

$y = -\ln(\cos x),$
$0 \le x \le \frac{\pi}{6}$

$\begin{cases} x = 3(t - \sin t) \\ y = 3(1 - \cos t)' \end{cases}$
$\frac{\pi}{2} \le t \le \pi$

$\rho = 2\cos\varphi,$
$0 \le \varphi \le \frac{\pi}{3}.$

4. Вычислить объем (задача а) и площадь поверхности вращения (задача б) тела, полученного вращением заданной фигуры вокруг оси Ox:

а) $y = x^3, y = \sqrt{x}.$ б) $\begin{matrix} y = 1 - x; \\ x = 0; \quad x = 1 \end{matrix}$

5. Вычислить несобственный интеграл или установить его расходимость

$$\int_0^{\infty} xe^{-x^2}\,dx$$

Тема 4. Дифференциальные уравнения.

Вариант № 0

1. Найти общее решение или решить задачу Коши для дифференциальных уравнений с разделяющимися переменными:

$xy' - y\ln y = 0$

$y' = 2\sqrt{y},$
$y(0) = 1.$

2. Найти общее решение или решить задачу Коши для однородных дифференциальных уравнений первого порядка.

$xy^2y' - (x^3 + y^3) = 0;$

$ydx + 2\left(\sqrt{xy} - x\right)dy = 0$
$y(1) = 1$

3. Найти общие решения линейных дифференциальных уравнений первого порядка:

$y' + tgxy = -\cos x;$

$y' + \frac{2y}{x} = \frac{e^{-x^2}}{x}.$

4. Найти общее решение или решить задачу Коши для дифференциальных уравнений второго порядка, допускающих понижение порядка

$y'' - \cos 6x = \frac{2}{\sqrt{x}};$

$y'' - \frac{2x}{x^2+1}y' = 0;$

5. Найти решения линейных дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами

$y'' + 2y' = 0;$

$y'' - 2y' - 3y = e^{4x};$

Критерии и шкала оценивания по оценочному средству «контрольная работа»

Шкала оценивания	Критерий оценивания
5	Контрольная работа выполнена на высоком уровне (правильные ответы даны на 90-100% вопросов/задач)
4	Контрольная работа выполнена на среднем уровне (правильные ответы даны на 75-89% вопросов/задач)
3	Контрольная работа выполнена на низком уровне (правильные ответы даны на 50-74% вопросов/задач)
2	Контрольная работа выполнена на неудовлетворительном уровне (правильные ответы даны менее чем на 50%)

Типовые варианты домашних заданий:

Семестр 1.

Вариант № 0

1. Даны координаты вершин треугольника ABC:

$$A(-8;\ -3);\ B(4;\ -12);\ C(8;\ 10).$$

Необходимо найти:

- длину стороны AB;
- уравнение сторон AB и BC и их угловые коэффициенты;
- угол ψ между прямыми AB и BC в радианах;
- уравнение высоты CD и ее длину;
- уравнение медианы AE и координаты точки Kпересечения этой медианы с высотой CD;
- уравнение прямойL, которая проходит через точку K параллельно к стороне AB;
- координаты точки $F(x_F, y_F)$, которая находится симметрично точке A относительно прямой CD.

2. Дано: точка $A(2;\ 5)$ и прямая $y = 1$. Необходимо составить уравнение геометрического места точек, равноудаленных от заданной токи $A(x_A, y_A)$ и прямой $y = d$.
Полученное уравнение привести к простейшему виду и построить график кривой.

3. Заданы две системы линейных уравнений. Решить первую систему методом Крамера. Полученный при решении первой системы результат проверить с помощью метода обратной матрицы. Вторую систему решить с помощью метода Гаусса.

$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - 1x_3 = 11, \\ 4x_1 - 1x_2 + 4x_3 = -10, \\ 1x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 9 \end{cases}$	$\begin{cases} 1x_1 + 2x_2 - 1x_3 = 1, \\ 3x_1 + 5x_2 - 1x_3 = 1, \\ 4x_1 + 7x_2 - 2x_3 = 2 \end{cases}$

4. Даны координаты вершин пирамиды $ABCD$:

$$A(2;\ -3;\ 1),\ B(6;\ 1;\ -1),\ C(4;\ 8;-9),\ D(2;\ -1;\ 2).$$

Необходимо:

- Записать векторы$\overline{AB}$, $\overline{AC}$, $\overline{AD}$ в ортонормальной системе $\{\vec{i}, \vec{j},\ \vec{k}\}$ и найти модули этих векторов.
- Найти угол между векторами $\overline{AB}$ и $\overline{AC}$.
- Найти проекцию вектора $\overline{AD}$ на вектор $\overline{AB}$.
- Вычислить площадь грани ABC.
- Найти объем пирамиды $ABCD$.

5. Даны координаты четырех точек:

$$A(-3;\ -2;\ -4),\ B(-4;\ 2;\ -7),\ C(5;\ 0;\ 3),M(-1;\ 3;\ 0).$$

Необходимо:

– Составить уравнение плоскости Q, которая проходит через точки A, B и C.
– Составить канонические уравнения прямой, которая проходит через точку M перпендикулярно к плоскости Q.
– Найти точки пересечения полученной прямой с плоскостью Q и с координатными плоскостями XOY, XOZ, YOZ.
– Найти расстояние от точки M до плоскости Q.

6. Вычислить следующие пределы (не пользуясь правилом Лопиталя).

$\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3-2x^2+3}{4x^2+3x+2}$	$\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^2+2}{3x^2+2x-1}$	$\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{2x^2-3x-2}{x^2+3x+10}$
$\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{3x^2+8x+5}{3x^2+9x+6}$	$\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{\sqrt{x+4}-1}{x^2-9}$	$\lim\limits_{x\to 7}\dfrac{2-\sqrt{x-3}}{x^2-49}$
$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos 4x}{x^2}$;	$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 3x}{tg2x}$	$\lim\limits_{x\to 0}(1+4x)^{\frac{2}{x}}$
	$\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{x-1}{x+3}\right)^{x+2}$	

7. Заданную функцию $y=f(x)$ исследовать на непрерывность и выяснить характер точек разрыва. Сделать схематический график

$f(x)=4^{\frac{1}{2-x}}$	$f(x)=\begin{cases} x^2, & \text{если } x<0 \\ \operatorname{tg}\dfrac{x}{2}, & \text{если } 0\le x\le\dfrac{\pi}{2} \\ 1, & \text{если } x>\dfrac{\pi}{2} \end{cases}$

8. Найти первую производную y'_x заданных функций:

$y=\dfrac{2(3x^3+4x^2-x-2)}{15\sqrt{x+1}}$	$y=x-\ln\left(2+e^x+2\sqrt{e^{2x}+e^x+1}\right)$
$y=\operatorname{arctg}\left(\dfrac{\operatorname{tg}x-\operatorname{ctg}x}{\sqrt{2}}\right)$	$y=\sin\sqrt{3}+\dfrac{1}{3}\cdot\dfrac{\sin^2 3x}{\cos 6x}$

9. Найти первую производную y'_x заданных функций:

$y=(\operatorname{arctg}x)^{(1/2)\ln(\operatorname{arctg}x)}$	$y=x\cdot e^y$	$\begin{cases} x=\dfrac{3t^2+1}{3t^3}, \\ y=\sin\left(\dfrac{t^3}{3}+t\right) \end{cases}$

10. Дана функция $y = f(x)$ и два значения аргумента x_1 и x_2. Необходимо найти приближенное значение данной функции при $x = x_2$, используя ее значение при $x = x_1$ и заменяя прирост Δy функции $y = f(x)$ соответствующим дифференциалом dy:

$y = \sqrt[3]{3x^2 + 8x - 16}$; $x_1 = 4$; $x_2 = 3{,}94$	$y = \cos(x)$; $x_1 = 60°$; $x_2 = 63°$.

11. Выполнить полное исследование заданных функций и построить их графики:

$y = \frac{x^3 + 4}{x^2}$	$y = \frac{e^{2x}}{2x}$	$y = x^3 - 3x^2 + 3$

12. Используя методы дифференциального вычисления, решить следующие физические задачи:

1. При подготовке к экзамену студент за t дней изучает $\left(\frac{t}{t+k}\right)$-ю часть курса и забывает $(\alpha \cdot t)$-ю часть. Сколько дней нужно потратить на подготовку, чтобы была изучена максимальная часть курса? Решить задачу при условии, что $k = 3\alpha = 1/48$.
2. Тело массой $m_0 = 3000$ кг падает с высоты H метров и теряет массу (сгорает) пропорционально времени падения. Коэффициент пропорциональности $k = 100$ кг/с. Считая, что начальная скорость $V_0 = 0$, ускорение $g = 10$ м/с, найти наибольшую кинетическую энергию тела. Решить задачу при условии, что $H = 1805$ м.

Семестр 2.

Вариант № 0

1. Вычислить неопределенные интегралы:

$\int \frac{7x^3 + 40x - 96}{2x^4 + 5x^3 - 12x^2} dx$;	$\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2 - 16}}$;	$\int x^2 \cos 4x dx$.

2. Вычислить определенный интеграл:

$$\int_0^3 \frac{4x dx}{\sqrt[3]{(3x-8)^2} - 2\sqrt[3]{3x-8} + 4}.$$

3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной параболами:

$y = \frac{x^2}{2} - x + 1$	$y = -\frac{x^2}{2} + 3x + 6$

4. Вычислить несобственный интеграл, или установить его расходимость:

$$\int_1^\infty \frac{dx}{x^2 + 4x + 13}.$$

5. Исследовать функцию $z = f(x, y)$ на экстремум:_
$z = xy - x^2 - 2y^2 + x + 10y - 8.$

6. Найти общее решение (общий интеграл) дифференциального уравнения:
$y' = \frac{8x + 5y}{5x - 2y}.$

7. Дано дифференциальное уравнение второго порядка, которое допускает понижение порядка. Найти частное решение, которое удовлетворяет заданным начальным условиям.
$$xy'' - y' - x^2 = 0, y(1) = {}^4/_3, y'(1) = 3.$$

8. Задано линейное неоднородное дифференциальное уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами. Найти частное решение, которое удовлетворяет приведенным начальным условиям.
$$y'' - 2y' - 8y = 16x^2 + 2, y(0) = 0, y'(0) = 5.$$

9 Решить систему уравнений и найти частные решения, которые удовлетворяют приведенным начальным условиям.
$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 2x + y, \\ \frac{dy}{dt} = x + 2y, \end{cases}$$
$$x(0) = 1, y(0) = 3.$$

Критерии и шкала оценивания по оценочному средству «индивидуальные задания»

Шкала оценивания (интервал баллов)	Критерий оценивания
Зачтено	Правильно решены 90-100% заданий
Не зачтено	Правильно решены менее 90% заданий

Оценочные средства для промежуточной аттестации (зач/экзамен)

Семестр 1.

Зачёт выставляется при условии выполнения студентом всех мероприятий текущего контроля с положительным результатом.

Типовой билет. Семестр 2.

Билет № 0

Часть I. Теоретический вопрос.
(Полностью раскрытый вопрос оценивается в 1 балл).

1. Понятие первообразной

Часть II. Задание начального уровня сложности.
(Правильно выполненное задание оценивается в 2 балла).
1. Найти решения уравнений
$$y'' + 3y' = 0.$$
2. Вычислить неопределенный интеграл
$$\int (x^2 + 2x + 3)dx$$

Часть III. Задание базового уровня сложности.
(Правильно выполненное задание оценивается в 1 балл).
3. Проинтегрировать рациональную дробь
$$\int \frac{(2x+16)dx}{(x+1)(x^2+4x+13)}dx$$

4. Для функции $u = 5x^2y - 3xy + x^3$ найти градиент и производную в точке A по направлению вектора $\vec{s} = \overrightarrow{AB}$: $A(1;2;-1)$, $B(3;-1;0)$.

Часть IV. Задание повышенного уровня сложности.
(Правильно выполненное задание – 1 балл).
1. Найти решения уравнений
$$y'' + 3y' = 3xe^{-3x};$$

Утверждено на заседании кафедры ПМ, протокол №__ от _____ 20__ г.

Заведующий кафедрой *доц. Малый В.В.*

Лектор *доц. Малый Д.В.*

Критерии и шкала оценивания по оценочному средству промежуточный контроль (экзамен)

Шкала оценивания	Критерий оценивания
отлично (5)	Студент глубоко и в полном объёме владеет программным материалом. Грамотно, исчерпывающе и логично его излагает в устной или письменной форме. При этом знает рекомендованную литературу, проявляет творческий подход в ответах на вопросы и правильно обосновывает принятые решения, хорошо владеет умениями и навыками при выполнении практических задач.
хорошо (4)	Студент знает программный материал, грамотно и по сути излагает его в устной или письменной форме, допуская незначительные неточности в утверждениях, трактовках, определениях и категориях или незначительное количество ошибок. При этом владеет необходимыми умениями и навыками при выполнении практических задач.
удовлетворительно (3)	Студент знает только основной программный материал, допускает неточности, недостаточно чёткие формулировки, непоследовательность в ответах, излагаемых в устной или

	письменной форме. При этом недостаточно владеет умениями и навыками при выполнении практических задач. Допускает до 30% ошибок в излагаемых ответах.
неудовлетворительно (2)	Студент не знает значительной части программного материала. При этом допускает принципиальные ошибки в доказательствах, в трактовке понятий и категорий, проявляет низкую культуру знаний, не владеет основными умениями и навыками при выполнении практических задач. Студент отказывается от ответов на дополнительные вопросы

Лист изменений и дополнений

№ п/п	Виды дополнений и изменений	Дата и номер протокола заседания кафедры (кафедр), на котором были рассмотрены и одобрены изменения и дополнения	Подпись (с расшифровкой) заведующего кафедрой (заведующих кафедрами)