

**Комплект оценочных материалов по дисциплине  
«Математика»**

**Задания закрытого типа**

**Задания закрытого типа на выбор правильного ответа**

1. Выберите один правильный ответ

Вычислить определитель:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix}$$

- А) -2
- Б) 0
- В) -5
- Г) 3

Правильный ответ: А

Компетенции (индикаторы): УК-1, ОПК-8

2. Выберите один правильный ответ

Вычислить скалярное произведение  $\vec{a} \cdot \vec{b}$  векторов:

$$\vec{a}(1; 2; 3); \vec{b}(-1; 0; 0)$$

- А) 3
- Б) 0
- В) -1
- Г)  $\pm 3$

Правильный ответ: В

Компетенции (индикаторы): УК-1, ОПК-8

3. Выберите один правильный ответ

Вычислить производную функции в точке  $x = 0$ :

$$y(x) = \sqrt{1 + x^2}$$

- А) -23
- Б) 0
- В) -5
- Г) 3

Правильный ответ: Б

Компетенции (индикаторы): УК-1, ОПК-8

4. Выберите один правильный ответ

Вычислить предел функции:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$$

- А)  $-1$
- Б)  $0$
- В)  $\pi$
- Г)  $e$

Правильный ответ: Г

Компетенции (индикаторы): УК-1, ОПК-8

5. Выберите один правильный ответ

Неопределенный интеграл  $\int x^3 dx$  равен:

- А)  $\frac{x^2}{2} + C$
- Б)  $3x^3 + C$
- В)  $\frac{x^3}{3} + C$
- Г)  $\frac{x^4}{4} + C$

Правильный ответ: Г

Компетенции (индикаторы): УК-1, ОПК-8

6. Выберите один правильный ответ

Неопределенный интеграл  $\int 2^x dx$  равен:

- А)  $2^x \cdot \ln 2 + C$
- Б)  $\frac{x^3}{3} + C$
- В)  $\frac{2^x}{\ln 2} + C$
- Г)  $x \cdot 2^x + C$

Правильный ответ: В

Компетенции (индикаторы): УК-1, ОПК-8

7. Выберите один правильный ответ

Неопределенный интеграл  $\int \frac{dx}{a^2+x^2}$  равен:

- А)  $\frac{1}{a} \cdot \arctg \frac{a}{x} + C$
- Б)  $\frac{a}{a^2+x^2} + C$
- В)  $\frac{1}{a} \cdot \arctg \frac{x}{a} + C$
- Г)  $\frac{1}{a} \cdot \tg \frac{x}{a} + C$

Правильный ответ: В

Компетенции (индикаторы): УК-1, ОПК-8

8. Выберите один правильный ответ

Неопределенный интеграл  $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2-x^2}}$  равен:

- А)  $\arcsin \frac{x}{a} + C$

Б)  $\arccos \frac{a}{x} + C$

В)  $-\frac{1}{\sqrt{a^2+x^2}} + C$

Г)  $\arcsin \frac{a}{x} + C$

Правильный ответ: А

Компетенции (индикаторы): УК-1, ОПК-8

9. Выберите один правильный ответ

Какой из указанных признаков НЕприменим для исследования на сходимость неотрицательных рядов?

А) интегральный признак

Б) признак Коши

В) признак Даламбера

Г) признак Лейбница

Правильный ответ: Г

Компетенции (индикаторы): УК-1, ОПК-8

10. Выберите один правильный ответ

Какой из указанных признаков применяется для исследования на сходимость знакочередующихся рядов?

А) интегральный признак

Б) признак Коши

В) признак Даламбера

Г) признак Лейбница

Правильный ответ: Г

Компетенции (индикаторы): УК-1, ОПК-8

11. Выберите один правильный ответ

Какой из рядов является сходящимся?

А)  $1 + \frac{4}{3} + \frac{16}{9} + \dots + \left(\frac{4}{3}\right)^{n-1} + \dots$

Б)  $1 - \frac{2}{3} + \frac{4}{9} + \dots + \left(-\frac{2}{3}\right)^{n-1} + \dots$

В)  $1 - 1 + 1 - 1 + \dots + (-1)^{n-1} + \dots$

Г)  $\frac{10}{1001} + \frac{20}{2002} + \dots + \frac{10n}{1000n+1} + \dots$

Правильный ответ: Б

Компетенции (индикаторы): УК-1, ОПК-8

12. Выберите один правильный ответ

Если радиус сходимости для степенного ряда  $R > 0$ , то этот ряд сходится на интервале

А)  $(0; R)$

Б)  $(-R; R)$

В)  $(0; \infty)$

Г)  $(-R; 0)$

Правильный ответ: Б

Компетенции (индикаторы): УК-1, ОПК-8

13. Выберите один правильный ответ

Если ряд из абсолютных величин знакочередующегося ряда сходится, то знакочередующийся ряд:

А) сходится условно

Б) может как сходиться условно, так и расходиться

В) сходится абсолютно

Г) расходится

Правильный ответ: В

Компетенции (индикаторы): УК-1, ОПК-8

### Задания закрытого типа на установление соответствия

1. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

	Определитель		Значение определителя
1)	$\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix}$	А)	1
2)	$\begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}$	Б)	-2
3)	$\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}$	В)	0
4)	$\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{vmatrix}$	Г)	2

Правильный ответ:

1	2	3	4
Б	Г	А	В

Компетенции (индикаторы): УК-1, ОПК-8

2. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

	Матрица		Ранг матрицы
1)	$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$	А)	2
2)	$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$	Б)	1
3)	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	В)	3
4)	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	Г)	0

Правильный ответ:

1	2	3	4
Б	А	В	Г

Компетенции (индикаторы): УК-1, ОПК-8

3. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

	$y(x)$		$y'(x)$
1)	$\sin(x^2)$	A)	$-\frac{1}{x^2}$
2)	$\frac{1}{x}$	Б)	$\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$
3)	$\sqrt{1+x^2}$	В)	0
4)	$e^\pi$	Г)	$2 \cdot x \cdot \cos(x^2)$

Правильный ответ:

1	2	3	4
Г	А	Б	В

Компетенции (индикаторы): УК-1, ОПК-8

4. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

	Векторы		$ \vec{a} \times \vec{b} $
1)	$\vec{a}(1; 2; 3); \vec{b}(-1; 0; 0)$	A)	1
2)	$\vec{a}(1; 2; 3); \vec{b}(1; 2; 3)$	Б)	$\sqrt{2}$
3)	$\vec{a}(1; 0; 0); \vec{b}(0; 1; 0)$	В)	0
4)	$\vec{a}(1; 0; 1); \vec{b}(0; 1; 0)$	Г)	$\sqrt{13}$

Правильный ответ:

1	2	3	4
Г	В	А	Б

Компетенции (индикаторы): УК-1, ОПК-8

5. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

	Неопределенный интеграл		Значение
1)	$\int \frac{dx}{\cos^2 x}$	A)	$\frac{(x-1)^2}{2} + C$
2)	$\int \frac{e^x}{2} dx$	Б)	$\frac{1}{2} \cdot \sin 2x + C$
3)	$\int \cos 2x dx$	В)	$\frac{e^x}{2} + C$
4)	$\int (x-1)dx$	Г)	$\operatorname{tg} x + C$

Правильный ответ:

1 Г	2 В	3 Б	4 А
--------	--------	--------	--------

Компетенции (индикаторы): УК-1, ОПК-8

6. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

	Дифференциальное уравнение		Порядок дифференциального уравнения
1)	$1 - y' = x^2y$	А)	4
2)	$\frac{d^2y}{dx^2} = x^2 + y^2$	Б)	3
3)	$y' + y'' + y''' = 0$	В)	1
4)	$\frac{dy}{dx} + x \frac{d^4y}{dx^4} = x + y$	Г)	2

Правильный ответ:

1 В	2 Г	3 Б	4 А
--------	--------	--------	--------

Компетенции (индикаторы): УК-1, ОПК-8

7. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

	$z(x, y)$		$z'_x(x, y)$
1)	$x^2 + y^2$	А)	0
2)	$\frac{x}{y}$	Б)	$\frac{1}{y}$
3)	$e^{xy}$	В)	$2x$
4)	$e^{\pi y}$	Г)	$y \cdot e^{xy}$

Правильный ответ:

1 В	2 Б	3 Г	4 А
--------	--------	--------	--------

Компетенции (индикаторы): УК-1, ОПК-8

8. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

	Дифференциальное уравнение		Тип дифференциального уравнения
1)	$y'' + y = 0$	А)	Линейное неоднородное
2)	$y'' + y' + y = 1$	Б)	Линейное однородное
3)	$y' + 2y = y^2x$	В)	Бернулли
4)	$y' = x^2$	Г)	С разделяющимися переменными

Правильный ответ:

1 Б	2 А	3 В	4 Г
--------	--------	--------	--------

Компетенции (индикаторы): УК-1, ОПК-8

9. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

1)	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$	A)	степенной ряд
2)	$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$	Б)	гармонический ряд
3)	$\sum_{n=1}^{\infty} (\sin nx + \cos nx)$	В)	тригонометрический ряд
4)	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$	Г)	знакочередующийся ряд

Правильный ответ:

1	2	3	4
Б	А	В	Г

Компетенции (индикаторы): УК-1, ОПК-8

10. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

	Функция		Разложение в ряд Маклорена
1)	$e^x$	A)	$1 + x + x^2 + \dots + x^n + \dots$
2)	$\cos x$	Б)	$\frac{x}{1!} - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \dots + \frac{(-1)^{n+1} x^{2n-1}}{(2n-1)!} + \dots$
3)	$\sin x$	В)	$1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \dots + \frac{x^n}{n!} + \dots$
4)	$\frac{1}{1-x}$	Г)	$1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} + \dots + \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n)!} + \dots$

Правильный ответ:

1	2	3	4
В	Г	Б	А

Компетенции (индикаторы): УК-1, ОПК-8

11. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

1)	$\iint_D dx dy$ $D: \{0 \leq x \leq 1; 0 \leq y \leq 1\}$	A)	$\frac{\pi}{2} - 1$

2)	$\iint_D dx dy$ $D: \{0 \leq x \leq 1; 0 \leq y \leq 0; \}$	Б)	0
3)	$\iint_D dx dy$ $D: \{x = 1; y = 0; y = x; \}$	В)	1
4)	$\iint_D dx dy$ $D: \{0 \leq x \leq 1; y = \arcsin x; \}$	Г)	$\frac{1}{2}$

Правильный ответ:

1	2	3	4
В	Б	Г	А

Компетенции (индикаторы): УК-1, ОПК-8

12. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

1)	$\iiint_V dx dy dz$ $V: \{0 \leq x \leq 1; 0 \leq y \leq 1; 0 \leq z \leq 1\}$	A)	$\frac{2}{3}\pi R^3$
2)	$\iiint_V dx dy dz$ $V: \begin{cases} -R \leq x \leq R; \\ -\sqrt{R^2 - x^2} \leq y \leq \sqrt{R^2 - x^2}; \\ 0 \leq z \leq \sqrt{R^2 - x^2 - y^2} \end{cases}$	Б)	1
3)	$\iiint_V dx dy dz$ $V: \{0 \leq z \leq 1; x^2 + y^2 = 1\}$	В)	$\frac{1}{6}$
4)	$\iiint_V dx dy dz$ $V: \{-1 \leq z \leq 1; x^2 + y^2 = R^2\}$	Г)	$2\pi R^2$

Правильный ответ:

1	2	3	4
Б	А	В	Г

Компетенции (индикаторы): УК-1, ОПК-8

**Задания закрытого типа на установление правильной последовательности**

1. Расположите определители в порядке возрастания:

A) 
$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{vmatrix}$$

Б) 
$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

В) 
$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

Г) 
$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 3 \end{vmatrix}$$

Правильный ответ: В, А, Б, Г

Компетенции (индикаторы): УК-1, ОПК-8

2. Расположите векторы в порядке возрастания их длины:

А)  $(1; 0; 0)$

Б)  $(1; 1; 1)$

В)  $(3; 4)$

Г)  $(100)$

Правильный ответ: Г, В, Б, А

Компетенции (индикаторы): УК-1, ОПК-8

3. Расположите пределы в порядке убывания их значений:

А)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 4}{x^2 - x - 2}$

Б)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$

В)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x+1}{x} \right)^x$

Г)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^5 + x + 1}{10x^4 - x - 2}$

Правильный ответ: Г, В, А, Б

Компетенции (индикаторы): УК-1, ОПК-8

4. Расположите объемы параллелепипедов, построенных на векторах  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ , в порядке возрастания:

А)  $\vec{a}(1 \ 0 \ 0), \vec{b}(0 \ 1 \ 0), \vec{c}(0 \ 0 \ 1)$

Б)  $\vec{a}(1 \ 0 \ 0), \vec{b}(3 \ 0 \ 4), \vec{c}(0 \ 6 \ 8)$

- В)  $\vec{a}(1 \ 0 \ 0), \vec{b}(0 \ 3 \ 4), \vec{c}(6 \ 8 \ 0)$   
 Г)  $\vec{a}(1 \ 0 \ 1), \vec{b}(10 \ 0 \ 1), \vec{c}(-10 \ 0 \ 1)$

Правильный ответ: Г, А, Б, В

Компетенции (индикаторы): УК-1, ОПК-8

5. Расположите определенные интегралы в порядке возрастания:

- А)  $\int_0^1 x^2 dx$   
 Б)  $\int_0^1 \frac{4}{1+x^2} dx$   
 В)  $\int_0^1 dx$   
 Г)  $\int_0^1 3e^x dx$

Правильный ответ: А, В, Б, Г

Компетенции (индикаторы): УК-1, ОПК-8

6. Расположите дифференциальные уравнения в порядке возрастания их порядка:

- А)  $\frac{dy}{dx} = x$   
 Б)  $\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{d^5y}{dx^5} = \frac{dy}{dx}$   
 В)  $y'' + y' = 0$   
 Г)  $xy''' - y' = y^5$

Правильный ответ: А, В, Г, Б

Компетенции (индикаторы): УК-1, ОПК-8

7. Расположите  $z(x_0 = 1; y_0 = 1)$  в порядке возрастания их значений:

- А)  $z(x; y) = 2x + 3y^2$   
 Б)  $z(x; y) = \ln(xy) + 2$   
 В)  $z(x; y) = \ln x + \ln y + 1$   
 Г)  $z(x; y) = y \cdot \sin(\pi x)$

Правильный ответ: Г, В, Б, А

Компетенции (индикаторы): УК-1, ОПК-8

8. Расположите  $z'_x(x_0 = 1; y_0 = 1)$  в порядке возрастания:

- А)  $z(x; y) = 5x + 3y^2$   
 Б)  $z(x; y) = \sin(\pi xy)$   
 В)  $z(x; y) = 2xy^3$   
 Г)  $z(x; y) = y/x$

Правильный ответ: Б, Г, В, А

Компетенции (индикаторы): УК-1, ОПК-8

9. Расположите ряды в порядке возрастания их вторых членов:

- А)  $\sum_{n=1}^{\infty} (2n + 1)$

- Б)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!}$   
 В)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n^2 - 1}$   
 Г)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{n+1}$

Правильный ответ: В, Б, А, Г

Компетенции (индикаторы): УК-1, ОПК-8

10. Расположите степенные ряды в порядке возрастания их радиусов членов:

- А)  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$   
 Б)  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x+2)^n}{x \cdot 2^{n-1}}$   
 В)  $\sum_{n=0}^{\infty} x^n$   
 Г)  $\sum_{n=0}^{\infty} 5^n x^n$

Правильный ответ: Г, В, Б, А

Компетенции (индикаторы): УК-1, ОПК-8

11. Расположите интегралы в порядке убывания их значений:

- А)  $\int_0^1 dx \int_0^1 dy$   
 Б)  $\int_0^1 dx \int_0^x dy$   
 В)  $\int_0^1 dx \int_0^{x^2} dy$   
 Г)  $\int_0^1 dx \int_{-1}^1 dy$

Правильный ответ: Г, А, Б, В

Компетенции (индикаторы): УК-1, ОПК-8

12. Расположите ряды в порядке возрастания их сумм:

- А)  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2^n}$   
 Б)  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2}{3^n}$   
 В)  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{4}{5^n}$   
 Г)  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{3}{4^n}$

Правильный ответ: А, Б, Г, В

Компетенции (индикаторы): УК-1, ОПК-8

## Задания открытого типа

### Задания открытого типа на дополнение

1. Напишите пропущенное слово (словосочетание).

\_\_\_\_\_ двух ненулевых векторов  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  – это число, равное произведению длин этих векторов на косинус угла между ними.

Правильный ответ: скалярное произведение.

Компетенции (индикаторы): УК-1, ОПК-8

2. Напишите пропущенное слово (словосочетание).

\_\_\_\_\_ – упорядоченный набор векторов в векторном пространстве, такой, что любой вектор этого пространства может быть единственным образом представлен в виде линейной комбинации векторов из этого набора.

Правильный ответ: базис.

Компетенции (индикаторы): УК-1, ОПК-8

3. Напишите пропущенное слово (словосочетание).

\_\_\_\_\_ – это геометрическое место точек, для которых сумма расстояний до двух фиксированных точек  $F_1$  и  $F_2$ , именуемых фокусами, есть величина постоянная.

Правильный ответ: эллипс.

Компетенции (индикаторы): УК-1, ОПК-8

4. Напишите пропущенное слово (словосочетание).

\_\_\_\_\_ – предел отношения приращения функции к приращению её аргумента при стремлении приращения аргумента к нулю (при условии, что такой предел существует).

Правильный ответ: производная; производная функции.

Компетенции (индикаторы): УК-1, ОПК-8

5. Напишите пропущенное слово (словосочетание).

Определитель квадратной матрицы равен сумме произведений элементов любой строки (столбца) на их \_\_\_\_\_.

Правильный ответ: алгебраические дополнения.

Компетенции (индикаторы): УК-1, ОПК-8

6. Напишите пропущенное слово (словосочетание).

\_\_\_\_\_ функции  $f$  в точке  $M_0$  – это вектор, координатами которого являются значения частных производных в этой точке.

Правильный ответ: градиент.

Компетенции (индикаторы): УК-1, ОПК-8

7. Напишите пропущенное слово (словосочетание).

\_\_\_\_\_ – это предел отношения приращения функции нескольких переменных по выбранной переменной к приращению этой переменной, при стремлении этого приращения к нулю.

Правильный ответ: частная производная.

Компетенции (индикаторы): УК-1, ОПК-8

8. Напишите пропущенное слово (словосочетание).

\_\_\_\_\_ для функции  $f(x)$  – это такая функция, производная которой равна  $f(x)$ .

Правильный ответ: первообразная.

Компетенции (индикаторы): УК-1, ОПК-8

9. Напишите пропущенное слово (словосочетание).

Интеграл называется \_\_\_\_\_, если выполняется по крайней мере одно из следующих условий: 1) область интегрирования является бесконечной; 2) подынтегральная функция является неограниченной в окрестности некоторых точек области интегрирования.

Правильный ответ: несобственным.

Компетенции (индикаторы): УК-1, ОПК-8

10. Напишите пропущенное слово (словосочетание).

\_\_\_\_\_ – уравнение, которое помимо функции содержит её производные.

Правильный ответ: дифференциальное уравнение.

Компетенции (индикаторы): УК-1, ОПК-8

11. Напишите пропущенное слово (словосочетание).

\_\_\_\_\_ – это предел последовательности его частичных сумм, если этот предел существует.

Правильный ответ: сумма числового ряда.

Компетенции (индикаторы): УК-1, ОПК-8

12. Напишите пропущенное слово (словосочетание).

Если числовой ряд сходится, то предел его общего члена равен \_\_\_\_\_.

Правильный ответ: нулю.

Компетенции (индикаторы): УК-1, ОПК-8

13. Напишите пропущенное слово (словосочетание).

\_\_\_\_\_ – частный случай ряда Тейлора, где точка разложения равна нулю.

Правильный ответ: Ряд Маклорена.

Компетенции (индикаторы): УК-1, ОПК-8

14. Напишите пропущенное слово (словосочетание).

\_\_\_\_\_ – это обобщение понятия определённого интеграла для функции двух переменных, заданной как  $z = f(x, y)$ .

Правильный ответ: двойной интеграл.

Компетенции (индикаторы): УК-1, ОПК-8

15. Напишите пропущенное слово (словосочетание).

Геометрический смысл двойного интеграла заключается в том, что величина двойного интеграла от неотрицательной функции равна \_\_\_\_\_ цилиндрического тела.

Правильный ответ: объёму.

Компетенции (индикаторы): УК-1, ОПК-8

### **Задания открытого типа с кратким свободным ответом**

1. Производная функция  $y(x) = \cos(x^2)$  равна ... (*Ответ запишите в виде функции*)

Правильный ответ:  $-2x \sin x^2$ .

Компетенции (индикаторы): УК-1, ОПК-8

2. Найти промежуток возрастания функции  $y(x) = 1 - x^2$  (*Ответ запишите в виде интервала*)

Правильный ответ:  $(-\infty; 0)$ .

Компетенции (индикаторы): УК-1, ОПК-8

3. Найти площадь треугольника, заданного координатами своих вершин  $A(0; 0; 0)$ ,  $B(1; 0; 0)$ ,  $C(0; 2; 0)$  (*Ответ запишите в виде числа*)

Правильный ответ: 1.

Компетенции (индикаторы): УК-1, ОПК-8

4. Найти наибольшее значение функции  $y(x) = x^2 - 2x - 1$  на отрезке  $[-1; 1]$  (*Ответ запишите в виде числа*)

Правильный ответ: 2.

Компетенции (индикаторы): УК-1, ОПК-8

5. Найти сумму абсцисс точек разрыва функции:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 1, & x < 0 \\ \cos x, & 0 \leq x \leq 1 \\ x^2 - 1, & x > 1 \end{cases}$$

(*Ответ запишите в виде числа*)

Правильный ответ: 1.

Компетенции (индикаторы): УК-1, ОПК-8

6. С помощью определенного интеграла найти площадь фигуры, ограниченной линиями  $\{y = 0; y = 2x; x = 1\}$  (*Ответ запишите в виде числа*)

Правильный ответ: 1.

Компетенции (индикаторы): УК-1, ОПК-8

7. С помощью определенного интеграла найти площадь фигуры, ограниченной линиями  $\{y = 0; y = 1/2; x = \pm 1\}$  (*Ответ запишите в виде числа*)

Правильный ответ: 1.

Компетенции (индикаторы): УК-1, ОПК-8

8. С помощью определенного интеграла найти площадь фигуры, ограниченной линиями  $\{y = 3x^2; y = 0; x = 1\}$  (*Ответ запишите в виде числа*)

Правильный ответ: 1.

Компетенции (индикаторы): УК-1, ОПК-8

9. Найти общее решение дифференциального уравнения  $y' = x$  (*Ответ запишите в виде функции*)

Правильный ответ:  $\frac{x^2}{2} + C$ .

Компетенции (индикаторы): УК-1, ОПК-8

10. Найти общее решение дифференциального уравнения  $y'' - 3y' + 2y = 0$  (*Ответ запишите в виде функции*)

Правильный ответ:  $C_1 e^x + C_2 e^{2x}$ .

Компетенции (индикаторы): УК-1, ОПК-8

11. С помощью каких достаточных признаков можно определить сходимость знакоположительных числовых рядов (*Перечислить наименования признаков*)

Правильный ответ: признаки сравнения, интегральный признак Коши, радикальный признак Коши, признак Даламбера.

Компетенции (индикаторы): УК-1, ОПК-8

12. С помощью какого признака можно определить сходимость знакочередующихся числовых рядов (*Указать наименование признака*)

Правильный ответ: признак Лейбница.

Компетенции (индикаторы): УК-1, ОПК-8

13. Разложением какой функции является следующий ряд Маклорена:  
 $1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \dots + \frac{x^n}{n!} + \dots$  (*Ответ запишите в виде  $y = f(x)$* )

Правильный ответ:  $y = e^x$ .

Компетенции (индикаторы): УК-1, ОПК-8

14. Разложением какой функции является следующий ряд Маклорена:  
 $\frac{x}{1!} - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \dots + \frac{(-1)^{n+1} x^{2n-1}}{(2n-1)!} + \dots$  (*Ответ запишите в виде  $y = f(x)$* )

Правильный ответ:  $y = \sin x$ .

Компетенции (индикаторы): УК-1, ОПК-8

15. Разложением какой функции является следующий ряд Маклорена:  
 $1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} + \dots + \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n)!} + \dots$  (*Ответ запишите в виде  $y = f(x)$* )

Правильный ответ:  $y = \cos x$ .

Компетенции (индикаторы): УК-1, ОПК-8

### **Задания открытого типа с развернутым ответом**

1. Решить задачу, используя методы дифференциального исчисления:

Тело массой  $m_0 = 3000$  кг падает с высоты  $H = 1280$  м метров и теряет массу (сгорает) пропорционально времени падения. Коэффициент пропорциональности  $k = 100$  кг/с. Считая, что начальная скорость  $v_0 = 0$  м/с, ускорение  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>, найти время падения, при котором тело будет иметь наибольшую кинетическую энергию.

Привести расширенное решение.

Время выполнения – 30 мин.

Ожидаемый результат:

1. Примем, что тело является материальной точкой. Тогда кинетическая энергия материальной точки будет вычисляться по такой формуле:

$$E = \frac{m \cdot v^2}{2}$$

Учитывая, что масса тела при движении переменна, определим зависимость массы падающего тела от времени. Так как тело сгорает пропорционально времени падения, его масса уменьшается, и функция примет такой вид:

$$m(t) = m_0 - k \cdot t$$

Функция скорость тела от времени падения:

$$v(t) = v_0 + g \cdot t$$

Получаем функцию кинетической энергии тела от времени падения:

$$E(t) = \frac{1}{2}(m_0 - k \cdot t)(v_0 + g \cdot t)^2$$

$$E(t) = \frac{1}{2}(3000 - 100 \cdot t)(0 + 10 \cdot t)^2 = 5000(30 \cdot t^2 - t^3)$$

2. Определяем время  $t_{m=0}$  падения тела до того момента, как его масса станет равна нулю:

$$m(t) = m_0 - k \cdot t = 3000 - 100 \cdot t = 0 \Rightarrow t_{m=0} = 30 \text{ сек}$$

3. Определяем время  $t_{\text{столкн}}$  падения тела до столкновения с землей:

$$H = v_0 \cdot t + \frac{g \cdot t^2}{2} \Rightarrow 1280 = 5 \cdot t^2 \Rightarrow t_{\text{столкн}} = 16 \text{ сек}$$

4. Находим время падения, при котором тело будет иметь наибольшую кинетическую энергию, как наибольшее значение функции  $E(t) = 5000(30 \cdot t^2 - t^3)$  на отрезке  $t \in [0; 16]$

Находим внутренние критические точки:

$$E'(t) = 5000(60 \cdot t - 3t^2) = 0 \Rightarrow \\ \Rightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 20 \notin [0; 16] \end{cases}$$

Находим наибольшее значение функции на границах отрезка и во внутренних критических точках:

$t$	0	16
$E(t)$	0	$5000(30 \cdot 16^2 - 16^3)$

Ответ: время падения, при котором тело будет иметь наибольшую кинетическую энергию  $t = 16$  сек.

Критерии оценивания:

- построение функции  $E(t)$  кинетической энергии тела от времени падения;
- определение времени падения тела до того момента, как его масса станет равна нулю;
- определение времени падения тела до столкновения с землей;
- нахождение наибольшего значения функции  $E(t)$  на отрезке, определенном временем падения дела до столкновения с землей

Компетенции (индикаторы): УК-1, ОПК-8

2. Решить задачу, используя методы дифференциального исчисления:

При подготовке к экзамену студент за  $t$  дней изучает  $\left(\frac{t}{t+1}\right)$ -ю часть курса и забывает  $(1/36 \cdot t)$ -ю часть. Сколько дней нужно потратить на подготовку, чтобы была изучена максимальная часть курса?

Привести расширенное решение.

Время выполнения – 30 мин.

Ожидаемый результат:

1. Составим функцию  $V(t)$ , которая отражает объем изученного студентом учебного материала в ходе прохождения курса:

$$V(t) = \left(\frac{t}{t+1}\right) - \left(\frac{1}{36} \cdot t\right)$$

2. Находим экстремум функции  $V(t)$  учитывая, что  $t > 0$ :

$$V'(t) = \left(\frac{t}{t+1}\right)' - \left(\frac{1}{36} \cdot t\right)' = \frac{1}{(t+1)^2} - \frac{1}{36} \\ V'(t) = 0 \Rightarrow t_k = 5 \text{ дней}$$

3. Убедимся, что  $t_k = 5$  дней – точка максимума функции  $V(t)$ :

$$V''(t) = \frac{-2}{(t+1)^3} \\ V''(t_k = 5) = \frac{-2}{(6)^3} < 0 \Rightarrow t_k = 5 \text{ дней} - \text{т. max}$$

Ответ: максимальная часть курса будет изучена через 5 дней.

Критерии оценивания:

- построение функции  $V(t)$ , отражающей объем изученного студентом учебного материала в ходе прохождения курса;
  - нахождение экстремума функции  $V(t)$ ;
  - доказательство того, что найденный экстремум есть максимум.
- Компетенции (индикаторы): УК-1, ОПК-8

3. Решить задачу, используя методы интегрального исчисления:

Цилиндрический резервуар с высотой 6 м и диаметром основания 4 м наполнен водой. За какое время вода вытечет из него через круглое отверстие радиуса  $1/12$  м, сделанное в дне резервуара?

(Справочная информация: скорость истечения жидкости по закону Бернулли выражается формулой  $V = \sigma\sqrt{2gx}$ , причем для воды  $\sigma \approx 0,6$ )

Привести расширенное решение.

Время выполнения – 30 мин.

Ожидаемый результат:

1. Пусть через  $t$  сек после истечения воды уровень оставшейся воды в резервуаре был равен  $x$  м, а за время  $dt$  сек понизился на  $dx$  м. вычислим объем воды, вытекающий за этот бесконечно малый промежуток времени  $dt$ , двумя способами:

1 сп.) Объем  $dW$  равен объему цилиндрического слоя высотой  $dx$  и радиусом основания  $r = 2$  м.

$$dW = \pi r^2 dx$$

2 сп.) Объем  $dW$  равен объему цилиндра, основанием которого служит отверстие в дне резервуара  $\rho = 1/12$  м, а высота равна  $Vdt$ , где  $V$  – скорость течения воды:

$$dW = \pi \rho^2 V dt = 0,6\pi \rho^2 \sqrt{2gx} dt$$

Приравниваем полученные выражения

$$\pi r^2 dx = 0,6\pi \rho^2 \sqrt{2gx} dt$$

Получаем

$$dt = \frac{r^2 dx}{0,6\rho^2 \sqrt{2gx}}, \text{ где } x \in [0; 6]$$

2. Интегрируем уравнение, получаем время истечения воды

$$t = \int_0^6 \frac{r^2 dx}{0,6\rho^2 \sqrt{2gx}} = \frac{r^2 dx}{0,6\rho^2 \sqrt{2g}} \int_0^6 \frac{dx}{\sqrt{x}} = \frac{r^2 dx}{0,6\rho^2 \sqrt{2g}} \cdot 2\sqrt{x} \Big|_0^6 = \frac{10}{\sqrt{3g}} \cdot \frac{r^2}{\rho^2}$$

3. Подставляем исходные данные, получаем

$$t \approx 1062 \text{ сек} = 17,7 \text{ мин}$$

Ответ: вода вытечет из резервуара через  $t \approx 1062$  сек = 17,7 мин.

Критерии оценивания:

- построение математической модели процесса истечения воды из резервуара;
- интегрирование полученного уравнения;

- нахождение времени вытекания воды из резервуара через круглое отверстие, сделанное в дне резервуара

Компетенции (индикаторы): УК-1, ОПК-8

4. Решить задачу, используя методы дифференциального исчисления:

Найти выражение для объема реализованной продукции  $y = y(t)$ , если известно, что кривая спроса  $p(y)$  задается уравнением  $p(y) = 2 - y$ , норма акселерации  $1/l = 2$ , норма инвестиций  $m = 0,5$ ,  $y(0) = 0,5$ .

(Справочная информация: модель роста в условиях конкурентного рынка принимает вид  $y' = mlp(y)y$ )

Привести расширенное решение.

Время выполнения – 30 мин.

Ожидаемый результат:

Используем модель роста в условиях конкурентного рынка при заданных условий:

$$\begin{aligned} y' &= (2 - y)y \\ \frac{dy}{(2 - y)y} &= dt \\ \int \frac{dy}{(2 - y)y} &= \int dt \\ \ln \left| \frac{y - 2}{y} \right| &= -2t + C_1 \\ \frac{y - 2}{y} &= C e^{-2t} \end{aligned}$$

$$y(0) = 0,5 \Rightarrow C = 3$$

Окончательное решение принимает вид

$$y = \frac{2}{1 + 3e^{-2t}}$$

Ответ: объем реализованной продукции определяется функцией  $y = \frac{2}{1 + 3e^{-2t}}$

Критерии оценивания:

- адаптировать модель роста в условиях конкурентного рынка для решаемой задачи;
- найти общее решение полученного дифференциального уравнения;
- выделить частное решение, соответствующее заданным начальным условиям
- найти функцию объема реализованной продукции.

Компетенции (индикаторы): УК-1, ОПК-8

5. Решить задачу, используя методы интегрального исчисления:

Найти вероятность попадания оси шкива в кольцо  $r_1^2 \leq x^2 + y^2 \leq r_2^2$ , если ускорение оси ведомого вала редуктора распределено по нормальному закону с плотностью вероятности.  $f(x, y) = \frac{1}{\sigma^2 2\pi} \cdot e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}}$

Привести расширенное решение.

Время выполнения – 20 мин.

Критерии оценивания:

- формализация технического процесса;
- интегрирование полученного уравнения;
- нахождение вероятности попадания оси шкива в колесо.

Ожидаемый результат:

$$\begin{aligned} P &= \iint_{r_1 < \rho < r_2} f(x, y) dx dy = \frac{1}{\sigma^2 2\pi} \iint_D e^{-\rho^2/2\sigma^2} \rho d\rho d\phi = \\ &= \frac{2\pi}{\sigma^2 2\pi} \int_{r_1}^{r_2} e^{-\rho^2/2\sigma^2} d(\rho^2/r) = -e^{-\rho^2/2\sigma^2} \Big|_{r_1}^{r_2} = \\ &= e^{-r_1^2/2\sigma^2} - e^{-r_2^2/2\sigma^2} \end{aligned}$$

Ответ:  $P = e^{-r_1^2/2\sigma^2} - e^{-r_2^2/2\sigma^2}$ .

Компетенции (индикаторы): УК-1, ОПК-8

6. Решить задачу, используя методы интегрального исчисления:

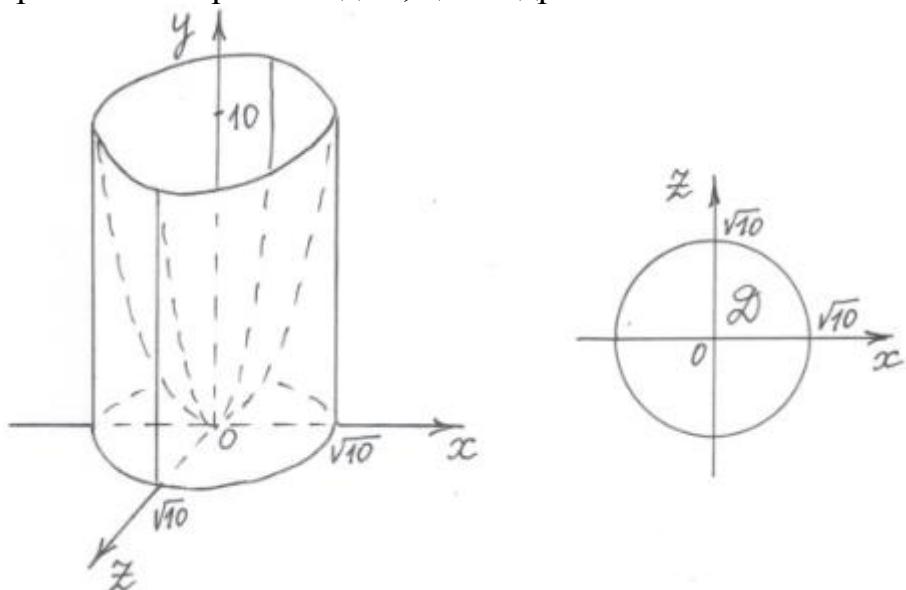
Найти координаты центра тяжести однородного тела  $V$ , если  $V = \{y = x^2 + z^2, x^2 + z^2 = 10, y = 0\}$ .

Привести расширенное решение.

Время выполнения – 30 мин.

Ожидаемый результат:

1. Тело ограничено параболоидом, цилиндром и плоскостью.



2. Тело однородно и симметрично относительно оси  $Oy$ , следовательно центр тяжести принадлежит оси  $Oy \Rightarrow \{x_0 = 0, z_0 = 0\}$ .

Находим  $y_0$ :

В силу однородности тела примем  $C$  – плотность тела.

$$y_0 = \frac{M_{xOz}}{m} = \frac{\iiint_V Cy \, dx \, dy \, dz}{\iiint_V C \, dx \, dy \, dz} = \frac{\iiint_V y \, dx \, dy \, dz}{\iiint_V dx \, dy \, dz}$$

$$\iiint_V dx \, dy \, dz = \begin{cases} x = r \cos \phi, y = y, z = r \sin \phi \\ dx \, dy \, dz = r \, dr \, d\phi \, dy \\ 0 \leq y \leq x^2 + z^2 \rightarrow 0 \leq y \leq r^2 \\ 0 \leq r \leq \sqrt{10}, 0 \leq \phi \leq 2\pi \end{cases} = \iiint_V r \, dr \, d\phi \, dy =$$

$$= \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{\sqrt{10}} r \, dr \int_0^{r^2} dy = 2\pi \int_0^{\sqrt{10}} r^3 \, dr =$$

$$= 2\pi \frac{r^4}{4} \Big|_0^{\sqrt{10}} = 50\pi.$$

$$\iiint_V y \, dx \, dy \, dz = \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{\sqrt{10}} r \, dr \int_0^{r^2} y \, dy = \pi \int_0^{\sqrt{10}} r^5 \, dr =$$

$$= \pi \frac{r^6}{6} \Big|_0^{\sqrt{10}} = \frac{500\pi}{3}.$$

3.

$$y_0 = \frac{\frac{500\pi}{3}}{50\pi} = \frac{10}{3}$$

Ответ: координаты центра тяжести однородного тела  $V$ :  $\left(0; \frac{10}{3}; 0\right)$ .

**Критерии оценивания:**

- сделать эскиз тела  $V$ ;
- привести аналитические выражения для нахождения центра тяжести однородного тела  $V$ ;
- найти координаты центра тяжести однородного тела  $V$ .

Компетенции (индикаторы): УК-1, ОПК-8

## **Экспертное заключение**

Представленный комплект оценочных материалов по дисциплине «Математика» соответствует требованиям ФГОС ВО.

Предлагаемые оценочные материалы адекватны целям и задачам реализации основной профессиональной образовательной программы по направлению подготовки 44.03.04 Профессиональное обучение (по отраслям).

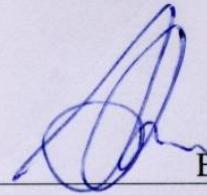
Виды оценочных средств, включенные в представленный фонд, отвечают основным принципам формирования ФОС.

Разработанные и представленные для экспертизы оценочные материалы рекомендуются к использованию в процессе подготовки обучающихся по указанному направлению.

Председатель учебно-методической комиссии  
института компьютерных систем и  
информационных технологий

Ветрова Н. Н.

## Лист изменений и дополнений

№ п/п	Виды дополнений и изменений	Дата и номер протокола заседания кафедры (кафедр), на котором были рассмотрены и одобрены изменения и дополнения	Подпись (с расшифровкой) заведующего кафедрой (заведующих кафедрами)
1.	Дополнен комплектом оценочных материалов	протокол заседания кафедры прикладной математики № <u>8</u> от <u>24.02.2025</u>	 B.V. Малый