

**Краснодонский факультет инженерии и менеджмента (филиал)
Кафедра государственного управления и техносферной безопасности**



«14» марта 2025 года

(подпись)

(подпись)

Краснодон 2025

**Комплект оценочных материалов по дисциплине
«Теория вероятностей и математическая статистика»**

Задания закрытого типа

Задания закрытого типа на выбор правильного ответа

Выберите один правильный ответ.

1. Два стрелка производят по одному выстрелу. Вероятности попадания в цель для первого и второго стрелков равны 0,5 и 0,3, соответственно. Тогда вероятность того, что в цель попадут оба стрелка, равна...

А) 0,8.

Б) 0,5.

В) 0,35.

Г) 0,15.

Правильный ответ: Г

Компетенции (индикаторы): ОПК-1 (ОПК-1.1, ОПК-1.3)

2. Имеются две одинаковых урны. В первой урне находятся 6 белых и 4 черных шаров, во второй – 4 белых и 6 черных шаров. Из одной наугад выбранной урны извлекается один шар. Определить вероятность того, что шар черный.

А) 0,35.

Б) 0,5.

В) 0,45.

Г) 0,68.

Правильный ответ: Б

Компетенции (индикаторы): ОПК-1 (ОПК-1.1, ОПК-1.3)

3. Дан закон распределения вероятностей дискретной случайной величины X :

X	1	2	3	4
P	0,2	a	0,4	0,1

Тогда значение a равно...

А) 0,7.

Б) 0,3.

В) -0,7.

Г) 0,4.

Правильный ответ: Б

Компетенции (индикаторы): ОПК-1 (ОПК-1.1, ОПК-1.3)

4. Из генеральной совокупности извлечена выборка объема $n = 50$:

x_i	1	2	3	4
n_i	12	11	10	n_4

Тогда n_4 равен...

А) 18.

Б) 9.

В) 17.

Г) 50.

Правильный ответ: В

Компетенции (индикаторы): ОПК-1 (ОПК-1.1, ОПК-1.3)

Задания закрытого типа на установление соответствия

Установите правильное соответствие.

Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца.

1. Установите соответствие между формулой и ее названием.

- | | Формула | Название |
|----|--|----------------------------|
| 1) | $P_n(m) = C_n^m p^m q^{n-m}$ | А) Формула Байеса. |
| 2) | $P_m(\lambda) = \frac{\lambda^m e^{-\lambda}}{m!}$ | Б) Формула Бернули. |
| 3) | $x = \frac{m - np}{\sqrt{npq}}, \quad P_{m,n} = \frac{\varphi(x)}{\sqrt{npq}}$ | В) Формула Пуассона. |
| 4) | $P_F(A_i) = \frac{P(FA_i)P_{A_i}(F)}{\sum_{i=1}^n P(A_i)P_{A_i}(F)}$ | Г) Формула Муавра-Лапласа. |

Правильный ответ: 1Б, 2В, 3Г, 4А

Компетенции (индикаторы): ОПК-1 (ОПК-1.1, ОПК-1.3)

2. Установите соответствие терминов теории множеств и теории вероятностей:

- | Теория множеств | Теория вероятностей |
|-------------------------------------|---------------------------------|
| 1) Объединение множеств А и В (AUB) | А) События А и В не совместимы. |
| 2) Пересечение множеств А и В (A∩B) | Б) События А и В равносильны. |
| 3) Множества А и В не пересекаются | В) Сумма событий А и В. |

- 4) Множества А и В равны Г) Произведение событий А и В.

Правильный ответ: 1В, 2Г, 3А, 4Б

Компетенции (индикаторы): ОПК-1 (ОПК-1.1, ОПК-1.3)

3. Установить соответствие между понятием и его определением:

Понятие		Определение	
1)	Среднее арифметическое вариационного ряда	А)	Разность между наибольшим и наименьшим значениями результатов наблюдений.
2)	Медиана вариационного ряда	Б)	Значение признака, приходящееся на середину ранжированного ряда наблюдений.
3)	Мода вариационного ряда	В)	Сумма произведений всех вариантов на соответствующие частоты, деленная на сумму частот
4)	Размах	Г)	Вариант, которому соответствует большая частота.

Правильный ответ: 1В, 2Б, 3Г, 4А

Компетенции (индикаторы): ОПК-1 (ОПК-1.1, ОПК-1.3)

4. Установите правильное соответствие. Каждому элементу левого столбца соответствует только один элемент правого столбца:

1)	Брошены 2 монеты. Найти вероятность выпадения двух гербов	А)	$\frac{1}{2}$
2)	Брошены 2 монеты. Найти вероятность выпадения одного герба и одной решки	Б)	$\frac{1}{4}$
3)	Брошены 3 монеты. Найти вероятность выпадения трех гербов	В)	$\frac{1}{8}$
4)	Брошены 3 монеты. Найти вероятность выпадения одного герба и двух решек	Г)	$\frac{3}{8}$

Правильный ответ: 1Б, 2А, 3В, 4Г

Компетенции (индикаторы): ОПК-1 (ОПК-1.1, ОПК-1.3)

Задания закрытого типа на установление правильной последовательности

Установите правильную последовательность.

Запишите правильную последовательность букв слева направо.

1. Расположите случайные величины X в порядке возрастания их математического ожидания:

Дискретная случайная величина X задана законом распределения вероятностей:

А)

x	0	1	2
P	0,6	0,3	0,1

Б)

x	0	1	2
P	0,5	0,1	0,4

В)

x	0	1	2
P	0,1	0,1	0,8

Г)

x	0	1	2
P	0,7	0,2	0,1

Правильный ответ: Г, А, Б, В

Компетенции (индикаторы): ОПК-1 (ОПК-1.1, ОПК-1.3)

2. Расположите вероятности извлеченных деталей в порядке возрастания.

В ящике 100 деталей, из них 10 бракованных. На удачу извлечены 4 детали. Найдите вероятность того, что среди извлеченных деталей:

А) Нет бракованных.

Б) Нет годных.

В) 3 годных и 1 бракованная.

Г) Хотя бы одна бракованная.

Правильный ответ: Б, В, Г, А

Компетенции (индикаторы): ОПК-1 (ОПК-1.1, ОПК-1.3)

3. Расположите вероятности в порядке возрастания.

Мастер обслуживает 5 станков. 20% рабочего времени он проводит у первого станка, 10% - у второго, 15% - у третьего, 25% - у четвертого и 30% - у пятого. Найти вероятность того, что в наудачу выбранный момент времени он находится:

- А) У первого или третьего станка.
- Б) У второго или пятого станка.
- В) У первого или четвертого.
- Г) У четвертого или пятого.

Правильный ответ: А, Б, В, Г

Компетенции (индикаторы): ОПК-1 (ОПК-1.1, ОПК-1.3)

4. Расположите вероятности в порядке возрастания.

Устройство состоит из трех независимо работающих элементов. Вероятность безотказной работы элементов соответственно равны $p_1=0,7$; $p_2=0,8$; $p_3=0,9$.
Найти вероятность того, что за время t будут работать безотказно:

- А) Все элементы.
- Б) Два элемента.
- В) Один элемент.
- Г) Ни один из элементов.

Правильный ответ: Г, В, Б, А

Компетенции (индикаторы): ОПК-1 (ОПК-1.1, ОПК-1.3)

Задания открытого типа

Задания открытого типа на дополнение

Напишите пропущенное слово (словосочетание).

1. Соотношение, устанавливающее связь между возможными значениями случайной величины и соответствующими им вероятностями называется _____ случайной величины.

Правильный ответ: Законом распределения.

Компетенции (индикаторы): ОПК-1 (ОПК-1.1, ОПК-1.3)

2. Две случайные величины называются _____, если закон распределения одной из них не меняется от того, какие возможные значения приняла другая величина.

Правильный ответ: Независимыми.

Компетенции (индикаторы): ОПК-1 (ОПК-1.1, ОПК-1.3)

3. _____ $M(X)$ дискретной случайной величины X называется сумма произведений всех ее значений на соответствующие им вероятности.

Правильный ответ: Математическим ожиданием.

Компетенции (индикаторы): ОПК-1 (ОПК-1.1, ОПК-1.3)

4. Последовательность чисел x_1, \dots, x_n , удовлетворяющих условию $x_{(1)} \leq x_{(2)} \leq \dots \leq x_{(n)}$, где $x_{(1)}$ – наименьший из элементов выборки, а $x_{(n)}$ – наибольший из элементов выборки, называют _____ выборки.

Правильный ответ: Вариационным рядом.

Компетенции (индикаторы): ОПК-1 (ОПК-1.1, ОПК-1.3)

Задания открытого типа с кратким свободным ответом

Напишите пропущенное слово (словосочетание).

1. Сколько, может быть, случаев при выборе 2 карандашей и 3 ручек из 5 различных карандашей и 5 различных ручек? (*Ответ запишите в виде числа*).

Правильный ответ: 100.

Компетенции (индикаторы): ОПК-1 (ОПК-1.1, ОПК-1.3)

2. Два стрелка стреляют по мишени. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле для первого равна 0,7, а для второго – 0,8. Найдите вероятность того, что при одном залпе в мишень попадет только один из стрелков. (*Ответ запишите в виде числа*).

Правильный ответ: 0,38.

Компетенции (индикаторы): ОПК-1 (ОПК-1.1, ОПК-1.3)

3. Размах вариационного ряда 1,3,4,6,8,11,13 равен... Ответ запишите в виде числа).

Правильный ответ: 12.

Компетенции (индикаторы): ОПК-1 (ОПК-1.1, ОПК-1.3)

4. Дискретная случайная величина X задана законом распределения вероятностей:

X	-1	0	4
p	0,1	0,3	0,6

Тогда математическое ожидание случайной величины $Y = 2X$ равно... (*Ответ запишите в виде числа*).

Правильный ответ: 4,6.

Компетенции (индикаторы): ОПК-1 (ОПК-1.1, ОПК-1.3)

Задания открытого типа с развернутым ответом

Дайте развернутый ответ на вопрос.

1. Решить задачу, используя методы теории вероятностей:

Студент знает 20 вопросов из 25. Зачёт считается сданным, если студент ответит не менее, чем на три из четырёх заданных вопросов. Какова вероятность того, что студент сдаст зачёт.

Время выполнения – 10 мин.

Ожидаемый результат:

Пусть А – событие, что студент сдаст экзамен.

Общее число способов, которым можно получить 4 вопроса из 25 равно $n = C_{25}^4$

Событие А можно произвести по одному из двух вариантов

По первому варианту событие А произойдёт, если студент знает 3 вопроса из 4, по второму варианту студент знает все 4 вопроса.

Число событий, благоприятствующих первому варианту равно $m_1 = C_{20}^3 C_5^1$, а второму $m_2 = C_{20}^4$. Общее число случаев, благоприятствующих событию А, равно $m = m_1 + m_2$

Значит

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{m_1 + m_2}{n} = \frac{C_{20}^3 C_5^1 + C_{20}^4}{C_{25}^4} = \frac{\frac{20 \cdot 19 \cdot 18}{3!} \cdot \frac{5}{1} + \frac{20 \cdot 19 \cdot 18 \cdot 17}{4!}}{\frac{25 \cdot 24 \cdot 23 \cdot 22}{4!}} = \frac{10 \cdot 19 \cdot 6 \cdot 5 + 5 \cdot 19 \cdot 3 \cdot 17}{25 \cdot 23 \cdot 22} =$$
$$= \frac{3 \cdot 19 \cdot 5 \cdot (10 \cdot 2 + 17)}{25 \cdot 23 \cdot 22} = \frac{3 \cdot 19 \cdot 37}{5 \cdot 23 \cdot 22} \approx 0,834$$

Критерии оценивания:

- элементы комбинаторики;
- нахождение вероятности случайного события по формуле Лапласа.

Компетенции (индикаторы): ОПК-1 (ОПК-1.1, ОПК-1.3)

2. Решить задачу: Найти плотность распределения $f(x)$, математическое ожидание и дисперсию величины x , заданной функции распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -\frac{\pi}{2} \\ \frac{1 + \sin x}{2}, & -\frac{\pi}{2} < x \leq \frac{\pi}{2} \\ 1, & x > \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

Время выполнения – 10 мин.

Ожидаемый результат:

Так как $f(x) = F'(x)$, то для плотности $f(x)$ получаем

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -\frac{\pi}{2}, x > \frac{\pi}{2} \\ \frac{\cos x}{2}, & -\frac{\pi}{2} < x \leq \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

$$M(x) = \int_{-\infty}^{\infty} xf(x)dx = \int_{-\infty}^{-\frac{\pi}{2}} x \times 0 dx + \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} x \left(\frac{\cos x}{2} \right) dx + \int_{\frac{\pi}{2}}^{\infty} x \times 0 dx = \left| \begin{matrix} u = x & dv = \cos x \\ du = dx & v = \sin x \end{matrix} \right| = \text{Дисперсия}$$

$$= 0 + \frac{1}{2} \left(x \sin x \Big|_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} - \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx \right) + 0 = \frac{1}{2} \cos x \Big|_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} = 0$$

$M(x) = 0$ – математическое ожидание

$$D(x) = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 b(x) dx - (M(x))^2$$

$$D(x) = \int_{-\infty}^{-\frac{\pi}{2}} x^2 \times 0 dx + \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} x^2 \times \frac{\cos x}{2} dx + \int_{\frac{\pi}{2}}^{\infty} x^2 \times 0 dx - (0)^2 = \left| \begin{matrix} u = x^2 & dv = \cos x dx \\ du = 2x dx & v = \sin x \end{matrix} \right| =$$

$$= 0 + \frac{1}{2} (x^2 \sin x \Big|_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} - 2 \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} x \sin x dx) + 0 - 0 = \frac{\pi^2}{4} + x \cos x \Big|_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} - \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx = \frac{\pi^2}{4} - 2$$

Критерии оценивания:

- нахождение плотности непрерывной случайной величины;
- нахождение математического ожидания и дисперсии непрерывной случайной величины.

Компетенции (индикаторы): ОПК-1 (ОПК-1.1, ОПК-1.3)

3. Решить задачу: Автомобиль должен проехать по улице, на которой установлено $n = 4$ светофора, дающих независимо друг от друга зеленый сигнал в течение $t_1 = 1,55$ минут, желтый – в течение $t_2 = 0,35$ минут, красный – в течение $t_3 = 1,20$ минут. Требуется

1) найти закон распределения случайной величины X – числа остановок автомобиля на улице;

2) найти математическое ожидание и дисперсию величины X ;

3) каково среднее число остановок автомобиля на этом пути?

Время выполнения – 10 мин.

Ожидаемый результат:

1. Время, в течение которого светофор разрешает проезд (зеленый свет), равно

$$t_1 = t_2 + t_3$$

Следовательно, вероятность того, что светофор пропустит или содержит машину, одна и та же

$$p = \frac{t_2 + t_3}{t_1 + t_2 + t_3} = \frac{1}{2}$$

Случайная величина X может принимать значения 0, 1, 2, 3, 4, соответственно с вероятностями, которые находятся по формуле Бернулли

$$P(X = 0) = C_4^0 p^0 q^4 = \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{16}$$

$$P(X = 1) = C_4^1 p^1 q^3 = 4 \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{4}{16}$$

$$P(X = 2) = C_4^2 p^2 q^2 = 6 \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{6}{16}$$

$$P(X = 3) = C_4^3 p^3 q^1 = 4 \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{4}{16}$$

$$P(X = 4) = C_4^4 p^4 q^0 = \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{16}$$

Закон распределения случайной величины X :

X	0	1	2	3	4
p	1/16	4/16	6/16	4/16	1/16

2. Математическое ожидание и дисперсия дискретной случайной величины X :

$$M(X) = 0 \cdot \frac{1}{16} + 1 \cdot \frac{4}{16} + 2 \cdot \frac{6}{16} + 3 \cdot \frac{4}{16} + 4 \cdot \frac{1}{16} = 2$$

$$D(X) = M(X^2) - M^2(X) = 0^2 \cdot \frac{1}{16} + 1^2 \cdot \frac{4}{16} + 2^2 \cdot \frac{6}{16} + 3^2 \cdot \frac{4}{16} + 4^2 \cdot \frac{1}{16} - 2^2 = 1$$

3. Среднее число остановок автомобиля: 2.

Ответ: Среднее (ожидаемое) число остановок автомобиля: 2.

Критерии оценивания:

- определение вероятности случайного события;
- закон распределения дискретной случайной величины;
- нахождение математического ожидания и дисперсии дискретной случайной величины.

Компетенции (индикаторы): ОПК-1 (ОПК-1.1, ОПК-1.3)

4. Решить задачу: Заданы значения $X_1, X_2, X_3 \dots X_n$, которые приняла дискретную случайная величина X в последовательности $n = 20$ независимых испытаний,

- 1) Составить эмпирический (статистический ряд) распределения случайной величины;
- 2) Вычислить выборочные значения X_v , выборочную дисперсию $D(x)$, среднее квадратическое отклонение $\sigma(x)$.

В ₉	2,8; 3,4; 5,5; 6,6; 3,3; 3,5; 6,4; 2,8; 6,4; 3,4; 3,4; 3,5; 5,6; 6,5; 6,6; 3,3; 3,5; 5,5; 5,6; 3,3.
----------------	---

Время выполнения – 30 мин.

Ожидаемый результат:

- 1) чтобы составить эмпирический ряд распределения, расположим варианты в порядке возрастания и подсчитаем частоту их появления

X	2.8	3.3	3.4	3.5	5.5	5.6	6,4	6,5	6,6	
N	2	3	3	3	2	2	2	1	2	N=20

Для составления гистограммы построим интервальный ряд распределения

$X_{\max}=6.6; X_{\min}=2.8$.

$$h = \frac{X_{\max} - X_{\min}}{1 + 3,322 \lg n} = \frac{6.6 - 2.8}{1 + 3,322 \lg 20} = \frac{3,8}{5,32} = 0.2, \text{ т.е. } h=0.7 - \text{ шаг. Левый конец I интервала}$$

$$X_{\min} - \frac{h}{2} = 2.8 - \frac{0.7}{2} = 2.45$$

Составим интервальный вариационный ряд

Интервалы	2,45 – 3,15	3,15 – 3,85	3,85 – 4,55	4,55 – 5,25	5,25 – 5,95	5,95 – 6,65
Частота n	2	9	0	0	4	5
Относительная Wi	$\frac{2}{20}$	$\frac{9}{20}$	0	0	$\frac{4}{20}$	$\frac{5}{20}$
$\frac{Wi}{h}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{9}{14}$	0	0	$\frac{2}{7}$	$\frac{5}{14}$

$$\text{Средняя выборочная } \bar{X}_v = \frac{\sum x_i n_i}{n}$$

$$\begin{aligned}\overline{X\hat{a}} &= \frac{2,8 \cdot 2 + 3,3 \cdot 3 + 3,4 \cdot 3 + 3,5 \cdot 3 + 5,5 \cdot 2 + 5,6 \cdot 2 + 6,4 \cdot 2 + 6,5 \cdot 1 + 6,6 \cdot 2}{20} = \\ &= \frac{5,6 + 9,9 + 10,2 + 10,5 + 11 + 11,2 + 12,8 + 6,5 + 13,2}{20} = 4,545\end{aligned}$$

Выборочная дисперсия $D(x) = \frac{\sum X_i^2 n_i}{n} - \left(\frac{\sum X_i n_i}{n} \right)^2$

$$\begin{aligned}D(x) &= \frac{2,8^2 \cdot 2 + 3,3^2 \cdot 3 + 3,4^2 \cdot 3 + 3,5^2 \cdot 3 + 5,5^2 \cdot 2 + 5,6^2 \cdot 2 + 6,4^2 \cdot 2 + 6,5^2 \cdot 1 + 6,6^2 \cdot 2}{20} - \\ &- 4,545^2 = \frac{15,68 + 32,67 + 34,68 + 36,75 + 60,5 + 62,72 + 81,92 + 42,25 + 87,12}{20} - \\ &- 20,6570 = 22,7145 - 20,6570 = 2,0575\end{aligned}$$

Среднее квадратическое отклонение $\delta(x) = \sqrt{2,0575} = 1,434$

$$S_x = S(x) = \sqrt{\frac{n}{n-1} \cdot D(x)} = \sqrt{\frac{20}{19} \cdot 2,0575} \approx 1,471 - \text{исправленное среднее квадратическое отклонение.}$$

Критерии оценивания:

- построение интервального ряда распределения случайной величины;
- нахождение средней выборочной, выборочной дисперсии и среднего квадратического отклонения случайной величины.

Компетенции (индикаторы): ОПК-1 (ОПК-1.1, ОПК-1.3)

Экспертное заключение

Представленный фонд оценочных средств (далее – ФОС) по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика» соответствует требованиям ФГОС ВО.

Предлагаемые формы и средства текущего и промежуточного контроля адекватны целям и задачам реализации основной профессиональной образовательной программы по направлению подготовки 09.03.01 Информатика и вычислительная техника.

Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины представлены в полном объеме.

Виды оценочных средств, включенные в представленный фонд, отвечают основным принципам формирования ФОС.

Разработанный и представленный для экспертизы фонд оценочных средств рекомендуется к использованию в процессе подготовки обучающихся по указанному направлению 09.03.01 Информатика и вычислительная техника.

Председатель учебно-методической
комиссии Краснодонского факультета
инженерии и менеджмента (филиала)

 Родионова О.Ю.

Лист изменений и дополнений

№ п/п	Виды дополнений и изменений	Дата и номер протокола заседания кафедры (кафедр), на котором были рассмотрены и одобрены изменения и дополнения	Подпись (с расшифровкой) заведующего кафедрой (заведующих кафедрами)