

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Луганский государственный университет
имени Владимира Даля»
(ФГБОУ ВО «ЛГУ им. В. Даля»)

Краснодонский факультет инженерии и менеджмента (филиал)
Кафедра социально-экономических дисциплин и техносферной безопасности



УТВЕРЖДАЮ:
Директор
Панайотов К.К.

«21» апреля 2023 года

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ (модуля)

По дисциплине Математика
(название дисциплины по учебному плану)

По направлению подготовки 38.03.04 Государственное и муниципальное управление
(код, название без кавычек)

Профиль подготовки Административно-государственное управление

Краснодон 2023

Лист согласования РПУД

Рабочая программа учебной дисциплины «Математика» по направлению подготовки 38.03.04 Государственное и муниципальное управление, профиль «Административно-государственное управление» – 99 с.

Рабочая программа учебной дисциплины «Математика» разработана в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования по направлению подготовки 38.03.04 Государственное и муниципальное управление, утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 13 августа 2020 года № 1016 (с изменениями и дополнениями от 26 ноября 2020 г.).

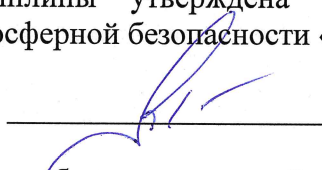
СОСТАВИТЕЛЬ (СОСТАВИТЕЛИ):

ст. преп. Иванова Т.В.

(ученая степень, ученое звание, должность фамилия, инициалы)

Рабочая программа дисциплины утверждена на заседании кафедры социально-экономических дисциплин и техносферной безопасности «16» марта 2023 г., протокол № 8.

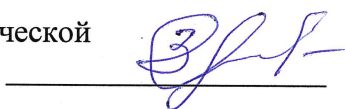
Заведующий кафедрой



Черная А.М.

Рекомендована на заседании учебно-методической комиссии факультета «20» марта 2023 г., протокол № 8.

Председатель учебно-методической
комиссии факультета



Замота О.Н.

Структура и содержание дисциплины

1. Цели и задачи учебной дисциплины, ее место в учебном процессе

Целью изучения дисциплины «Математика» является приобретение знаний и умений, позволяющих в дальнейшем заниматься научной и прикладной деятельностью. При изучении этой дисциплины формируются общекультурные и профессиональные компетенции, необходимые для реализации различных видов деятельности: производственно-технологической, научно-исследовательской и проектной. Математика является не только мощным средством решения прикладных задач и универсальным языком науки, но также и элементом общей культуры. Поэтому математическое образование следует рассматривать как важнейшую составляющую фундаментальной подготовки бакалавров.

Задачи:

воспитание достаточно высокой математической культуры;
привитие навыков современных видов математического мышления;
привитие навыков использования математических методов и основ математического моделирования в практической деятельности.

2. Место дисциплины в структуре ОПОП ВО

Дисциплина «Математика» читается студентам 1-го года обучения (1-й и 2-й семестры), обучающимся по направлению подготовки 38.03.04-Государственное и муниципальное управление, профиль «Административно-государственное управление». Относится к базовой части математического и естественно-научного блока дисциплин подготовки студентов по направлению подготовки 38.03.04 Государственное и муниципальное управление, профиль «Административно-государственное управление».

Необходимыми условиями для освоения дисциплины являются: знание основ элементарной математики, умения анализировать и выявлять закономерности и особенности явлений и процессов, владение навыками самостоятельной работы и постоянно пополнять свой уровень знаний в свете современных тенденций развития математического инструментария для решения экономических задач.

Дисциплина «Математика» представляет собой изложение основных положений математики, необходимых для понимания и использования основных законов естественнонаучных и экономических дисциплин в профессиональной деятельности.

Основывается на базе дисциплин элементарной математики (школьный курс алгебры, геометрии, элементарных функций и основ математического анализа). Является основой для изучения следующих дисциплин: «Теория вероятностей и математическая статистика», «Статистика», «Микроэкономика», «Экономика предприятий», «Финансы», «Деньги, кредит, банки», «Бухгалтерский учёт».

3. Требования к результатам освоения содержания дисциплины

Процесс изучения дисциплины «Математика» направлен на формирование следующих компетенций:

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижений компетенции (по реализуемой дисциплине)	Перечень планируемых результатов
УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации,	УК-1.1. Осуществляет поиск необходимой информации, опираясь на результаты анализа поставленной задачи	Знать: систему категорий и методов, позволяющих осуществлять поиск необходимой информации, опираясь на результаты анализа поставленной задачи. Уметь: разрабатывать варианты решения

применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.2. Разрабатывает варианты решения проблемной ситуации на основе критического анализа доступных источников информации УК-1.3. Выбирает оптимальный вариант решения задачи, аргументируя свой выбор	проблемной ситуации на основе критического анализа доступных источников информации. Владеть: методами построения математических моделей типовых задач, математической логикой, необходимой для постановки и решения профессиональных задач, инструментарием для решения математических задач в своей предметной области.
---	---	--

4. Структура и содержания дисциплины.

4.1. Объем учебной дисциплины и виды учебной деятельности

Вид учебной работы	Объем часов (з.е.)		
	Очная форма	Очно-заочная форма	Заочная форма
Общая учебная нагрузка (всего)	288 (8 зач. ед)	288 (8 зач. ед)	-
Обязательная аудиторная учебная нагрузка (всего) в том числе:	136	48	-
Лекции	68	24	-
Семинарские занятия	-	-	-
Практические занятия	68	24	-
Лабораторные работы	-	-	-
Курсовая работа (курсовой проект)	-	-	-
Другие формы и методы организации образовательного процесса (<i>расчетно-графические работы, групповые дискуссии, ролевые игры, тренинг, компьютерные симуляции, интерактивные лекции, семинары, анализ деловых ситуаций и т.п.</i>)	-	-	-
Самостоятельная работа студента (всего)	152	240	-
Форма аттестации	экзамен	экзамен	-

4.2. Содержание разделов дисциплины

Семестр 1.

Раздел 1. Комплексные числа.

Тема 1.1. Полярная система.

Тема 1.2. Комплексные числа и действия над ними.

Определения комплексных чисел, геометрическое изображение комплексного числа, действия над комплексными числами, тригонометрическая и показательная форма комплексного числа.

Раздел 2. Линейная алгебра.

Тема 2.1. Определители.

Определители II и III порядка, свойства определителей, методы вычисления определителей.

Тема 2.2. Матрицы.

Определение матриц, виды матриц, обозначение, действия над матрицами, свойства операций над матрицами, обратная матрица, ранг матрицы, базисный минор матрицы.

Тема 2.3. Системы линейных алгебраических уравнений.

Определение, виды систем, теорема Кронекера-Капелли, однородные системы, методы решения систем уравнений: матричный метод, формулы Крамера, метод Гаусса, метод Жордана-Гаусса

Раздел 3. Векторная алгебра и аналитическая геометрия.

Тема 3.1. Вектора.

Определение вектора, обозначение, виды векторов, линейные операции над векторами, разложение вектора по базису, декартова прямоугольная система координат, вектор в декартовой системе координат, расстояние между двумя точками, деление отрезка в данном отношении, скалярное произведение векторов, векторное произведение векторов, смешанное произведение трех векторов

Тема 3.2. Прямая линия на плоскости и в пространстве. Плоскость.

Основные виды уравнений прямой на плоскости, приведение общего уравнения прямой к нормальному виду, расстояние от точки до прямой, основные виды уравнений плоскости, угол между двумя плоскостями, расстояние от точки до плоскости, основные виды уравнений прямой в пространстве, угол между прямыми в пространстве, точка пересечения прямой и плоскости, угол между прямой и плоскостью, условие принадлежности двух прямых плоскости.

Тема 3.3. Кривые второго порядка. Поверхности второго порядка.

Общее уравнение кривой второго порядка, эллипс, гипербола, парабола, общее уравнение поверхности второго порядка, канонические уравнения поверхности второго порядка, частные случаи уравнений поверхностей второго порядка.

Раздел 4. Дифференциальное исчисление.

Тема 4.1. Предел. Непрерывность функции.

Предел последовательности, предел функции, функция, стремящаяся к бесконечности, ограниченные функции, бесконечно малые и их свойства, основные теоремы о пределах, непрерывность функции в точке.

Тема 4.2. Производная и дифференциал функции.

Определение производной. Геометрическое значение производной, правила нахождения производной, производные элементарных функций, производная сложной функции, производная обратной функции, производная функции, заданной неявно и функции, заданной параметрически.

Тема 4.3. Исследование функции способами дифференциального исчисления.

Возрастание и убывание функции, экстремумы функции, вторая производная и точки перегиба, асимптоты графика функции, общая схема исследования функции с помощью производной, практические задачи на экстремум.

Семестр 2.

Раздел 5. Интегральное исчисление функции одной переменной.

Тема 5.1. Неопределенный интеграл, методы интегрирования.

Первообразная. Неопределенный интеграл и его свойства. Табличные интегралы. Замена переменной и интегрирование по частям в неопределенном интеграле. Разложение рациональных дробей на простейшие. Интегрирование рациональных дробей. Интегрирование некоторых иррациональных и трансцендентных функций.

Тема 5.2. Определенный интеграл, его приложения.

Определенный интеграл, его свойства. Формула Ньютона-Лейбница, ее применение для вычисления определенных интегралов. Несобственные интегралы с бесконечными пределами и от неограниченных функций, их основные свойства. Признаки сходимости несобственных интегралов.

Геометрические и механические приложения определенного интеграла.

Раздел 6. Математический анализ. Функции нескольких переменных.

Тема 6.1. Функции нескольких переменных, дифференциальное исчисление.

Определение функции двух переменных. Геометрическая интерпретация функции двух переменных. Линии уровня. Обобщение на функции произвольного числа переменных. Частные производные функций многих переменных и их геометрический смысл. Дифференцируемость функций многих переменных. Достаточное условие дифференцируемости. Первый дифференциал функции нескольких переменных и его применение в приближенных вычислениях. Частные производные сложной функции. Производная по направлению. Градиент функции и его свойства. Частные производные высших порядков. Формулировка теоремы о перестановке порядка дифференцирования. Дифференциалы высшего порядка. Формула Тейлора для функции нескольких переменных.

Тема 6.2. Экстремумы функций нескольких переменных.

Необходимое условие экстремума. Достаточные условия максимума и минимума. Выпуклые функции многих переменных. Теоремы об экстремумах выпуклых функций.

Условный экстремум функции многих переменных. Метод множителей Лагранжа. Геометрическая интерпретация необходимого условия локального условного экстремума. Достаточное условие локального условного экстремума. Нахождение наибольших и наименьших значений функций нескольких переменных в замкнутой ограниченной области.

Функции нескольких переменных в задачах экономики. Оптимизационные задачи на основе производственных функций. Понятие о методе наименьших квадратов.

Раздел 7. Обыкновенные дифференциальные уравнения и системы уравнений.

Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям. Дифференциальные уравнения первого порядка. Задача Коши. Существование и единственность решения задачи Коши. Классификация уравнений первого порядка.

Дифференциальные уравнения высших порядков. Уравнения, допускающие понижение порядка.

Линейные дифференциальные уравнения второго порядка. Однородные и неоднородные уравнения. Общее решение. Метод вариации постоянных. Уравнения с правой частью специального вида.

Нормальная система дифференциальных уравнений. Задача Коши для нормальной системы. Системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.

4.3. Лекции

№ п/п	Название темы	Объем часов		
		Очная	Очно-	Заочная

		форма	заочная форма	форма
1. Комплексные числа		6	2	
1	Полярная система координат.	2		
2	Расширение понятия числа. Определение комплексных чисел.	2	2	
3	Тригонометрическая и показательная форма комплексного числа. Переход от одной формы комплексного числа к другой.	2		
2. Линейная алгебра.		8	3	
4	Определители .	2	1	
5	Матрицы.	2		
6	Системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ)	2	1	
7	Методы решения систем уравнений.	2	1	
3. Векторная алгебра и аналитическая геометрия.		14	4	
8	Геометрические векторы.	2	1	
9	Декартова прямоугольная система координат.	2		
10	Прямая линия на плоскости.	2		
11	Плоскость.	2	1	
12	Прямая в пространстве.	2	1	
13	Кривые второго порядка.	2	1	
14	Поверхности второго порядка.	2		
4. Дифференциальное исчисление.		6	3	
15	Предел функции. Существование и единственность предела. Свойства	2	1	
16	Определение производной и дифференциала функции.	2	1	
17	Исследование функции способами дифференциального исчисления.	2	1	
5. Интегральное исчисление функции одной переменной		18	4	
18	Определение первообразной и ее свойства. Неопределенный интеграл. Таблица интегралов.	2	1	
19	Методы интегрирования: замена переменной, интегрирование по частям.	2		
20	Интегралы от некоторых функций, содержащих квадратный трёхчлен.	2		
21	Интегрирование рациональных дробей	2		
22	Интегрирование тригонометрических функций и некоторых иррациональных.	2		
23	Определенный интеграл и его свойства	2	1	
24	Определенный интеграл как функция переменной верхнего предела. Формула Ньютона-Лейбница. Интегрирование заменой переменной и по частям в определенном интеграле.	2		
25	Несобственные интегралы	2	1	
26	Вычисление площадей, объемов, длин кривых с помощью определенного интеграла. Физическое	2	1	

	применение интеграла.			
6. Математический анализ. Функции нескольких переменных.		8	4	
27	Основные понятия. Предел и непрерывность	2	1	
28	Частные производные и дифференциалы функции. Частные производные высших порядков	2	1	
29	Экстремум функции многих переменных. Наибольшее и наименьшее значение функции.	2	1	
30	Производная по направлению. Градиент функции. Дифференцирование неявных функций. Касательная плоскость.	2	1	
7. Обыкновенные дифференциальные уравнения и системы уравнений.		8	4	
31	Основные определения. Задача Коши. Уравнения с разделяющимися переменными. Однородные дифференциальные уравнения	2	1	
32	Линейные дифференциальные уравнения, уравнения Бернулли.	2	1	
33	Дифференциальные уравнения высших порядков. Линейные дифференциальные уравнения: однородные и неоднородные Линейные однородные уравнения с постоянными коэффициентами.	2	1	
34	Системы дифференциальных уравнений.	2	1	
Итого:		68	24	

4.4. Практические (семинарские) занятия

№ п/ п	Название темы	Объем часов		
		Очная форма	Очно- заочная форма	Заочная форма
1	Действия с комплексными числами	2	1	
2	Определители. Матрицы и действия над ними. Обратная матрица.	4	1	
3	Системы линейных алгебраических уравнений. Метод Крамера, Гаусса, обратной матрицы.	4	2	
4	Векторы и их применение. Произведение векторов.	4	1	
5	Аналитическая геометрия на плоскости.	4	1	
6	Аналитическая геометрия в пространстве	4	1	
7	Нахождение пределов последовательностей и функций. Раскрытие неопределенностей. Производные и дифференциалы функций, заданных явно, неявно, параметрически.	4	1	
8	Нахождение производных и дифференциалов. Производные и дифференциалы высших порядков	4	2	
9	Исследование функций, построение графиков. Задачи на экстремумы	4	2	
10	Определение первообразной и ее свойства. Неопределенный интеграл. Таблица интегралов.	2	1	
11	Методы интегрирования: замена переменной,	2	1	

	интегрирование по частям.			
12	Интегралы от некоторых функций, содержащих квадратный трёхчлен.	2		
13	Интегрирование рациональных дробей	2	1	
14	Интегрирование тригонометрических функций и некоторых иррациональных.	2	1	
15	Определенный интеграл и его свойства	2		
16	Определенный интеграл как функция переменной верхнего предела. Формула Ньютона-Лейбница. Интегрирование заменой переменной и по частям в определенном интеграле.	2		
17	Несобственные интегралы	2	1	
18	Вычисление площадей, объемов, длин кривых с помощью определенного интеграла. Физическое применение интеграла.	2	1	
19	Основные понятия. Предел и непрерывность	2	1	
20	Частные производные и дифференциалы функции. Частные производные высших порядков	2	1	
21	Экстремум функции многих переменных. Наибольшее и наименьшее значение функции.	2	1	
22	Производная по направлению. Градиент функции. Дифференцирование неявных функций. Касательная плоскость.	2		
23	Основные определения. Задача Коши. Уравнения с разделяющимися переменными. Однородные дифференциальные уравнения	2	1	
24	Линейные дифференциальные уравнения, уравнения Бернулли.	2	1	
25	Дифференциальные уравнения высших порядков. Линейные дифференциальные уравнения: однородные и неоднородные. Линейные однородные уравнения с постоянными коэффициентами.	2		
26	Системы дифференциальных уравнений.	2	1	
Итого:		68	24	

4.5. Темы лабораторных работ

Лабораторные занятия учебным планом не предусмотрены

4.6. Самостоятельная работа студентов

№ п/ п	Название темы	Вид СРС	Объем часов		
			Очная форма	Очно-заочная форма	Заочная форма
1	Показательная функция с комплексным показателем и ее свойства. Разложение многочлена на множители в случае комплексных корней. Интерполирование. Интерполированная формула Лагранжа. Интерполированная	Подготовка к практическим занятиям, к текущему и промежуточному контролю	7	17	

	формула Ньютона.	знаний			
2	Ранг матрицы. Элементарные преобразования матрицы. Теорема о ранге матрицы. Системы m линейных уравнений с n переменными. Системы линейных однородных уравнений. Фундаментальная система решений. Модель Леонтьева многоотраслевой экономики (балансовый анализ)	Подготовка к практическим занятиям, к текущему и промежуточному контролю знаний	7	17	
3	n -мерный вектор и векторное пространство. Размерность и базис векторного пространства. Переход к новому базису. Евклидово пространство. Линейные операторы. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора. Квадратичные формы. Линейная модель обмена.	Подготовка к практическим занятиям, к текущему и промежуточному контролю знаний	7	17	
4	Элементарные функции. Классификация функций. Преобразование графиков. Применение функций в экономике. Интерполирование функций. Признаки существования пределов. Задача о непрерывном начислении процентов. Зависимость между непрерывностью функции и дифференцируемостью. Производная высших порядков. Экономический смысл производной. Использование понятия производной в экономике. Правило Лопиталя. Применение производной в экономической теории.	Подготовка к практическим занятиям, к текущему и промежуточному контролю знаний	7	17	
5	Неопределенный интеграл. Методы вычисления неопределенного интеграла.	Подготовка к практическим занятиям, к текущему и промежуточному контролю знаний	7	17	
6	Определенный интеграл и его применение.	Подготовка к практическим занятиям, к текущему и промежуточному контролю знаний	7	17	
7	Несобственный интеграл	Подготовка к практическим занятиям, к текущему и промежуточному контролю знаний	7	17	

		ому контролю знаний			
8	Дифференциальное исчисление функций многих переменных.	Подготовка к практическим занятиям, к текущему и промежуточному контролю знаний	7	17	
9	Экстремумы функций нескольких переменных.	Подготовка к практическим занятиям, к текущему и промежуточному контролю знаний	6	17	
10	Дифференциальные уравнения первого порядка и методы их решений	Подготовка к практическим занятиям, к текущему и промежуточному контролю знаний	6	17	
11	Дифференциальные уравнения высших порядков.	Подготовка к практическим занятиям, к текущему и промежуточному контролю знаний	6	17	
12	Системы дифференциальных уравнений.	Подготовка к практическим занятиям, к текущему и промежуточному контролю знаний	6	17	
13	Индивидуальные задания		36	36	
Итого:			152	204	

4.7. Курсовой проект

Курсовые работы не предусмотрены

5. Образовательные технологии.

С целью формирования и развития профессиональных навыков, обучающихся необходимо использовать инновационные образовательные технологии при реализации различных видов аудиторной работы в сочетании с внеаудиторной. Используемые образовательные технологии и методы должны быть направлены на повышение качества подготовки путем развития у обучающихся способностей к самообразованию и нацелены на активацию и реализацию личностного потенциала.

Преподавание дисциплины ведется с применением следующих видов образовательных технологий:

Лекционно-семинарско-зачетная система – дает возможность сконцентрировать материал в блоки и преподнести его как единое целое, а контроль проводить по предварительной подготовке студентов.

Обучение в сотрудничестве (командная, групповая работа) – сотрудничество трактуется как идея совместной развивающей деятельности студентов. Суть индивидуального подхода в том, чтобы идти не от учебного предмета, а от студента к предмету, идти от тех возможностей, которыми располагает студент, применять психолого-педагогические диагностики личности.

Проблемное обучение - предполагает последовательную постановку перед обучающимися проблем, в процессе решения которых они усваивают не только знаниевую компоненту профессиональной деятельности, но и навыки ее осуществления.

6. Учебно-методическое и программно-информационное обеспечение дисциплины.

а) основная литература:

1. Исаева С.И., Математика / С.И. Исаева, Л.В. Кнауб, Е.В. Юрьева - Красноярск : СФУ, 2011. - 156 с. - ISBN 978-7638-2405-6 - Текст : электронный // ЭБС "Консультант студента" : [сайт]. - URL : <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN978763824056.html>

2. Михеев В.И., Высшая математика, краткий курс : Учеб. пособие / Михеев В.И., Павлюченко Ю.В. - 2-е изд., испр. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2008. - 196 с. - ISBN 978-5-9221-0978-9 - Текст : электронный // ЭБС "Консультант студента" : [сайт]. - URL : <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922109789.html>

3. Ровба Е.А., Высшая математика : учеб. пособие / Е.А. Ровба, А.С. Ляликов, Е.А. Сетько, К.А. Смотрицкий - Минск : Выш. шк., 2012. - 391 с. - ISBN 978-985-06-2106-1 - Текст : электронный // ЭБС "Консультант студента" : [сайт]. - URL : <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9789850621061.html>

б) дополнительная литература:

1. Дураков Б.К., Краткий курс высшей алгебры и аналитической геометрии : учебник / Дураков Б.К. - Красноярск : СФУ, 2017. - 422 с. - ISBN 978-5-7638-3736-0 - Текст : электронный // ЭБС "Консультант студента" : [сайт]. - URL : <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785763837360.html>

2. Дегтярева О.М., Высшая математика. Материалы для подготовки бакалавров и специалистов в 3 ч. Ч. I. : учебное пособие / Дегтярева О. М. - Казань : Издательство КНИТУ, 2016. - 104 с. - ISBN 978-5-7882-1912-7 - Текст : электронный // ЭБС "Консультант студента" : [сайт]. - URL : <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785788219127.html>

3. Рябушко А.П., Высшая математика : теория и задачи. В 5 ч. Ч. 1. Линейная и векторная алгебра. Аналитическая геометрия. Дифференциальное исчисление функций одной переменной : учеб. пособие. / А.П. Рябушко, Т.А. Жур - Минск : Выш. шк., 2016. - 303 с. - ISBN 978-985-06-2765-0 - Текст : электронный // ЭБС "Консультант студента" : [сайт]. - URL : <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9789850627650.html>

4. Рябушко А.П., Высшая математика : теория и задачи. В 5 ч. Ч. 2. Комплексные числа. Неопределенный и определенный интегралы. Функции нескольких переменных : учеб. пособие. / А.П. Рябушко, Т.А. Жур - Минск : Выш. шк., 2016. - 271 с. - ISBN 978-985-06-2766-7 - Текст : электронный // ЭБС "Консультант студента" : [сайт]. - URL : <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9789850627667.html>

5. Фоминых Е.И., Математика. Практикум : учеб. пособие / Е.И. Фоминых - Минск : РИПО, 2017. - 438 с. - ISBN 978-985-503-702-7 - Текст : электронный // ЭБС "Консультант студента" : [сайт]. - URL : <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9789855037027.html>

6. Шабаршина И.С., Математика. Часть 1 : учебник / Шабаршина И. С. - Ростов н/Д : Изд-во ЮФУ, 2017. - 162 с. - ISBN 978-5-9275-2431-0 - Текст : электронный // ЭБС "Консультант студента" : [сайт]. - URL : <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785927524310.html>

в) методические указания

Методические разработки лекционно-практических занятий по высшей математике 1 курс 1 семестр, Сост. Иванова Т.И., Панайотова А.Н. 2016, 86с

в) интернет-ресурсы:

Министерство образования и науки Российской Федерации – <http://минобрнауки.рф/>

Федеральная служба по надзору в сфере образования и науки – <http://obrnadzor.gov.ru/>

Министерство образования и науки Луганской Народной Республики – <https://minobr.su>

Народный совет Луганской Народной Республики – <https://nslnr.su>

Портал Федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования – <http://fgosvo.ru>

Федеральный портал «Российское образование» – <http://www.edu.ru/>

Информационная система «Единое окно доступа к образовательным ресурсам» – <http://window.edu.ru/>

Федеральный центр информационно-образовательных ресурсов – <http://fcior.edu.ru/>

Электронные библиотечные системы и ресурсы

Электронно-библиотечная система «Консультант студента» – <http://www.studentlibrary.ru/cgi-bin/mb4x>

Электронно-библиотечная система «StudMed.ru» – <https://www.studmed.ru>

Информационный ресурс библиотеки образовательной организации

Научная библиотека имени А. Н. Коняева – <http://biblio.dahluniver.ru/>

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Освоение дисциплины «Математика» предполагает использование академических аудиторий, соответствующих действующим санитарным и противопожарным правилам и нормам.

Лекционные занятия: комплект электронных презентаций/слайдов; аудитория, оснащенная презентационной техникой (проектор, экран, компьютер/ноутбук, ...) и т.п.

Практические занятия: компьютерный класс, презентационная техника (проектор, экран, компьютер/ноутбук, ...), пакеты ПО общего назначения (текстовые редакторы, графические редакторы, ...).

Прочее: рабочее место преподавателя, оснащенное компьютером с доступом в Интернет, рабочие места студентов, оснащенные компьютерами с доступом в Интернет, предназначенные для работы в электронной образовательной среде, и т.п.

Программное обеспечение:

Функциональное назначение	Бесплатное программное обеспечение	Ссылки
Офисный пакет	Libre Office 6.3.1	https://www.libreoffice.org/ https://ru.wikipedia.org/wiki/LibreOffice
Операционная система	UBUNTU 19.04	https://ubuntu.com/ https://ru.wikipedia.org/wiki/Ubuntu

Браузер	FirefoxMozilla	http://www.mozilla.org/ru/firefox/fx
Браузер	Opera	http://www.opera.com
Почтовый клиент	MozillaThunderbird	http://www.mozilla.org/ru/thunderbird
Файл-менеджер	FarManager	http://www.farmanager.com/download.php
Архиватор	7Zip	http://www.7-zip.org/
Графический редактор	GIMP (GNU Image Manipulation Program)	http://www.gimp.org/ http://gimp.ru/viewpage.php?page_id=8 http://ru.wikipedia.org/wiki/GIMP
Редактор PDF	PDFCreator	http://www.pdfforge.org/pdfcreator
Аудиоплеер	VLC	http://www.videolan.org/vlc/

8. Паспорт фонда оценочных средств по учебной дисциплине

«Математика»

Перечень компетенций (элементов компетенций), формируемых в результате освоения учебной дисциплины (модуля) или практики

№ п/п	Код контролируемой компетенции	Формулировка контролируемой компетенции	Контролируемые темы учебной дисциплины, практики	Этапы формирования (семестр изучения)
1.	УК-1	Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	Тема 1 Комплексные числа	1
			Тема 2 Линейная алгебра	1
			Тема 3 Векторная алгебра и аналитическая геометрия	1
			Тема 4 Дифференциальное исчисление	1
			Тема 5. Интегральное исчисление функции	2

			одной переменной	
			Тема 6 Математический анализ. Функции нескольких переменных	.2
			Тема 7 Обыкновенные дифференциальные уравнения и системы уравнений.	2

Показатели и критерии оценивания компетенций, описание шкал оценивания

№ п/п	Код контролируемой компетенции	Показатель оценивания (знания, умения, навыки)	Контролируемые темы учебной дисциплины	Наименование оценочного средства
1.	УК-1	Знать: систему категорий и методов, позволяющих осуществлять поиск необходимой информации, опираясь на результаты анализа поставленной задачи. Уметь: разрабатывать варианты решения проблемной ситуации на основе критического анализа доступных источников информации. Владеть: методами построения математических моделей типовых задач, математической логикой, необходимой для постановки и решения профессиональных задач, инструментарием для решения математических задач в своей предметной области.	Тема 1, Тема 2, Тема 3, Тема 4, Тема 5, Тема 6, Тема 7.	Фронтальные и индивидуальные опросы; контрольные работы; домашние задания; промежуточная аттестация (экзамен)

Фонды оценочных средств по дисциплине «Математика»

Перечень вопросов (для проведения собеседования (устный или письменный опрос))

Тема 1. Комплексные числа.

1. Дайте определение мнимой единицы.
2. Как вычисляют степени мнимой единицы?
3. Какое число называется комплексным?
4. Какие комплексные числа называются чисто мнимыми? Приведите примеры комплексных чисел, чисто мнимых чисел.
5. Какие комплексные числа называются равными?
6. Какие комплексные числа называются сопряженными?

7. Как выполняются сложение, вычитание, умножение комплексных чисел в алгебраической форме?
8. Как выполняется деление комплексных чисел в алгебраической форме?
9. Как геометрически изображаются комплексные числа?
10. Что называется модулем и аргументом комплексного числа?
11. Напишите формулы для модуля и аргумента комплексного числа.
12. Какие корни и сколько корней имеет квадратное уравнение с отрицательным дискриминантом?
13. Как решить квадратное уравнение, если дискриминант его отрицателен?
14. Как записывается комплексное число в тригонометрической форме? Как записывается комплексное число в показательной форме? Формула Эйлера.
15. Сформулируйте правило перехода от алгебраической формы комплексного числа к тригонометрической и обратно.
16. Сформулируйте правило перехода от алгебраической формы комплексного числа к показательной и обратно.
17. Как перейти от тригонометрической формы комплексного числа к показательной и обратно.
18. Как умножаются комплексные числа, записанные в тригонометрической форме.
19. Как умножаются комплексные числа, записанные в показательной форме?
20. Сформулируйте правило деления комплексных чисел в тригонометрической форме.
21. Сформулируйте правило деления комплексных чисел в показательной форме.
22. Как возвести в степень комплексное число, записанное в тригонометрической форме.
23. Как возвести в степень комплексное число, записанное в показательной форме?
24. Сформулируйте правило извлечения корня n -й степени из комплексного числа, записанного в тригонометрической форме.
25. Сформулируйте правило извлечения корня n -й степени из комплексного числа, записанного в показательной форме.
26. Сколько значений имеет корень n -й степени из комплексного числа?

Тема 2. Линейная алгебра.

1. Что называется матрицей?
2. Что называется матрицей-строкой, матрицей столбцом?
3. Какие матрицы называются прямоугольными, квадратными?
4. Какие матрицы называются равными?
5. Что называется главной диагональю матрицы?
6. Какая матрица называется диагональной?
7. Какая матрица называется единичной?
8. Какая матрица называется треугольной?
9. Что значит транспонировать матрицу?
10. Что называется суммой матриц?
11. Что называется произведением матрицы на число?
12. Как найти произведение двух матриц?
13. В чем состоит обязательное условие существования произведения матриц?
14. Что называется определителем матрицы?
15. Как вычислить определитель третьего порядка по схеме треугольников?
16. Что называется минором?
17. Что называется алгебраическим дополнением элемента определителя?
18. Как разложить определитель по элементам столбца или строки?
19. Перечислите свойства определителя.
20. Какая матрица называется невырожденной?

21. Какая матрица называется обратной по отношению к данной?
22. Каков алгоритм нахождения обратной матрицы?
23. Сформулируйте теорему Крамера.
24. Запишите формулы Крамера.
25. В чем заключается метод Гаусса.

Тема 3. Векторная алгебра и аналитическая геометрия.

1. Что называется вектором?
2. Что называется длиной вектора?
3. Какие векторы называются равными?
4. Как сложить два вектора?
5. Как найти разность двух векторов?
6. Как умножить вектор на число?
7. Какие векторы называются коллинеарными?
8. Как разложить вектор в декартовой системе координат?
9. Что называется базисом?
10. Что называется координатами вектора?
11. Как найти координаты вектора, заданного двумя точками?
12. Как найти длину вектора, заданного двумя точками?
13. Как вычисляется длина вектора, заданного своими координатами?
14. Как выполняется сложение и вычитание векторов, заданных своими координатами?
15. Как умножить вектор, заданный своими координатами, на число?
16. Каким свойством обладают координаты коллинеарных векторов?
17. Запишите формулы деления отрезка в данном отношении.
18. Запишите формулы деления отрезка на две равные части.
19. Что называется скалярным произведением векторов?
20. Как вычисляется скалярное произведение векторов, заданных своими координатами?
21. Каким свойством обладает скалярное произведение векторов?
22. Чему равно скалярное произведение двух перпендикулярных векторов?
23. Чему равно скалярное произведение коллинеарных векторов?
25. Что называется уравнением прямой?
26. Каким уравнением описывается прямая на плоскости?
27. Как записывается каноническое уравнение прямой?
28. Запишите уравнения осей координат.
29. Запишите уравнения прямых, параллельных осям координат.
30. Сформулируйте правило составления уравнения прямой на плоскости.
31. Запишите уравнение прямой с угловым коэффициентом.
32. Сформулируйте условие параллельности прямых.
33. Сформулируйте условие перпендикулярности прямых.
34. Как найти угол между прямыми?
35. Каким уравнением описывается кривая на плоскости?
36. Запишите каноническое уравнение эллипса.
37. Что называется эксцентриситетом эллипса? Какова его величина?
38. Чему равен эксцентриситет окружности?
39. Запишите каноническое уравнение гиперболы.
40. Запишите уравнение равносторонней гиперболы.
41. Запишите каноническое уравнение параболы, директрисы параболы.

Тема 4. Дифференциальное исчисление.

1. Дайте определение предела в точке.

2. Объясните раскрытие неопределенности $\frac{0}{0}$.
3. Дайте определение предела функции на бесконечности. Объясните основной метод раскрытия неопределенности $\frac{\infty}{\infty}$.
4. Сформулируйте теоремы о пределах.
5. Сформулируйте и напишите первый и второй замечательные пределы.
6. Что называется приращением независимой переменной и приращением функции?
7. Дайте определение непрерывной функции. Какими свойствами на отрезке она обладает?
8. Что характеризует скорость изменения функции относительно изменения аргумента? Дайте определение производной.
9. Какая функция называется дифференцируемой в точке и на отрезке? Сформулируйте зависимость между непрерывностью и дифференцируемостью функции.
10. Из каких операций складывается общее правило нахождения производной данной функции? Как вычислить частное значение производной?
11. Можно ли вычислить производную любой функции, пользуясь определением производной?
12. Выпишите в таблицу основные правила и формулы дифференцирования функций.
13. Повторите определение сложной функции. Как найти ее производную?
14. Каков геометрический смысл производной? Как геометрически определить значение производной в точке?
15. В чем заключается механический смысл производной?
16. Что называется производной второго порядка и, каков ее механический смысл?
17. Что называется дифференциалом функции, чему он равен, как обозначается и каков его геометрический смысл?
18. Повторите определения возрастающей и убывающей функций. В чем заключается признак возрастания и убывания функций?
19. В чем заключаются необходимый и достаточный признаки существования экстремума? Перечислите порядок операций для отыскания максимума и минимума функции с помощью первой производной.
20. В чем различие между нахождением максимума и минимума функции и нахождением ее наибольшего и наименьшего значений?
21. Как пишется наибольшее и наименьшее значения функции на данном отрезке?
22. Как определяются геометрически и по знаку второй производной выпуклость и вогнутость кривой?
23. Что называется точкой перегиба и каковы необходимый и достаточный признаки ее существования? Сформулируйте правило нахождения точки перегиба.
24. Какой схемой рекомендуется пользоваться при построении графика функции?

Тема 5. Интегральное исчисление функции одной переменной.

1. Что является основной задачей интегрального исчисления?
2. Какая функция называется первообразной для заданной функции?
3. Почему при интегрировании функций появляется произвольная постоянная?
4. Почему одна функция имеет целую совокупность первообразных?
5. Как записать всю совокупность первообразных функций?
6. Что называется неопределенным интегралом?
7. Почему интеграл называется неопределенным?
8. Что означает постоянная C в определении неопределенного интеграла?
9. В чем заключается правило интегрирования выражения, содержащего постоянный множитель?
10. В чем заключается правило интегрирования алгебраической суммы функций?
11. Чему равен интеграл от дифференциала некоторой функции?

12. Напишите основные формулы интегрирования.
13. Как проверить результата интегрирования?
14. В чем состоит геометрический смысл неопределенного интеграла?
15. Что такое интегральные кривые? Как они расположены друг относительно друга?

Могут ли они пересекаться?

16. Что такое определенный интеграл?
17. Сформулируйте основные свойства определенного интеграла.
18. В чем заключается геометрический смысл определенного интеграла?
19. Может ли площадь криволинейной трапеции быть равна отрицательной величине, нулю и почему?
20. Какие интегралы называются несобственными?

Тема 6. Математический анализ. Функции нескольких переменных.

1. Определение функции нескольких переменных
2. Геометрическое изображение функции нескольких переменных.
3. Частное и полное приращение функции.
4. Непрерывность функции нескольких переменных.
5. Частные производные функции нескольких переменных.
6. Полное приращение и полный дифференциал.
7. Производная сложной функции.
8. Полная производная и полный дифференциал сложной функции.
9. Производная от функции, заданной неявно.
10. Частные производные различных порядков.
11. Производная по направлению.
12. Градиент
13. Максимум и минимум функции нескольких переменных.
14. Условные максимумы и минимумы.

Тема 7. Обыкновенные дифференциальные уравнения и системы уравнений.

1. Какое уравнение называется дифференциальным?
2. Какая функция называется решением дифференциального уравнения?
3. Какое решение дифференциального уравнения называется общим и какое называется частным?
4. Каков геометрический смысл общего и частного решений дифференциального уравнения?
5. Может ли дифференциальное уравнение иметь конечное число решений?
6. Что такое порядок дифференциального уравнения и как его определить?
7. Сколько постоянных интегрирования имеет общее решение дифференциального уравнения первого, третьего порядка?
8. Как проверить, правильно ли найдено решение дифференциального уравнения?
9. Чем отличается дифференциальное уравнение от алгебраического уравнения?
10. Назовите известные вам типы дифференциальных уравнений.
11. Каков общий вид дифференциальных уравнений первого порядка с разделенными и разделяющимися переменными?
12. Как решается уравнение с с разделенными переменными?
13. Чем отличается уравнение с разделяющимися переменными от уравнения с разделенными переменными? Как разделяют переменные?
14. Каков алгоритм решения уравнения с разделяющимися переменными?
15. В чем заключается задача Коши? Каков его геометрический смысл?
16. Каков общий вид линейных дифференциальных уравнений первого порядка?
17. Какими величинами являются и от чего зависят коэффициенты p и q в линейном дифференциальном уравнении первого порядка?

18. С помощью какой подстановки решается линейное дифференциальное уравнение первого порядка и к какому уравнению сводится его решение?

19. Какой вид имеет простейшее дифференциальное уравнение второго порядка? Как оно решается?

20. Как определяется и как записывается в общем виде линейное однородное дифференциальное уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами?

21. Что такое характеристическое уравнение?

Критерии и шкала оценивания по оценочному средству собеседование (устный или письменный опрос)

Шкала оценивания (интервал баллов)	Критерий оценивания
5	собеседование (устный или письменный опрос) прошел на высоком уровне (студент в полном объеме осветил рассматриваемый вопрос, владеет профильным понятийным (категориальным) аппаратом и т.п.)
4	собеседование (устный или письменный опрос) прошел на среднем уровне (студент в целом осветил рассматриваемый вопрос, владеет профильным понятийным (категориальным) аппаратом и т.п.)
3	собеседование (устный или письменный опрос) на низком уровне (студент допустил существенные неточности, изложил материал с ошибками, не владеет в достаточной степени профильным категориальным аппаратом и т.п.)
2	собеседование (устный или письменный опрос) прошел на неудовлетворительном уровне или не представлен (студент не готов, не выполнил задание и т.п.)

Задания к контрольным работам

Контрольная работа № 1

Комплексные числа.

1. Представить в тригонометрической и показательной форме числа:

- 1.1. $\sqrt{3}+i$; -3 ; $5i$. 1.2. $3+i\sqrt{3}$; 2 ; $-3i$
 1.3. $\sqrt{6}-i\sqrt{2}$; $-4i$; 1 . 1.4. $-\sqrt{2}+i\sqrt{6}$; $2i$; $-1,5$.
 1.5. $-1+i$; $-i$; 5 . 1.6. $1-i\sqrt{3}$; -10 ; $3i-2i$; 7
 1.7. $\sqrt{3}-i$; -3 ; $-5i$ 1.8. $\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}i$;
 1.9. 1.10.

2. Выполните действия:

- 2.1. а) $\frac{1-3i}{i-2}+\frac{4i+1}{3i-1}$; в) $5[\cos(\pi/6)-i\sin(\pi/6)]\cdot[\cos(\pi/4)+i\sin(\pi/4)]$.
 2.2. а) $\frac{1-i}{1+i}-\frac{3-2i}{1+3i}$; в) $8[\cos(\pi/3)+i\sin(\pi/3)]\cdot[\cos(\pi/12)+i\sin(\pi/12)]$.
 2.3. а) $\frac{\sqrt{5}+i}{\sqrt{5}-2i}+\frac{i-\sqrt{5}}{\sqrt{5}+i}$; в) $2e^{-\frac{ip}{4}}\cdot\frac{1}{4}e^{\frac{ip}{2}}$

2.4. а) $\frac{1+i}{1-i} - \frac{2-3i}{4+5i}$; б) $\frac{1}{3}e^{-ip} : 6e^{-\frac{3p}{2}i}$

2.5. а) $\frac{8+2i}{5-3i} + \frac{5+i}{2+3i}$; б) $3[\cos(3\pi/4) + i \sin(3\pi/4)]:[\cos(\pi/2) + i \sin(\pi/2)]$

2.6. а) $\frac{1+i}{1-i} + \frac{1-i}{1+i}$; б) $(\cos 210^\circ + i \sin 210^\circ) : (\cos 150^\circ + i \sin 150^\circ)$

2.7. а) $\frac{5+2i}{2-5i} - \frac{3-4i}{4+3i}$; б) $[\cos(-\pi/3) + i \sin(-\pi/3)]:[\cos(-\pi/6) + i \sin(-\pi/6)]$

2.8. а) $\frac{4+3i}{3-4i} - \frac{5-4i}{4+5i}$ б) $(\cos 150^\circ + i \sin 150^\circ):[\cos(-120^\circ) + i \sin(-120^\circ)]$

2.9.

2.10.

3. Возведите в степень:

3.1. $(-1 + i\sqrt{3})^9$; $(2e^{i\pi/4})^8$

3.2. $\frac{2}{e^2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$; $(3e^{-i\pi/12})^3$.

3.3. $\frac{2\sqrt{2}}{e} + \frac{1}{2}i$; $(4[\cos \pi + i \sin \pi])^3$

3.4. $\frac{2\sqrt{3}}{e^2} - \frac{1}{2}i$; $[\sqrt{3}(\cos(\pi/3) + i \sin(\pi/3))]^6$

3.5. $\frac{2}{e^2} \cos \frac{\rho}{8} + i \sin \frac{\rho}{8}$; $(\sqrt[14]{2} e^{-\pi i})^7$

3.6. $(\cos 35^\circ + i \sin 35^\circ)^{-12}$; $(5 e^{\frac{\rho}{9}i})^6$.

3.7. $(1-i)^2$; $\frac{1}{e\sqrt{3}} e^{2\pi i}$

3.8. $\frac{1+i\sqrt{3}}{2}$; $\sqrt{2} e^{\frac{\pi i}{3}}$

3.9.

3.10.

4. Извлеките корень: 4.1. $\sqrt{2+2i\sqrt{3}}$;

4.2. $\sqrt[3]{8}$

4.3. $\sqrt[4]{8}$

4.4. $\sqrt{1+i}$

4.5. $\sqrt[4]{4}$

4.6. $\sqrt[6]{1}$

4.7. $\sqrt[4]{-2+2i\sqrt{3}}$

4.8. $\sqrt[3]{i}$ Решите уравнение:

5.1. $x^3 + 27 = 0$

5.4. $x^5 - 32 = 0$

5.7. $3x^7 + 384 = 0$

5.2. $125x^3 + 1 = 0$

5.5. $27x^3 - 8 = 0$

5.8. $5x^4 - 405 = 0$

5.3. $x^4 + 625 = 0$

5.6. $x^3 - 125 = 0$

Контрольная работа2.**Определители. Матрицы.****Системы линейных алгебраических уравнений.****Задача 1.**

Вычислить определитель четвертого порядка.

Варианты заданий

1.
$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 4 & 0 \\ 0 & -3 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & -1 & 2 \\ -1 & 3 & 0 & 4 \end{vmatrix}$$

2.
$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 0 \\ -1 & -2 & 0 & 4 \\ 2 & 5 & 6 & 1 \\ 1 & 3 & 5 & 2 \end{vmatrix}$$

3.
$$\begin{vmatrix} 4 & 0 & 1 & 2 \\ 3 & -1 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & -1 & 1 \\ 2 & 4 & -3 & 3 \end{vmatrix}$$

4.
$$\begin{vmatrix} -1 & 2 & 0 & 3 \\ 1 & -3 & 1 & 2 \\ 2 & -4 & 2 & 0 \\ 3 & -5 & 1 & -8 \end{vmatrix}$$

5.
$$\begin{vmatrix} 2 & 0 & 4 & 0 \\ 2 & 1 & 8 & 3 \\ -4 & 3 & -9 & 1 \\ 6 & 1 & 10 & 3 \end{vmatrix}$$

6.
$$\begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 & -1 \\ 2 & 0 & 3 & 1 \\ -1 & 1 & 0 & 2 \\ 3 & 2 & 1 & -1 \end{vmatrix}$$

7.
$$\begin{vmatrix} 3 & 1 & -3 & 4 \\ 1 & 1 & -1 & 2 \\ -1 & 2 & 2 & 0 \\ 0 & 3 & 1 & 2 \end{vmatrix}$$

8.
$$\begin{vmatrix} -1 & 2 & 3 & 0 \\ 1 & -3 & -2 & 1 \\ 2 & -3 & -5 & 2 \\ 3 & 1 & -7 & 3 \end{vmatrix}$$

9.
$$\begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 & -2 \\ 3 & -4 & 7 & -8 \\ -1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & -3 & 5 & -6 \end{vmatrix}$$

10.
$$\begin{vmatrix} 3 & 0 & 1 & 0 \\ -3 & 1 & -1 & 3 \\ 6 & 2 & 1 & 5 \\ 9 & 4 & 2 & 1 \end{vmatrix}$$

Задача 2.

Найти значение многочлена $f(x)$ при $x = A$, где A – заданная матрица.

Варианты заданий

$$1. f(x) = x^2 + 4x + 1 \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & -2 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$2. f(x) = 2x^2 - 3x + 5 \quad A = \begin{pmatrix} 5 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & 3 \\ 2 & 0 & -4 \end{pmatrix}$$

$$3. f(x) = 3x^2 - x - 1 \quad A = \begin{pmatrix} 4 & -2 & 2 \\ 2 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$4. f(x) = 2x^2 - x + 3 \quad A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & -2 \\ 0 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

$$5. f(x) = 3x^2 + 2x + 1 \quad A = \begin{pmatrix} 4 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & -3 \\ 4 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$6. f(x) = -2x^2 - 2x + 5 \quad A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 0 & 3 & 0 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$7. f(x) = x^2 + 6x - 7 \quad A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 3 \\ 0 & -1 & 2 \\ 4 & -2 & 0 \end{pmatrix}$$

$$f(x) = 3x^2 + 2x - 3 \quad A = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 0 & 5 & 1 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

$$9. f(x) = 5x^2 + x - 6 \quad A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 3 & 0 & -4 \\ 0 & 5 & -1 \end{pmatrix}$$

$$10. f(x) = -4x^2 - x + 5 \quad A = \begin{pmatrix} 5 & 6 & 0 \\ 1 & 0 & 3 \\ 0 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$

Задача 3

Решить систему тремя методами:

- 1) матричным методом;
- 2) по формулам Крамера;
- 3) методом Гаусса.

Варианты заданий

$$1. \begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 = -2 \\ 5x_1 + 4x_2 - x_3 = 0 \\ 3x_1 + x_2 + x_3 = 2 \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} 3x_1 - x_2 - x_3 = 1 \\ x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 6 \\ 2x_1 - 4x_2 - x_3 = -3 \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 = -1 \\ 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = -1 \\ 3x_1 - x_2 - x_3 = 4 \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} 4x_1 + 4x_2 + 3x_3 = 5 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 7 \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 = -4 \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} 7x_1 - 4x_2 + x_3 = 7 \\ x_1 + x_2 - x_3 = 1 \\ 2x_1 - 2x_2 - x_3 = 2 \end{cases}$$

$$6. \begin{cases} 4x_1 - x_2 - 3x_3 = 5 \\ x_1 + 2x_2 - 2x_3 = 0 \\ 3x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 10 \end{cases}$$

$$7. \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - 2x_3 = -1 \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 3 \\ 4x_1 + 2x_2 - x_3 = 0 \end{cases}$$

$$8. \begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 = 3 \\ 2x_1 + x_2 - 3x_3 = 0 \\ x_1 - 2x_2 - x_3 = 5 \end{cases}$$

$$9. \begin{cases} 3x_1 + x_2 - x_3 = 8 \\ 3x_1 - x_2 + x_3 = 4 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 = 4 \end{cases}$$

$$10. \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 6 \\ 4x_1 - 2x_2 - 2x_3 = 0 \\ 3x_1 + x_2 - 3x_3 = 1 \end{cases}$$

Задача 4.

Исследовать систему на совместимость и найти её общее решение методом Жордана-Гаусса.

Варианты заданий

$$1. \begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + 5x_3 + x_4 = -7 \\ -x_1 + x_2 + 4x_3 - 2x_4 = 1 \\ 5x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 6x_4 = 5 \\ -2x_1 + 5x_2 + x_3 - 7x_4 = 5 \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 + 5x_4 = -2 \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 + 4x_4 = 1 \\ 4x_1 + 6x_2 + 3x_3 + 7x_4 = 1 \\ 5x_1 + 2x_2 + x_3 + 4x_4 = 4 \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} 4x_1 - 2x_2 + 5x_3 + 2x_4 = 7 \\ 5x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 1 \\ x_1 + 3x_2 - x_3 + 2x_4 = 14 \\ 3x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 = -11 \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 7 \\ x_1 + 2x_3 + 2x_4 = 5 \\ 4x_1 + x_2 - x_3 = 14 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 = 1 \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 0 \\ 7x_1 + 14x_2 + 20x_3 + 27x_4 = 0 \\ 5x_1 + 10x_2 + 16x_3 + 19x_4 = -2 \\ 3x_1 + 5x_2 + 6x_3 + 13x_4 = 5 \end{cases}$$

$$6. \begin{cases} 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 + 5x_4 = 10 \\ 2x_1 + 3x_2 + 5x_3 - 4x_4 = -2 \\ 4x_1 + 5x_2 - 4x_3 - 3x_4 = -7 \\ 5x_1 + 3x_2 + 2x_3 - 5x_4 = -1 \end{cases}$$

$$7. \begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 = -1 \\ x_1 + 3x_2 - x_3 + 2x_4 = 14 \\ 5x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 1 \\ 4x_1 - 2x_2 + 5x_3 + 2x_4 = 7 \end{cases}$$

$$8. \begin{cases} 5x_1 + 2x_2 + x_3 + 4x_4 = 4 \\ 4x_1 + 6x_2 - 3x_3 + 7x_4 = 1 \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 + 4x_4 = 1 \\ 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 + 5x_4 = -2 \end{cases}$$

$$9. \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 6 \\ 2x_1 - x_2 - 2x_3 - 3x_4 = 8 \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 = 4 \\ 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 + x_4 = -8 \end{cases}$$

$$10. \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 5 \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 1 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 = 1 \\ 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 = -5 \end{cases}$$

Контрольная работа 3

Векторная алгебра

Задача 1

Заданы векторы $\vec{a}\{a_1 a_2 a_3\}, \vec{b}\{b_1 b_2 b_3\}, \vec{c}\{c_1 c_2 c_3\}$

Вычислить 1) длину вектора $\vec{a}$.

2) Скалярные произведения векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

- 3) Косинус угла между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$.
- 4) Векторное произведение векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$.
- 5) Площадь треугольника, построенного на векторах $\vec{a}$ и $\vec{b}$.
- 6) Объем параллелепипеда, построенного на векторах $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$?
- 7) Коллинеарны ли векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$?
- 8) Компланарны ли векторы $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$?

Варианты заданий

1. $\vec{a}\{2;3;1\}$; $\vec{b}\{-1;0;-1\}$; $\vec{c}\{2;2;2\}$
2. $\vec{a}\{2;3;1\}$; $\vec{b}\{2;3;4\}$; $\vec{c}\{3;1;-1\}$
3. $\vec{a}\{1;5;2\}$; $\vec{b}\{-1;1;-1\}$; $\vec{c}\{1;1;1\}$
4. $\vec{a}\{1;-1;-3\}$; $\vec{b}\{2;3;1\}$; $\vec{c}\{2;3;4\}$
5. $\vec{a}\{3;3;1\}$; $\vec{b}\{-1;-2;1\}$; $\vec{c}\{1;1;1\}$
6. $\vec{a}\{3;1;-1\}$; $\vec{b}\{-2;-1;0\}$; $\vec{c}\{5;2;-1\}$
7. $\vec{a}\{4;3;1\}$; $\vec{b}\{1;-2;1\}$; $\vec{c}\{2;2;2\}$
8. $\vec{a}\{4;3;1\}$; $\vec{b}\{6;7;4\}$; $\vec{c}\{2;0;-1\}$
9. $\vec{a}\{3;2;1\}$; $\vec{b}\{1;-3;-7\}$; $\vec{c}\{1;2;3\}$
10. $\vec{a}\{3;7;2\}$; $\vec{b}\{-2;0;-1\}$; $\vec{c}\{2;2;1\}$

8.

$$\vec{x}\{3;-3;4\}; \vec{p}\{1;0;2\}; \vec{q}\{0;1;1\}; \vec{r}\{2;-1;4\}$$

9.

$$\vec{x}\{3;3;-1\}; \vec{p}\{3;1;0\}; \vec{q}\{-1;2;1\}; \vec{r}\{-1;0;2\}$$

10.

$$\vec{x}\{-1;7;-4\}; \vec{p}\{-1;2;1\}; \vec{q}\{2;0;3\}; \vec{r}\{1;1;-1\}$$

Задача 2.

Проверить, что векторы $\vec{p}, \vec{q}, \vec{r}$ образуют базис. Написать разложение вектора $\vec{x}$ в этом базисе.

Варианты заданий

1. $\vec{x}\{-2;4;7\}$; $\vec{p}\{0;1;2\}$; $\vec{q}\{1;0;1\}$; $\vec{r}\{-1;2;4\}$
2. $\vec{x}\{6;12;-1\}$; $\vec{p}\{1;3;0\}$; $\vec{q}\{2;-1;1\}$; $\vec{r}\{0;-1;2\}$
3. $\vec{x}\{1;-4;4\}$; $\vec{p}\{2;1;-1\}$; $\vec{q}\{0;3;2\}$; $\vec{r}\{1;-1;1\}$
4. $\vec{x}\{-9;5;5\}$; $\vec{p}\{4;1;1\}$; $\vec{q}\{2;0;3\}$; $\vec{r}\{-1;2;1\}$
5. $\vec{x}\{-5;-5;5\}$; $\vec{p}\{-2;0;1\}$; $\vec{q}\{1;3;-1\}$; $\vec{r}\{0;4;1\}$
6. $\vec{x}\{13;2;7\}$; $\vec{p}\{5;1;0\}$; $\vec{q}\{2;-1;3\}$; $\vec{r}\{1;0;-1\}$
7. $\vec{x}\{-19;1;7\}$; $\vec{p}\{0;1;1\}$; $\vec{q}\{-2;0;1\}$; $\vec{r}\{3;1;0\}$

Задача 3.

Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\vec{a}$ и $\vec{b}$

$$1. \vec{a} = \vec{p} + 2\vec{q}, \quad \vec{b} = 3\vec{p} - \vec{q}, \quad |\vec{p}| = 1, \quad |\vec{q}| = 2 \quad (\hat{p}_1\vec{q}) = \frac{P}{6}$$

$$2. \vec{a} = 3\vec{p} + \vec{q}, \quad \vec{b} = \vec{p} - 2\vec{q}, \quad |\vec{p}| = 4, \quad |\vec{q}| = 1 \quad (\hat{p}_1\vec{q}) = \frac{P}{4}$$

$$3. \vec{a} = \vec{p} - 3\vec{q}, \quad \vec{b} = \vec{p} + 2\vec{q}, \quad |\vec{p}| = \frac{1}{5}, \quad |\vec{q}| = 2 \quad (\hat{p}_1\vec{q}) = \frac{P}{2}$$

$$4. \vec{a} = 3\vec{p} - 2\vec{q}, \quad \vec{b} = \vec{p} + 5\vec{q}, \quad |\vec{p}| = 4, \quad |\vec{q}| = \frac{1}{2} \quad (\hat{p}_1\vec{q}) = \frac{5P}{6}$$

$$5. \vec{a} = \vec{p} - 2\vec{q}, \quad \vec{b} = 2\vec{p} + \vec{q}, \quad |\vec{p}| = 2, \quad |\vec{q}| = 3 \quad (\hat{p}_1\vec{q}) = \frac{3P}{4}$$

$$6. \vec{a} = \vec{p} + 3\vec{q}, \quad \vec{b} = \vec{p} - 2\vec{q}, \quad |\vec{p}| = 2, \quad |\vec{q}| = 3 \quad (\hat{p}_1\vec{q}) = \frac{P}{3}$$

$$7. \vec{a} = 2\vec{p} - \vec{q}, \quad \vec{b} = \vec{p} + 3\vec{q}, \quad |\vec{p}| = 3, \quad |\vec{q}| = 2 \quad (\hat{p}_1\vec{q}) = \frac{P}{2}$$

$$8. \vec{a} = 4\vec{p} + \vec{q}, \quad \vec{b} = \vec{p} - \vec{q}, \quad |\vec{p}| = 7, \quad |\vec{q}| = 2 \quad (\hat{p}_1\vec{q}) = \frac{P}{4}$$

$$9. \vec{a} = \vec{p} - 4\vec{q}, \quad \vec{b} = 3\vec{p} + \vec{q}, \quad |\vec{p}| = 1, \quad |\vec{q}| = 2 \quad (\hat{p}_1\vec{q}) = \frac{P}{6}$$

$$10. \vec{a} = \vec{p} + 4\vec{q}, \quad \vec{b} = 2\vec{p} - \vec{q}, \quad |\vec{p}| = 7, \quad |\vec{q}| = 2 \quad (\hat{p}_1\vec{q}) = \frac{P}{3}$$

Контрольная работа 4**Предел. Непрерывность функции.**

1. Найти пределы функции.

$$1. \text{ а) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1 - 2x}{3x - 2}; \text{ б) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{3x}; \text{ в) } \lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 8x + 15}{x^2 - 25}; \text{ г) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{5x^2}; \text{ д) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 + 3x^2 - 10x + 8}{x^2 - 2x}$$

$$2. \text{ а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + 1}{2x^2 + 1}; \text{ б) } \lim_{x \rightarrow 7} \frac{\sqrt{2+x} - 3}{x - 7}; \text{ в) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 - 8x + 4}{5x^2 - 14x + 8}; \text{ г) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 3x}{5x}; \text{ д) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$$

$$3. \text{ а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 + x^2 - 5}{x^2 + x - 2}; \text{ б) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sqrt{x}}{x^2 - x}; \text{ в) } \lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 7x + 10}{x^2 - 9x + 20}; \text{ г) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 - \cos 2x}}{|x|}; \text{ д) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 1}{4x}$$

$$4. \text{ а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^4 + x^2 - 6}{2x^4 - x + 2}; \text{ б) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{1+3x} - 1}; \text{ в) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{4x^2 - 7x - 2}{5x^2 - 11x + 2}; \text{ г) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{5x}{\arctg x}; \text{ д) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x}{x^2 + 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^{x+0.5}}{x^2 + 1};$$

5. а) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^2 + 6x - 5}{5x^2 - x - 1}$; б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{1 - x^2}}{x^2}$; в) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + 2x - 15}{x^2 - 9}$; г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \cos^3 x}{x^2}$;
 д) $\lim_{x \rightarrow \infty} x[\ln(x+1) - \ln x]$;
6. а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3 + x + 5x^4}{x^4 - 12x + 1}$; б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+3x} - \sqrt{1-2x}}{x + x^2}$; в) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{2x^2 + x - 15}{3x^2 + 7x - 6}$; г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 \operatorname{ctg} 2x}{\sin 3x}$;
 д) $\lim_{x \rightarrow \infty} (2x+1)[\ln(x+3) - \ln x]$;
7. а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x - 2x^2 + 5x^4}{2 + 3x^2 + x^4}$; б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - 1}{x^2 + x^3}$; в) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{3x^2 - 17x + 10}{3x^2 - 16x + 5}$; г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 6x}{1 - \cos 2x}$;
 д) $\lim_{x \rightarrow \infty} (x-5)[\ln(x-3) - \ln x]$;
8. а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 - 3x + 1}{x^2 + x - 5}$; б) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{2x-1} - \sqrt{5}}{x-3}$; в) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{4x^2 - 7x + 3}{3x^2 - 2x - 1}$; г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}^2 \frac{x}{2}}{x^2}$;
 д) $\lim_{x \rightarrow \infty} (2x-3)[\ln(2x+3) - \ln 2x]$;
9. а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^4 - 2x^3 + 2}{x^4 + 3}$; б) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{1+3x} - \sqrt{2x+6}}{x^2 - 5x}$; в) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x - 1}$; г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 4x}{2x \operatorname{tg} 2x}$;
 д) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax + 3}{bx - 2}$;
10. а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^5 - 3x^2 + 9}{2x^5 + 2x^2 + 5}$; б) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{\sqrt{2x}-2}$; в) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 - 2x - 15}{x^2 + 5x + 6}$; г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 3x}{5x}$;
 д) $\lim_{x \rightarrow \infty} (2x+1)[\ln(2x-1) - \ln 2x]$;

2. Задана функция $y=f(x)$ и два значения аргумента x_1, x_2 . Требуется: 1) установить, является ли данная функция непрерывной или разрывной для каждого из данных значений аргумента; 2) в случае разрыва функции найти её пределы в точке разрыва слева и справа.

2.1. $f(x) = 9^{\frac{1}{2-x}}$, $x_1 = 0$, $x_2 = 2$. 2.2. $f(x) = 4^{\frac{1}{3-x}}$, $x_1 = 1$, $x_2 = 3$.

2.3. $f(x) = 12^{\frac{1}{x}}$, $x_1 = 0$, $x_2 = 2$. 2.4. $f(x) = 3^{\frac{1}{4-x}}$, $x_1 = 2$, $x_2 = 4$.

2.5. $f(x) = 8^{\frac{1}{5-x}}$, $x_1 = 3$, $x_2 = 5$. 2.6. $f(x) = 10^{\frac{1}{7-x}}$, $x_1 = 5$, $x_2 = 7$.

2.7. $f(x) = 14^{\frac{1}{6-x}}$, $x_1 = 4$, $x_2 = 6$. 2.8. $f(x) = 15^{\frac{1}{8-x}}$, $x_1 = 6$, $x_2 = 8$.

2.9. $f(x) = 11^{\frac{1}{4+x}}$, $x_1 = -4$, $x_2 = -2$. 2.10. $f(x) = 13^{\frac{1}{5+x}}$, $x_1 = -5$, $x_2 = -3$.

3. Задана функция $y=f(x)$. Найти точки разрыва функции, если они существуют. Сделать чертёж.

$$3.1. f(x) = \begin{cases} x+4 & x < -1 \\ x^2+2 & -1 \leq x < 1 \\ 2x & x \geq 1 \end{cases} \quad 3.2. f(x) = \begin{cases} x+2 & x \leq -1 \\ x^2+1 & -1 < x \leq 1 \\ -x+3 & x > 1 \end{cases}$$

$$3.3. f(x) = \begin{cases} -4 & x \leq 0 \\ -(x-1)^2 & 0 < x < 2 \\ x-3 & x \geq 2 \end{cases} \quad 3.4. f(x) = \begin{cases} \cos x & x \leq 0 \\ x^2+1 & 0 < x < 1 \\ x & x \geq 1 \end{cases}$$

$$3.5. f(x) = \begin{cases} -x & x \leq 0 \\ x^2 & 0 < x \leq 2 \\ x+1 & x > 2 \end{cases} \quad 3.6. f(x) = \begin{cases} -x & x \leq 0 \\ \sin x & 0 < x \leq p \\ x-2 & x > p \end{cases}$$

$$3.7. f(x) = \begin{cases} -(x+1) & x \leq -1 \\ (x+1)^2 & -1 < x \leq 0 \\ x & x > 0 \end{cases} \quad 3.8. f(x) = \begin{cases} -x^2 & x \leq 0 \\ \operatorname{tg} x & 0 < x \leq \frac{p}{4} \\ 2x & x > \frac{p}{4} \end{cases}$$

$$3.9. f(x) = \begin{cases} -2x & x \leq 0 \\ x^2+1 & 0 < x \leq 1 \\ 2 & x > 1 \end{cases} \quad 3.10. f(x) = \begin{cases} -2x & x \leq 0 \\ \sqrt{x} & 0 < x < 4 \\ 1 & x \geq 4 \end{cases}$$

Контрольная работа 5

Производная и дифференциал.

1. Найти производные функций:

$$1.1. \quad \text{а) } y = x^2 \log_3 x \quad \text{б) } y = \sqrt[3]{\frac{1}{1+x^2}} \quad \text{в) } y = x^{\frac{1}{x}} \quad \text{г) } y \sin x = \cos(x-y) \quad \text{д) } \begin{cases} \dot{x} = \cos \frac{t}{2} \\ \dot{y} = t - \sin t \end{cases}$$

$$1.2. \quad \text{а) } y = \frac{\arcsin x}{\arccos x} \quad \text{б) } y = \ln^4 \sin x \quad \text{в) } y = x^{-\operatorname{tg} x} \quad \text{г) } y^3 - 3y + 2ax = 0 \quad \text{д) } \begin{cases} \dot{x} = t^3 + 8t \\ \dot{y} = t^3 + 2t \end{cases}$$

$$\text{а) } y = \frac{\cos x}{e^x} \quad \text{б) } y = \ln \operatorname{arctg} \frac{1}{1+x} \quad \text{в) } y = (x+x^2)^x \quad \text{г) } 2y \ln y = x \quad \text{д) } \begin{cases} \dot{x} = t - \sin t \\ \dot{y} = 1 - \cos t \end{cases}$$

$$\text{а) } y = \frac{\sin x}{1+\cos x} \quad \text{б) } y = e^{\sqrt{\ln x}} \quad \text{в) } y = (\operatorname{arctg} x)^{\ln x} \quad \text{г) } x^3 + ax^2 y + 6xy^2 + y^3 = 0 \quad \text{д) } \begin{cases} \dot{x} = e^{2t} \\ \dot{y} = \cos t \end{cases}$$

$$1.5. \quad \text{а) } y = e^{-x} \sin x \quad \text{б) } y = \sqrt{1+\ln^2 x} \quad \text{в) } y = (\operatorname{arctg} x)^x \quad \text{г) } y = \cos(x+y) \quad \text{д) } \begin{cases} \dot{x} = 8 \cos^2 t \\ \dot{y} = 2 \sin^3 t \end{cases}$$

$$1.6. \quad \text{а) } y = \sin x - x \cos x \quad \text{б) } y = 3^{\operatorname{arctg} x^3} \quad \text{в) } y = (x+1)^{\frac{2}{x}} \quad \text{г) } y = 1 + x e^y \quad \text{д) } \begin{cases} \dot{x} = 3 \cos t \\ \dot{y} = 4 \sin^2 t \end{cases}$$

- 1.7. а) $y = \frac{\ln x}{x^2 - 1}$ б) $y = \arctg(x - \sqrt{1+x^2})$ в) $y = (\cos x)^x$ г) $y - \arctg y - x = 0$ д) $\begin{cases} \dot{x} = 3t - t^3 \\ \dot{y} = 3t^2 \end{cases}$
- 1.8. а) $y = 2^x e^x$ б) $y = \operatorname{ctg} \sqrt[3]{1+x^2}$ в) $y = \frac{(x-5)^3 \sqrt{x+1}}{(x+1)^2}$ г) $y \sin x - \cos(x-y) = 0$ д) $\begin{cases} \dot{x} = 2t - t^3 \\ \dot{y} = 2t^2 \end{cases}$
- 1.9. а) $y = x^3 \ln x$ б) $y = \sqrt{1 - (\arccos x)^2}$ в) $y = (\sin x)^{\ln x}$ г) $y \sin x = \cos(x-y)$ д) $\begin{cases} \dot{x} = t + \ln \cos t \\ \dot{y} = t - \ln \sin t \end{cases}$
- 1.10. а) $y = e^x \cos x$ б) $y = \arctg^2 \frac{1}{x}$ в) $y = \frac{x}{1+x} \frac{\ddot{x}}{\ddot{t}}$ г) $\cos(xy) = x$ д) $\begin{cases} \dot{x} = \ln t \\ \dot{y} = \frac{1}{2} \frac{\ddot{x}}{\ddot{t}} + \frac{1}{t} \frac{\ddot{t}}{\ddot{t}} \end{cases}$

2. Провести полное исследование функции и построить её график.

- 2.1. $y = \frac{1}{1-x^2}$ 2.2. $y = \frac{x}{e^x}$ 2.3. $y = x^3 e^{-x}$ 2.4. $y = x - \ln(x+1)$ 2.5. $y = \frac{e^x}{x}$
- 2.6. $y = (x^2 - 1)^3$ 2.7. $y = (2 + x^2)e^{-x^2}$ 2.8. $y = \ln(x^2 + 1)$ 2.9. $y = \frac{x^2 - 5}{x - 3}$ 2.10. $y = \frac{x^2}{x - 1}$

Контрольная работа 6.
Интеграл и его применение.

1. Найти неопределённые интегралы:

- | | | |
|--|--|--|
| а) $\int \sqrt{x^2+1} x dx$ | а) $\int \frac{xdx}{\sqrt{2x^2+3}}$ | а) $\int \frac{x^2}{\sqrt{x^3+1}} dx$ |
| б) $\int x e^x dx$ | б) $\int x \ln x dx$ | б) $\int x \sin x dx$ |
| 1.1. в) $\int \frac{(8x+5)dx}{x^2-2x+5}$ | 1.2. в) $\int \frac{(x+2)dx}{\sqrt{x^2+2x+2}}$ | 1.3. в) $\int \frac{(3x-6)dx}{x^2-4x+5}$ |
| з) $\int \frac{\sqrt[6]{x} dx}{1+\sqrt[3]{x}}$ | з) $\int \frac{\sqrt{x} dx}{x - \sqrt[3]{x^2}}$ | з) $\int \frac{(\sqrt[7]{x} + \sqrt{x})dx}{\sqrt[7]{x^8} + \sqrt[14]{x^{15}}}$ |
| д) $\int \sin^3 x dx$ | д) $\int \cos^4 x \sin^3 x dx$ | д) $\int \sin^4 x \cos^4 x dx$ |
| а) $\int \frac{\ln(x+1)}{x+1} dx$ | а) $\int \frac{\cos x}{\sqrt{2 \sin x + 1}} dx$ | а) $\int \frac{\sin 2x}{(1 + \cos 2x)^2} dx$ |
| б) $\int \ln x dx$ | б) $\int \arcsin x dx$ | б) $\int \ln(1-x) dx$ |
| 1.4. в) $\int \frac{(x+1)dx}{\sqrt{x^2-x+1}}$ | 1.5. в) $\int \frac{(x+3)dx}{\sqrt{3+4x-4x^2}}$ | 1.6. в) $\int \frac{(x-3)dx}{\sqrt{3+66x-11x^2}}$ |
| з) $\int \frac{\sqrt[6]{x}-1}{\sqrt[3]{x} + \sqrt[4]{x}} dx$ | з) $\int \frac{xdx}{\sqrt{1+x} - \sqrt[3]{1+x}}$ | з) $\int \frac{(1-\sqrt{x})dx}{\sqrt{x}(x+1)}$ |
| д) $\int g^3 x dx$ | д) $\int \frac{\cos x}{\sin^2 x} dx$ | д) $\int \sqrt[5]{\sin 3x} \cos 3x dx$ |

$$a) \int \frac{\sqrt{\operatorname{tg} x + 1}}{\cos^2 x} dx$$

$$a) \int \frac{\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}} dx$$

$$a) \int \frac{x}{x^2+1} dx$$

$$б) \int x \operatorname{arctg} x dx$$

$$б) \int (4-3x)e^{-3x} dx$$

$$б) \int (4-16x) \sin 4x dx$$

$$1.7. в) \int \frac{(x+3)dx}{\sqrt{4x^2+4x+3}}$$

$$1.8. в) \int \frac{(2x-1)dx}{5x^2-x+2}$$

$$1.9. в) \int \frac{(7x+1)dx}{6x^2+x-1}$$

$$з) \int \frac{dx}{(\sqrt[4]{x+3}-1)\sqrt{x+3}}$$

$$з) \int \frac{dx}{(\sqrt[3]{x+4})\sqrt{x}}$$

$$з) \int \frac{dx}{\sqrt{x-\sqrt[3]{x}}}$$

$$д) \int \frac{\sin^3 x}{\cos^4 x} dx$$

$$д) \int \sin^3 2x \cos^2 2x dx$$

$$д) \int \cos^5 x \sqrt{\sin x} dx$$

$$1.10. а) \int \frac{dx}{x \ln x}$$

$$б) \int (4x-2) \cos 2x dx$$

$$в) \int \frac{(3x-1)dx}{x^2-x+1}$$

$$з) \int \frac{(\sqrt[6]{x}+1)dx}{\sqrt[6]{x^7}+\sqrt[4]{x^5}}$$

$$д) \int \cos 8x \cos 4x dx$$

2. Вычислить несобственный интеграл:

$$2.1. \int_0^1 \frac{e^x}{x^2} dx \quad 2.2. \int_{-1}^1 \frac{x+1}{\sqrt[5]{x^3}} dx \quad 2.3. \int_1^2 \frac{dx}{x \ln x} \quad 2.4. \int_0^{\infty} \frac{dx}{x(\ln x)^{\frac{3}{2}}} dx \quad 2.5. \int_1^{\infty} \frac{x^3+1}{x^4} dx$$

$$2.6. \int_0^{\infty} \frac{x}{x^3+1} dx \quad 2.7. \int_1^{\infty} \frac{\operatorname{arctg} x}{x^2} dx \quad 2.8. \int_{-\infty}^{\infty} \frac{2x}{x^2+1} dx \quad 2.9. \int_1^{\infty} \frac{1}{\sqrt{x}} dx \quad 2.10. \int_0^{\infty} e^{-x} dx$$

Найти площадь фигуры, ограниченной линиями $y^2=9x$, $y=3x$.

Найти площадь фигуры, ограниченной астроидой $\begin{cases} x = 2 \cos^3 t \\ y = 2 \sin^3 t \end{cases}$

Найти площадь всей области, ограниченной лемнискатою $r^2 = 4 \cos 2\varphi$

Фигура, ограниченная одной дугой синусоиды $y = \sin x$ и осью OX , вращается вокруг оси OX .
Найти объём тела вращения.

Найти длину одной арки циклоиды $\begin{cases} x = 2(t - \sin t) \\ y = 2(1 - \cos t) \end{cases}$

Найти площадь фигуры, заключённой между кривой $y=4-x^2$ и осью OX .

Вычислить полную площадь области, ограниченной кардиоидой $r = 2(1 - \cos \varphi)$

Фигура, ограниченная параболой $y^2=4x$ и прямой $x=4$, вращается вокруг оси OX . Найти объём тела вращения.

Найти длину дуги кривой $y=1-\ln \cos x$ и пределах от $x=0$ до $x=\frac{\pi}{4}$.

Найти площадь области, ограниченной кривой $r = \cos 3\varphi$

Контрольная работа 7.
Функции нескольких переменных.

1. Найти частные производные функции

- 1.1. $z = x^{y^2}$ 1.2. $z = x^2 \sin^2 y$ 1.3. $u = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ 1.4. $u = e^{x^2 + y^2 + z^2}$
 1.5. $u = \ln(x+y+z)$ 1.6. $z = \ln(x + \frac{y}{2x})$ в точке (1;2). 1.7. $u = e^{\frac{x}{y}} + e^{\frac{z}{y}}$
 1.8. $z = e^{-\frac{x}{y}}$ 1.9. $z = x + y - \sqrt{x^2 + y^2}$ в точке (3;4). 1.10. $z = x^3 y - y^3 x$

2. Найти полный дифференциал функции:

- 2.1. $z = x^2 + xy^2 + \sin y$ 2.2. $z = \ln(xy)$ 2.3. $z = \arcsin \frac{x}{y}$ 2.4. $z = \sqrt[3]{x + y^2}$ 2.5. $z = e^{x^2 + y^2}$
 2.6. $u = \operatorname{tg}(3x - y) + 6^{y+z}$ 2.7. $z = \frac{x+y}{x-y}$ 2.8. $u = x^3 y - y^3 x$ 2.9. $z = xy^3 - 3x^2 y^2 + 2y^4$ 2.10. $z = \sin(xy)$

3. Найти полные производные данных функций:

- 1.1.a) $z = \arcsin(u+v)$, $u = \sin x \cos \alpha$, $v = \cos x \sin \alpha$ б) $xy^3 - x^3 y = 2$
 1.2. a) $u = e^{x-2y}$, $x = \sin t$, $y = t^3$ б) $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - 1 = 0$
 1.3. a) $z = x^2 \ln y$, $x = \frac{u}{v}$, $y = 3 - 2v$ б) $z = \sin(xy) - e^{xy} - x^2 y$.
 1.4. a) $z = \operatorname{tg}(3t + 2x^2 - y)$, $x = \frac{1}{t}$, $y = \sqrt{t}$ б) $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$
 1.5. a) $z = \arcsin \frac{x}{y}$, $y = \sqrt{x^2 + 1}$ б) $y^x = x^y$
 1.6. a) $z = \ln(1 - x^4)$ б) $\sin(xy) - e^{xy} - x^2 y = 0$
 1.7. a) $u = \frac{e^x(y-z)}{2}$, $y = \sin x$, $z = \cos x$ б) $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$
 1.8. a) $u = \ln(e^x + e^y)$, $y = x^3$ б) $xy - \ln y = 0$
 1.9. a) $z = e^{u-2v}$, $u = \sin x$, $v = x^3 + y^2$ б) $ye^x = -e^y$
 1.10. a) $u = \arcsin \frac{x}{z}$, $z = \sqrt{x^2 + 1}$ б) $xy - \ln y = a$

4. Исследовать на максимум и минимум функцию

- 4.1. $z = 2xy - 3x^2 - 2y^2 + 10$ 4.2. $z = x^3 y^2 (1 - x - y)$.
 4.3. $z = 4(x - y) - x^2 - y^2$. 4.4. $z = 2x^3 + xy^2 + 5x^2 + y^2$
 4.5. $z = e^{2x}(x + y^2 + 2y)$ 4.6. $z = x^2 + xy + y^2 + x - y + 1$
 4.7. $z = x^3 + y^3 - 3xy$ 4.8. $z = x^2 - y^2$
 4.9. $z = xy(a - x - y)$ 4.10. $z = 8(x - y) - 2x^2 - 2y^2$

Найти градиент функции $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ в точке (3;4)

Найти производную функции $z = x^3 - 3x^2 y + 3xy^2 + 1$ в точке M(2;0) в направлении, идущем от этой точки к точке N(6;-3).

Найти градиент функции $z = x - 3y + \sqrt{3xy}$ в точке (3;4)

Найти производную функции $z = 3x^4 - xy + y^3$ в направлении от M к N, если M(1;2), N(-2;-2).

Найти производную функции $z = 5x^2 - 3x - y - 1$ в направлении от точки M(2;1) к точке N(5;5).

Найти градиент функции $z = x^2 + y^2$ в точке (3;2)

Найти производную функции $z = \operatorname{arctg}(xy)$ в точке (1;1) в направлении третьего координатного угла.

Найти производную функции $u = xy^2 + z^3 - xyz$ в точке M(1;1;2) в направлении, образующем с осями координат углы соответственно $60^\circ, 45^\circ, 60^\circ$

Найти градиент функции $z = \sqrt{4 + x^2 + y^2}$ в точке (2;1)

Найти производную функции $z = x^3 - 3x^2y + 3xy^2 + 1$ в точке M(3;1) в направлении, идущем от этой точки к точке N(6;5).

Контрольная работа 8. **Дифференциальные уравнения.**

1. Найти частное решение дифференциального уравнения, удовлетворяющего начальным условиям:

- 1.1. $y' \sin x = y \ln y; y|_{x=\frac{\pi}{2}} = e$ 1.2. $x dy + y dx + y^2(x dy - y dx) = 0 \quad y|_{x=1} = 3$
 1.3. $y' = \frac{y+1}{x} \quad y|_{x=1} = 0$ 1.4. $\sin y \cos x dy = \cos y \sin x dx \quad y|_{x=0} = \frac{\pi}{4}$
 1.5. $y - xy' = 1 + x^2 y'$ 1.6. $y' \cos x = (y+1) \sin x \quad y|_{x=0} = 1$
 1.7. $y' = \frac{1+y^2}{1+x^2} \quad y|_{x=0} = 1$ 1.8. $(x+x^2)y' + y = 1 \quad y|_{x=1} = 1$
 1.9. $xy' + y = y^2 \quad y|_{x=1} = 2$ 1.10. $y' = \frac{1+y^2}{xy(1+x^2)} \quad y|_{x=1} = 1$

2. Найти общее решение дифференциального уравнения:

- 2.1. а) $(y^2 - 3x^2)dy + 2xydx = 0$ 2.2. а) $x^2 y' - 2xy + 3 = 0$
 б) $y'' + 4y' - 12y = 8 \sin 2x$ б) $y'' - 6y' + 9y = x^2 - x + 3$
 2.3. а) $y' - y + y^2 \cos x = 0$ 2.4. а) $xy' = y \ln \frac{y}{x}$
 б) $y'' + 4y = e^{-2x}$ б) $y'' - 2y' + 5y = x e^{2x}$
 2.5. а) $y' - \frac{4}{x}y = x\sqrt{y}$ 2.6. а) $xy' + x e^{\frac{y}{x}} - y = 0$
 б) $y'' - 5y' + 6y = (12x-7)e^{-x}$ б) $y'' - 4y' + 13y = 26x + 5$
 2.7. а) $y' - \frac{4}{x}y = x\sqrt{y}$ 2.8. а) $xy' + y - 3 = 0$
 б) $y'' - 5y' + 6y = (12x-7)e^{-x}$ б) $y'' - 4y' = 6x^2 + 1$
 2.9. а) $x^2 y' - 2xy = -y^2$ 2.10. а) $xy' + y - x - 1 = 0$
 б) $y'' - 2y' + y = 16e^x$ б) $y'' + 6y' + 9y = 10e^{-3x}$

3. Найти общее решение системы дифференциальных уравнений:

- 3.1. $\begin{cases} \frac{dy}{dx} = z - 7y \\ \frac{dz}{dx} = -2y - 5z \end{cases}$ 3.2. $\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 2x + y \\ \frac{dy}{dt} = 3x + 4y \end{cases}$

$$3.3. \begin{cases} \frac{dy}{dx} = y - 3z \\ \frac{dz}{dx} = z + 3y \end{cases}$$

$$3.4. \begin{cases} \frac{dx}{dt} = -7x + 5y \\ \frac{dy}{dt} = 4x - 8y \end{cases}$$

$$3.5. \begin{cases} \frac{dx}{dt} = -x - 5y \\ \frac{dy}{dt} = -7x - 3y \end{cases}$$

$$3.6. \begin{cases} \frac{dx}{dt} = 3x - 2y \\ \frac{dy}{dt} = 2x + 8y \end{cases}$$

$$3.7. \begin{cases} \frac{dx}{dt} = 6x + 3y \\ \frac{dy}{dt} = -8x - 5y \end{cases}$$

$$3.8. \begin{cases} \frac{dz}{dx} = 4y + 2z \\ \frac{dy}{dx} = 4y + 6z \end{cases}$$

$$3.9. \begin{cases} \frac{dx}{dt} = -5x - 4y \\ \frac{dy}{dt} = -2x - 3y \end{cases}$$

$$3.10. \begin{cases} \frac{dy}{dx} = 3y + z \\ \frac{dz}{dx} = 8y + z \end{cases}$$

Критерии и шкала оценивания по оценочному средству «контрольная работа»

Шкала оценивания (интервал баллов)	Критерий оценивания
5	Контрольная работа выполнена на высоком уровне (правильные ответы даны на 90-100% вопросов/задач)
4	Контрольная работа выполнена на среднем уровне (правильные ответы даны на 75-89% вопросов/задач)
3	Контрольная работа выполнена на низком уровне (правильные ответы даны на 50-74% вопросов/задач)
2	Контрольная работа выполнена на неудовлетворительном уровне (правильные ответы даны менее чем на 50%)

Индивидуальные задания

Индивидуальное задание 1.

Вариант 1

1. Вычислить определитель четвертого порядка.

$$\begin{vmatrix} -1 & -3 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 & 0 \\ 2 & -5 & 1 & -8 \\ 3 & -1 & 1 & -1 \end{vmatrix}$$

2. Решить систему тремя методами:

- 1) матричным методом;
- 2) по формулам Крамера;
- 3) методом Гаусса.

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 = -1 \\ 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = -1 \\ 3x_1 - x_2 - x_3 = 4 \end{cases}$$

3. Исследовать систему на совместимость и найти её общее решение методом Жордана-Гаусса.

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 7 \\ x_1 + 2x_3 + 2x_4 = 5 \\ 4x_1 + x_2 - x_3 = 14 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 = 1 \end{cases}$$

4. Проверить, что векторы $\bar{p}, \bar{q}, \bar{r}$ образуют базис. Написать разложение вектора $\bar{x}$ в этом базисе.

$$\bar{x} \{6; 12; -1\}, \bar{p} \{1; 3; 0\}, \bar{q} \{2; -1; 1\}, \bar{r} \{0; -1; 2\}$$

5. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\bar{a}$ и $\bar{b}$

$$\bar{a} = 3\bar{p} - 2\bar{q} \text{ и } \bar{b} = \bar{p} + 5\bar{q}, \text{ если } |\bar{p}| = 4, |\bar{q}| = \frac{1}{2}, \angle(\bar{p}, \bar{q}) = \frac{\pi}{6}.$$

6. Заданы координаты вершин пирамиды $A_1A_2A_3A_4$. Найти:

- 1) Уравнение прямой l , которая проходит через точки A_1 и A_2 и длину ребра A_1A_2 ;
 - 2) Уравнение плоскости P , которая проходит через точки A_1, A_2, A_3 и площадь S грани A_1, A_2, A_3 ;
 - 3) Уравнение высоты H , опущенной из вершины A_4 на грань $A_1A_2A_3$ и её длину h ;
 - 4) Объем (V) пирамиды $A_1A_2A_3A_4$;
 - 5) Угол α между ребрами A_1A_2 и A_1A_4 ;
 - 6) Угол β между ребром A_1A_4 и гранью $A_1A_2A_3$. Сделать рисунок.
- $A_1(7; 2; 4), A_2(1; -1; -2), A_3(3; 3; 1), A_4(-4; 2; 1)$

7. Установить тип кривой II порядка l и найти все её характеристики:

- для окружности – координаты центра и радиус;
- для эллипса – координаты центра, полуоси, эксцентриситет, уравнения директрис;
- для гиперболы – координаты центра, действительную и мнимую полуоси, координаты фокусов, эксцентриситет, уравнения директрис, асимптот;
- для параболы – параметр параболы, координаты вершин, координаты фокуса, уравнения директрис.

Построить графики кривых.

$$4x^2 + 3y^2 - 18x + 12y - 32 = 0$$

8. Найти предел функции не пользуясь правилом Лопиталя.

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^5 - 3x^2 + 9}{2x^5 + 2x^2 + 5}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - 2}{\sqrt{2x} - 2};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 3x}{5x};$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} (2x+1)[\ln(2x-1) - \ln 2x];$$

9. Найти производные функций:

$$\text{а) } y = \frac{x}{\sqrt{a^2 - x^2}} \quad \text{б) } y = \frac{\sin^2 x}{2 + 3\cos^2 x} \quad \text{в) } y = \frac{x}{x+1} \ln x$$

$$\text{г) } y = (\operatorname{arctg} x)^{\ln x} \quad \text{д) } (e^x - 1)(e^y - 1) - 1 = 0$$

10. Исследовать методами дифференциального исчисления функцию и построить ее график.

$$y = \frac{x^2 - 5}{x - 3}$$

11. Окно имеет форму прямоугольника, завершенного полукругом. Периметр окна равен a . При каких размерах сторон прямоугольника окно будет пропускать наибольшее количество света.

Вариант 2

1. Вычислить определитель четвертого порядка.

$$\begin{vmatrix} -1 & 2 & 3 & 0 \\ 1 & -3 & -2 & 1 \\ 2 & -3 & -5 & 2 \\ 3 & 1 & -7 & 3 \end{vmatrix}$$

2. Решить систему тремя методами:

- 1) матричным методом;
- 2) по формулам Крамера;
- 3) методом Гаусса.

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 = 3 \\ 2x_1 + x_2 - 3x_3 = 0 \\ x_1 - 2x_2 - x_3 = 5 \end{cases}$$

3. Исследовать систему на совместимость и найти её общее решение методом Жордана-Гаусса.

$$\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 + 5x_4 = 10 \\ 2x_1 + 3x_2 + 5x_3 - 4x_4 = -2 \\ 4x_1 + 5x_2 - 4x_3 - 3x_4 = -7 \\ 5x_1 + 3x_2 + 2x_3 - 5x_4 = -1 \end{cases}$$

4. Проверить, что векторы $\bar{p}, \bar{q}, \bar{r}$ образуют базис. Написать разложение вектора $\bar{a}$ в этом базисе.

$$\bar{a} = \{13; 2; 7\}, \bar{p} = \{5; 1; 0\}, \bar{q} = \{2; -1; 3\}, \bar{r} = \{1; 0; -1\}$$

5. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\bar{a}$ и $\bar{b}$

$$\bar{a} = \bar{p} - 4\bar{q}, \quad \bar{b} = 3\bar{p} + \bar{q}, \quad |\bar{p}| = 1, \quad |\bar{q}| = 2 \quad (\hat{\bar{p}}\bar{q}) = \frac{\rho}{6}.$$

6. Заданы координаты вершин пирамиды $A_1A_2A_3A_4$. Найти:

- 1) Уравнение прямой l , которая проходит через точки A_1 и A_2 и длину ребра A_1A_2 ;
 - 2) Уравнение плоскости P , которая проходит через точки A_1, A_2, A_3 и площадь S грани A_1, A_2, A_3 ;
 - 3) Уравнение высоты H , опущенной из вершины A_4 на грань $A_1A_2A_3$ и её длину h ;
 - 4) Объем (V) пирамиды $A_1A_2A_3A_4$;
 - 5) Угол α между ребрами A_1A_2 и A_1A_4 ;
 - 6) Угол β между ребром A_1A_4 и гранью $A_1A_2A_3$. Сделать рисунок.
- $A_1(0; -1; -1), A_2(-2; 3; 5), A_3(1; -5; -9), A_4(-1; -6; 3)$.

7. Установить тип кривой II порядка Γ и найти все её характеристики:

- для окружности – координаты центра и радиус;
- для эллипса – координаты центра, полуоси, эксцентриситет, уравнения директрис;
- для гиперболы – координаты центра, действительную и мнимую полуоси, координаты фокусов, эксцентриситет, уравнения директрис, асимптот;
- для параболы – параметр параболы, координаты вершин, координаты фокуса, уравнения директрис.

Построить графики кривых.

$$9x^2 - 16y^2 + 90x - 32y - 367 = 0$$

8. Найти предел функции не пользуясь правилом Лопиталя.

а) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1-2x}{3x-2}$; б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{3x}$; в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos x}{5x^2}$; г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + 3}{e^x - 2}$;

9. Найти производные функций:

а) $y = \frac{3+6x}{\sqrt{3-4x+5x^2}}$ б) $y = \sin x - \cos x$ в) $y = x^m \ln x$

г) $y = x^{-\lg x}$ д) $\frac{y}{x} = \arctg \frac{x}{y}$

10. Исследовать методами дифференциального исчисления функцию и построить ее график.

$$y = \frac{4x}{x^2 + 4}$$

11. Требуется изготовить из жести ведро без крышки данного объема V цилиндрической форм. Каковы должны быть высота цилиндра и радиус его основания, чтобы на изготовление ведра ушло наименьшее количество материала?

Вариант 3

1. Вычислить определитель четвертого порядка.

$$\begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 & -1 \\ 2 & 0 & 3 & 1 \\ -1 & 1 & 0 & 2 \\ 3 & 2 & 1 & -1 \end{vmatrix}$$

2. Решить систему тремя методами:

- 1) матричным методом;
- 2) по формулам Крамера;
- 3) методом Гаусса.

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 = -2 \\ 5x_1 + 4x_2 - x_3 = 0 \\ 3x_1 + x_2 + x_3 = 2 \end{cases}$$

3. Исследовать систему на совместимость и найти её общее решение методом Жордана-Гаусса.

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 + 5x_4 = -2 \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 + 4x_4 = 1 \\ 4x_1 + 6x_2 + 3x_3 + 7x_4 = 1 \\ 5x_1 + 2x_2 + x_3 + 4x_4 = 4 \end{cases}$$

4. Проверить, что векторы $\bar{p}, \bar{q}, \bar{r}$ образуют базис. Написать разложение вектора $\bar{h}$ в этом базисе.

$$\bar{h} \{3; -3; 4\}, \bar{p} \{1; 0; 2\}, \bar{q} \{0; 1; 1\}, \bar{r} \{2; -1; 4\}$$

5. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\bar{a}$ и $\bar{b}$

$$\bar{a} = \bar{p} - 2\bar{q} \text{ и } \bar{b} = 2\bar{p} + \bar{q}, \text{ если } |\bar{p}| = 2, |\bar{q}| = 3, \text{ } \angle(\bar{p}, \bar{q}) = \frac{3\pi}{4}$$

6. Заданы координаты вершин пирамиды $A_1 A_2 A_3 A_4$. Найти:

- 1) Уравнение прямой l , которая проходит через точки A_1 и A_2 и длину ребра $A_1 A_2$;
- 2) Уравнение плоскости P , которая проходит через точки A_1, A_2, A_3 и площадь S грани $A_1 A_2 A_3$;
- 3) Уравнение высоты H , опущенной из вершины A_4 на грань $A_1 A_2 A_3$ и её длину h ;
- 4) Объем (V) пирамиды $A_1 A_2 A_3 A_4$;
- 5) Угол α между ребрами $A_1 A_2$ и $A_1 A_4$;
- 6) Угол β между ребром $A_1 A_4$ и гранью $A_1 A_2 A_3$. Сделать рисунок.

$$A_1(1; 3; 6), A_2(2; 2; 1), A_3(-1; 0; 1); A_4(-4; 6; -3)$$

7. Установить тип кривой II порядка Γ и найти все её характеристики:

- для окружности – координаты центра и радиус;
- для эллипса – координаты центра, полуоси, эксцентриситет, уравнения директрис;
- для гиперболы – координаты центра, действительную и мнимую полуоси, координаты фокусов, эксцентриситет, уравнения директрис, асимптот;
- для параболы – параметр параболы, координаты вершин, координаты фокуса, уравнения директрис.

Построить графики кривых.

$$9y^2 - 7y - 16 = 8x$$

8. Найти предел функции не пользуясь правилом Лопиталя.

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow -5} \frac{5x^2 - 3x + 1}{3x^2 + x - 5} \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{2x-1} - \sqrt{5}}{x-3}$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}^2 \frac{x}{2}}{x^2}$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow 1} (7 - 6x)^{\frac{x}{3x-3}}$$

9. Найти производные функций:

$$\text{а) } y = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}} + 5\sqrt{x^3 + 1} \quad \text{б) } y = 2\operatorname{tg}^3(x^2 + 1) \quad \text{в) } y = 3^{\operatorname{arctg} x^3}$$

$$\text{г) } y = (\operatorname{arctg} x)^x \quad \text{д) } y^2 x = e^{\frac{y}{x}}$$

10. Исследовать методами дифференциального исчисления функцию и построить ее график.

$$y = \frac{4x^3 + 5}{x}$$

11. При каких линейных измерениях закрытая цилиндрическая банка данной вместимости V будет иметь наименьшую полную поверхность?

Вариант 4

1. Вычислить определитель четвертого порядка.

$$\begin{vmatrix} 4 & 0 & 1 & 2 \\ 3 & -1 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & -1 & 1 \\ 2 & 4 & -3 & 3 \end{vmatrix}$$

2. Решить систему тремя методами:

- 1) матричным методом;
- 2) по формулам Крамера;
- 3) методом Гаусса.

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 6 \\ 4x_1 - 2x_2 - 2x_3 = 0 \\ 3x_1 + x_2 - 3x_3 = 1 \end{cases}$$

3. Исследовать систему на совместимость и найти её общее решение методом Жордана-Гаусса.

$$\begin{cases} 5x_1 + 2x_2 + x_3 + 4x_4 = 4 \\ 4x_1 + 6x_2 - 3x_3 + 7x_4 = 1 \\ 3x_1 + x_2 + x_3 + 4x_4 = 1 \\ 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 + 5x_4 = -2 \end{cases}$$

4. Проверить, что векторы $\vec{p}, \vec{q}, \vec{r}$ образуют базис. Написать разложение вектора $\vec{h}$ в этом базисе.

$$\vec{h} \{-2; 4; 7\}; \quad \vec{p} \{0; 1; 2\}; \quad \vec{q} \{1; 0; 1\}; \quad \vec{r} \{-1; 2; 4\}$$

5. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\vec{a}$ и $\vec{b}$

$$\vec{a} = 4\vec{p} + \vec{q} \text{ и } \vec{b} = \vec{p} - \vec{q}, \text{ если } |\vec{p}| = 7, |\vec{q}| = 2, \quad \vec{p} \perp \vec{q} \Rightarrow \frac{p}{4}$$

6. Заданы координаты вершин пирамиды $A_1 A_2 A_3 A_4$. Найти:

- 1) Уравнение прямой l , которая проходит через точки A_1 и A_2 и длину ребра A_1A_2 ;
 - 2) Уравнение плоскости P , которая проходит через точки A_1, A_2, A_3 и площадь S грани A_1, A_2, A_3 ;
 - 3) Уравнение высоты H , опущенной из вершины A_4 на грань $A_1A_2A_3$ и её длину h ;
 - 4) Объем (V) пирамиды $A_1A_2A_3A_4$;
 - 5) Угол α между ребрами A_1A_2 и A_1A_4 ;
 - 6) Угол β между ребром A_1A_4 и гранью $A_1A_2A_3$. Сделать рисунок.
- $A_1(2; -1; -2), A_2(1; 2; 1), A_3(5; 0; -6), A_4(-10; 9; -7)$

7. Установить тип кривой II порядка l и найти все её характеристики:

- для окружности – координаты центра и радиус;
- для эллипса – координаты центра, полуоси, эксцентриситет, уравнения директрис;
- для гиперболы – координаты центра, действительную и мнимую полуоси, координаты фокусов, эксцентриситет, уравнения директрис, асимптот;
- для параболы – параметр параболы, координаты вершин, координаты фокуса, уравнения директрис.

Построить графики кривых.

$$l: 9x^2 + 4y^2 + 6x - 4y - 2 = 0$$

8. Найти предел функции не пользуясь правилом Лопиталя.

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + 1}{2x^3 + 1} \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 7} \frac{\sqrt{2+x} - 3}{x - 7} \quad \text{в) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 3x}{5x} \quad \text{г) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1}{e^{2x} + 1}$$

9. Найти производные функций:

$$\text{а) } y = \sqrt[3]{\frac{1+x^2}{1-x^2}} \quad \text{б) } y = \frac{1}{2} \lg^2 x + \ln \cos x \quad \text{в) } y = \operatorname{arctg} \frac{x}{1 + \sqrt{1-x^2}}$$

$$\text{г) } y = (x + x^2)^x \quad \text{д) } x^3 + y^3 - 3axy = 0$$

10. Исследовать методами дифференциального исчисления функцию и построить её график.

$$y = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$$

11. Требуется изготовить из жести ведро без крышки данного объема V цилиндрической формы. Каковы должны быть высота цилиндра и радиус его основания, чтобы на изготовление ведра ушло наименьшее количество материала?

Вариант 5

1. Вычислить определитель четвертого порядка.

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 4 & 0 \\ 0 & -3 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & -1 & 2 \\ -1 & 3 & 0 & 4 \end{vmatrix}$$

2. Решить систему тремя методами:

- 1) матричным методом;
- 2) по формулам Крамера;
- 3) методом Гаусса.

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - 2x_3 = -1 \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 3 \\ 4x_1 + 2x_2 - x_3 = 0 \end{cases}$$

3. Исследовать систему на совместимость и найти её общее решение методом Жордана-Гаусса.

$$\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 = -1 \\ x_1 + 3x_2 - x_3 + 2x_4 = 14 \\ 5x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 1 \\ 4x_1 - 2x_2 + 5x_3 + 2x_4 = 7 \end{cases}$$

4. Проверить, что векторы $\bar{p}, \bar{q}, \bar{r}$ образуют базис. Написать разложение вектора $\bar{x}$ в этом базисе.

$$\bar{x}\{3;3;-1\}; \quad \bar{p}\{3;1;0\}; \quad \bar{q}\{-1;2;1\}; \quad \bar{r}\{-1;0;2\}$$

5. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\bar{a}$ и $\bar{b}$

$$\bar{a} = \bar{p} - 3\bar{q} \text{ и } \bar{b} = \bar{p} + 2\bar{q}, \text{ если } |\bar{p}| = \frac{1}{5}, |\bar{q}| = 2, \quad \bar{p} \perp \bar{q} \Rightarrow \frac{1}{5} \cdot 2 = \frac{2}{5}.$$

6. Заданы координаты вершин пирамиды $A_1A_2A_3A_4$. Найти:

- 1) Уравнение прямой l , которая проходит через точки A_1 и A_2 и длину ребра A_1A_2 ;
 - 2) Уравнение плоскости P , которая проходит через точки A_1, A_2, A_3 и площадь S грани A_1, A_2, A_3 ;
 - 3) Уравнение высоты H , опущенной из вершины A_4 на грань $A_1A_2A_3$ и её длину h ;
 - 4) Объем (V) пирамиды $A_1A_2A_3A_4$;
 - 5) Угол α между ребрами A_1A_2 и A_1A_4 ;
 - 6) Угол β между ребром A_1A_4 и гранью $A_1A_2A_3$. Сделать рисунок.
- $A_1(5; 2; 0), A_2(2; 5; 0), A_3(1; 2; 4), A_4(-1; 1; 1).$

7. Установить тип кривой II порядка l и найти все её характеристики:

- для окружности – координаты центра и радиус;
- для эллипса – координаты центра, полуоси, эксцентриситет, уравнения директрис;
- для гиперболы – координаты центра, действительную и мнимую полуоси, координаты фокусов, эксцентриситет, уравнения директрис, асимптот;
- для параболы – параметр параболы, координаты вершин, координаты фокуса, уравнения директрис.

Построить графики кривых.

$$16x^2 - 9y^2 - 64x - 18y + 199 = 0$$

8. Найти предел функции не пользуясь правилом Лопиталя.

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x - 2x^2 + 5x^4}{2 + 3x^2 + x^4} \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 + 3x^2} - 1}{x^2 + x^3}$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 6x}{1 - \cos 2x} \quad \text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} (x - 5)[\ln(x - 3) - \ln x]$$

9. Найти производные функций:

$$\text{а) } y = 5\sqrt{x^2 + x + \frac{1}{x}} \quad \text{б) } y = 2^x e^{-x} \quad \text{в) } y = \frac{\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$\text{г) } y = (\cos x)^x \quad \text{д) } \ln y = \operatorname{arctg} \frac{x}{y}$$

10. Исследовать методами дифференциального исчисления функцию и построить ее график.

$$y = \frac{x^4}{x^3 - 1}$$

11. Требуется изготовить из жести ведро без крышки данного объема V цилиндрической формы. Каковы должны быть высота цилиндра и радиус его основания, чтобы на изготовление ведра ушло наименьшее количество материала?

Вариант 6

1. Вычислить определитель четвертого порядка.

$$\begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 & -2 \\ 3 & -4 & 7 & -8 \\ -1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & -3 & 5 & -6 \end{vmatrix}$$

2. Решить систему тремя методами:

- 1) матричным методом;
- 2) по формулам Крамера;
- 3) методом Гаусса.

$$\begin{cases} 7x_1 - x_2 + x_3 = 7 \\ x_1 + x_2 - x_3 = 1 \\ 2x_1 - 2x_2 - x_3 = 2 \end{cases}$$

3. Исследовать систему на совместимость и найти её общее решение методом Жордана-Гаусса.

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 6 \\ 2x_1 - x_2 - 2x_3 - 3x_4 = 8 \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 = 4 \\ 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 + x_4 = -8 \end{cases}$$

4. Проверить, что векторы $\bar{p}, \bar{q}, \bar{r}$ образуют базис. Написать разложение вектора $\bar{x}$ в этом базисе.

$$\bar{x} \{-5; -5; 5\}, \bar{p} \{-2; 0; 1\}, \bar{q} \{1; 3; -1\}, \bar{r} \{0; 4; 1\}$$

5. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\bar{a}$ и $\bar{b}$

$$\bar{a} = \bar{p} + 4\bar{q}, \quad \bar{b} = 2\bar{p} - \bar{q}, \quad |\bar{p}| = 7, \quad |\bar{q}| = 2 \quad (\hat{\bar{p}}\bar{q}) = \frac{\pi}{3}$$

6. Заданы координаты вершин пирамиды $A_1A_2A_3A_4$. Найти:

- 1) Уравнение прямой l , которая проходит через точки A_1 и A_2 и длину ребра A_1A_2 ;

- 2) Уравнение плоскости P , которая проходит через точки A_1, A_2, A_3 и площадь S грани A_1, A_2, A_3 ;
- 3) Уравнение высоты H , опущенной из вершины A_4 на грань $A_1A_2A_3$ и её длину h ;
- 4) Объем (V) пирамиды $A_1A_2A_3A_4$;
- 5) Угол a между ребрами A_1A_2 и A_1A_4 ;
- 6) Угол b между ребром A_1A_4 и гранью $A_1A_2A_3$. Сделать рисунок.
- $A_1 (-4; 2; 6), A_2 (2; -3; 0), A_3 (-10; 5; 8), A_4 (-5; 2; -4)$

7. Установить тип кривой II порядка Γ и найти все её характеристики:

- для окружности – координаты центра и радиус;
- для эллипса – координаты центра, полуоси, эксцентриситет, уравнения директрис;
- для гиперболы – координаты центра, действительную и мнимую полуоси, координаты фокусов, эксцентриситет, уравнения директрис, асимптот;
- для параболы – параметр параболы, координаты вершин, координаты фокуса, уравнения директрис.

Построить графики кривых.

$$4x^2 + 9y^2 - 4x + 6y - 2 = 0$$

8. Найти предел функции не пользуясь правилом Лопиталя.

а) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^3 + x^2 - 5}{x^3 + x - 2}$ б) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sqrt{x}}{x^2 - x}$ в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 - \cos 2x}}{x}$ г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^{4x+1} - 1}{e^{4x} - 1}$

9. Найти производные функций:

а) $y = x\sqrt{\frac{1+x^2}{1-x}}$ б) $y = \frac{1}{\operatorname{tg}^2 2x}$ в) $y = \arcsin \sqrt{1-3x}$

г) $y = x^{\ln x}$ д) $y \sin x = \cos(x-y)$

10. Исследовать методами дифференциального исчисления функцию и построить ее график.

$$y = \frac{4x^3}{x^3 - 1}$$

11. Найти радиус основания и высоту цилиндра наибольшего объема, который можно вписать в шар радиусом R .

Вариант 7

1. Вычислить определитель четвертого порядка.

$$\begin{vmatrix} 3 & 0 & 1 & 0 \\ -3 & 1 & -1 & 3 \\ 6 & 2 & 1 & 5 \\ 9 & 4 & 2 & 1 \end{vmatrix}$$

2. Решить систему тремя методами:

- 1) матричным методом;
- 2) по формулам Крамера;
- 3) методом Гаусса.

$$\begin{cases} 4x_1 + 4x_2 + 3x_3 = 5 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 7 \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 = -4 \end{cases}$$

3. Исследовать систему на совместимость и найти её общее решение методом Жордана-Гаусса.

$$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + 5x_3 + x_4 = -7 \\ -x_1 + x_2 + 4x_3 - 2x_4 = 1 \\ 5x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 6x_4 = 5 \\ -2x_1 + 5x_2 + x_3 - 7x_4 = 5 \end{cases}$$

4. Проверить, что векторы $\bar{p}, \bar{q}, \bar{r}$ образуют базис. Написать разложение вектора $\bar{x}$ в этом базисе.

$$\bar{x}\{1; -4; 4\}, \bar{p}\{2; 1; -1\}, \bar{q}\{0; 3; 2\}, \bar{r}\{1; -1; 1\}$$

5. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\bar{a}$ и $\bar{b}$

$$\bar{a} = \bar{p} + 2\bar{q}, \quad \bar{b} = 3\bar{p} - \bar{q}, \quad |\bar{p}| = 1, \quad |\bar{q}| = 2 \quad (\hat{\bar{p}}\bar{q}) = \frac{\rho}{6}$$

6. Заданы координаты вершин пирамиды $A_1 A_2 A_3 A_4$. Найти:

- 1) Уравнение прямой l , которая проходит через точки A_1 и A_2 и длину ребра $A_1 A_2$;
 - 2) Уравнение плоскости P , которая проходит через точки A_1, A_2, A_3 и площадь S грани A_1, A_2, A_3 ;
 - 3) Уравнение высоты H , опущенной из вершины A_4 на грань $A_1 A_2 A_3$ и её длину h ;
 - 4) Объем (V) пирамиды $A_1 A_2 A_3 A_4$;
 - 5) Угол α между ребрами $A_1 A_2$ и $A_1 A_4$;
 - 6) Угол β между ребром $A_1 A_4$ и гранью $A_1 A_2 A_3$. Сделать рисунок.
- $A_1 (1; 4; 5), A_2 (-5; -3; 2), A_3 (-2; -6; -3), A_4 (-2; 2; -1)$

7. Установить тип кривой II порядка l и найти все её характеристики:

- для окружности – координаты центра и радиус;
- для эллипса – координаты центра, полуоси, эксцентриситет, уравнения директрис;
- для гиперболы – координаты центра, действительную и мнимую полуоси, координаты фокусов, эксцентриситет, уравнения директрис, асимптот;
- для параболы – параметр параболы, координаты вершин, координаты фокуса, уравнения директрис.

Построить графики кривых.

$$9x^2 - 16y^2 - 6x + 8y - 144 = 0$$

8. Найти предел функции не пользуясь правилом Лопиталя.

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^4 - 2x^3 + 2}{x^4 + 3}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{1+3x} - \sqrt{2x+6}}{x^2 - 5x};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 4x}{2x \operatorname{tg} 2x}; \quad \text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x + 3}{e^x - 2}$$

9. Найти производные функций:

$$\begin{aligned} \text{а) } y &= 3\sqrt[3]{x^5 + 5x^4 - \frac{5}{x}} & \text{б) } y &= \ln \sqrt{\frac{1 - \sin x}{1 + \sin x}} & \text{в) } y &= \arctg \frac{2}{\operatorname{tg} x} \\ \text{г) } y &= (\sin x)^{\ln x} & \text{д) } x - y + a \sin y &= 0 \end{aligned}$$

10. Исследовать методами дифференциального исчисления функцию и построить ее график.

$$y = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1}$$

11. Найти радиус основания и высоту цилиндра наибольшего объема, который можно вписать в шар радиусом R .

Вариант 8

1. Вычислить определитель четвертого порядка.

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 0 \\ -1 & -2 & 0 & 4 \\ 2 & 5 & 6 & 1 \\ 1 & 3 & 5 & 2 \end{vmatrix}$$

2. Решить систему тремя методами:

- 1) матричным методом;
- 2) по формулам Крамера;
- 3) методом Гаусса.

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 - x_3 = 8 \\ 3x_1 - x_2 + x_3 = 4 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x_1 - x_2 + x_3 = 4 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x_1 - x_2 + x_3 = 4 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 = 4 \end{cases}$$

3. Исследовать систему на совместимость и найти её общее решение методом Жордана-Гаусса.

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 5 \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 1 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 = 1 \\ 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 = -5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 1 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 = 1 \\ 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 = -5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 = 1 \\ 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 = -5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 = -5 \end{cases}$$

4. Проверить, что векторы $\bar{p}, \bar{q}, \bar{r}$ образуют базис. Написать разложение вектора x в этом базисе.

$$\bar{x} \{-1; 7; -4\}; \bar{p} \{-1; 2; 1\}; \bar{q} \{2; 0; 3\}; \bar{r} \{1; 1; -1\}$$

5. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\bar{a}$ и $\bar{b}$

$$\bar{a} = \bar{p} + 3\bar{q} \text{ и } \bar{b} = \bar{p} - 2\bar{q}, \text{ если } |\bar{p}| = 2, |\bar{q}| = 3, \frac{\bar{p} \times \bar{q}}{|\bar{p}| |\bar{q}|} = \frac{\bar{p}}{3}$$

6. Заданы координаты вершин пирамиды $A_1 A_2 A_3 A_4$. Найти:

- 1) Уравнение прямой l , которая проходит через точки A_1 и A_2 и длину ребра $A_1 A_2$;
- 2) Уравнение плоскости P , которая проходит через точки A_1, A_2, A_3 и площадь S грани $A_1 A_2 A_3$;

- 3) Уравнение высоты H , опущенной из вершины A_4 на грань $A_1A_2A_3$ и её длину h ;
 4) Объем (V) пирамиды $A_1A_2A_3A_4$;
 5) Угол a между ребрами A_1A_2 и A_1A_4 ;
 6) Угол b между ребром A_1A_4 и гранью $A_1A_2A_3$. Сделать рисунок.
 $A_1(-2; 0; -4), A_2(-1; 7; 1), A_3(4; -8; -4), A_4(1; -4; 6)$.

7. Установить тип кривой II порядка Γ и найти все её характеристики:

- для окружности – координаты центра и радиус;
- для эллипса – координаты центра, полуоси, эксцентриситет, уравнения директрис;
- для гиперболы – координаты центра, действительную и мнимую полуоси, координаты фокусов, эксцентриситет, уравнения директрис, асимптот;
- для параболы – параметр параболы, координаты вершин, координаты фокуса, уравнения директрис.

Построить графики кривых

$$x = 2y^2 - 12y + 14$$

8. Найти предел функции не пользуясь правилом Лопиталя.

а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^4 + x^2 - 6}{2x^4 - x + 2}$ б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{1+3x} - 1}$ в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5x}{\arctg x}$ г) $\lim_{x \rightarrow 0} (1+2x)^{\frac{1}{x}}$

9. Найти производные функций:

а) $y = x^2 \sqrt{1-x^2}$ б) $y = \frac{4 \sin x}{\cos^2 x}$ в) $y = \arctg e^{2x}$

г) $y = x^{\frac{1}{x}}$ д) $x - y + \arctg y = 0$

10. Исследовать методами дифференциального исчисления функцию и построить ее график.

$$y = \frac{2 - 4x^2}{1 - 4x^2}$$

11. На странице книги печатный текст (вместе с промежутками между строками) должен занимать 216 см^2 . Верхнее и нижнее поля по 3см, правое и левое – по 2см. Какие должны быть размеры страницы для того, чтобы ее площадь была наименьшей?

Вариант 9

1. Вычислить определитель четвертого порядка.

$$\begin{vmatrix} 2 & 0 & 4 & 0 \\ 2 & 1 & 8 & 3 \\ -4 & 3 & -9 & 1 \\ 6 & 1 & 10 & 3 \end{vmatrix}$$

2. Решить систему тремя методами:

- 1) матричным методом;
- 2) по формулам Крамера;
- 3) методом Гаусса.

$$\begin{cases} 4x_1 - x_2 - 3x_3 = 5 \\ x_1 + 2x_2 - 2x_3 = 0 \\ 3x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 10 \end{cases}$$

3. Исследовать систему на совместимость и найти её общее решение методом Жордана-Гаусса.

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 0 \\ 7x_1 + 14x_2 + 20x_3 + 27x_4 = 0 \\ 5x_1 + 10x_2 + 16x_3 + 19x_4 = -2 \\ 3x_1 + 5x_2 + 6x_3 + 13x_4 = 5 \end{cases}$$

4. Проверить, что векторы $\bar{p}, \bar{q}, \bar{r}$ образуют базис. Написать разложение вектора $\bar{x}$ в этом базисе.

$$\bar{x} \{-19; 1; 7\}, \bar{p} \{0; 1; 1\}, \bar{q} \{-2; 0; 1\}, \bar{r} \{3; 1; 0\}$$

5. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\bar{a}$ и $\bar{b}$

$$\bar{a} = 2\bar{p} - \bar{q} \text{ и } \bar{b} = \bar{p} + 3\bar{q}, \text{ если } |\bar{p}| = 3, |\bar{q}| = 2, \text{ где } \bar{p} \perp \bar{q}$$

6. Заданы координаты вершин пирамиды $A_1A_2A_3A_4$. Найти:

- 1) Уравнение прямой l , которая проходит через точки A_1 и A_2 и длину ребра A_1A_2 ;
 - 2) Уравнение плоскости P , которая проходит через точки A_1, A_2, A_3 и площадь S грани A_1, A_2, A_3 ;
 - 3) Уравнение высоты H , опущенной из вершины A_4 на грань $A_1A_2A_3$ и её длину h ;
 - 4) Объем (V) пирамиды $A_1A_2A_3A_4$;
 - 5) Угол α между ребрами A_1A_2 и A_1A_4 ;
 - 6) Угол β между ребром A_1A_4 и гранью $A_1A_2A_3$. Сделать рисунок.
- $A_1(2; 1; 4), A_2(-1; 5; -2), A_3(-7; -3; 2), A_4(-6; -3; 6)$

7. Установить тип кривой II порядка l и найти все её характеристики:

- для окружности – координаты центра и радиус;
- для эллипса – координаты центра, полуоси, эксцентриситет, уравнения директрис;
- для гиперболы – координаты центра, действительную и мнимую полуоси, координаты фокусов, эксцентриситет, уравнения директрис, асимптот;
- для параболы – параметр параболы, координаты вершин, координаты фокуса, уравнения директрис.

Построить графики кривых.

$$16x^2 + 25y^2 + 32x - 100y - 284 = 0$$

8. Найти предел функции не пользуясь правилом Лопиталя.

$$\begin{array}{ll} \text{а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3 + x + 5x^4}{x^4 - 12x + 1} & \text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+3x} - \sqrt{1-2x}}{x + x^2} \\ \text{в) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 \operatorname{ctg} 2x}{\sin 3x} & \text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} (2x + 1) [\ln(x + 3) - \ln x] \end{array}$$

9. Найти производные функций:

$$\text{а) } y = \sqrt{x^2 + 1} + \sqrt[3]{x^3 + 1} \quad \text{б) } y = \frac{1}{3} \operatorname{tg}^3 x - \operatorname{tg} x + x \quad \text{в) } y = \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{3-x}{x-2}}$$

$$\text{г) } y = (\cos x)^{x^2} \quad \text{д) } x - y + e^y \operatorname{arctg} x = 0$$

10. Исследовать методами дифференциального исчисления функцию и построить ее график.

$$y = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1}$$

11. Прямоугольник вписан в эллипс с осями $2a$ и $2b$. Каковы должны быть стороны прямоугольника, чтобы площадь его была наибольшей?

Вариант 10

1. Вычислить определитель четвертого порядка.

$$\begin{vmatrix} 3 & 1 & -3 & 4 \\ 1 & 1 & -1 & 2 \\ -1 & 2 & 2 & 0 \\ 0 & 3 & 1 & 2 \end{vmatrix}$$

2. Решить систему тремя методами:

- 1) матричным методом;
- 2) по формулам Крамера;
- 3) методом Гаусса.

$$\begin{cases} 3x_1 - x_2 - x_3 = 1 \\ x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 6 \\ 2x_1 - 4x_2 - x_3 = -3 \end{cases}$$

3. Исследовать систему на совместимость и найти её общее решение методом Жордана-Гаусса.

$$\begin{cases} 4x_1 - 2x_2 + 5x_3 + 2x_4 = 7 \\ 5x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 1 \\ x_1 + 3x_2 - x_3 + 2x_4 = 14 \\ 3x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 = -11 \end{cases}$$

4. Проверить, что векторы $\bar{p}, \bar{q}, \bar{r}$ образуют базис. Написать разложение вектора $\bar{x}$ в этом базисе.

$$\bar{x} \{-9; 5; 5\}, \bar{p} \{4; 1; 1\}, \bar{q} \{2; 0; 3\}, \bar{r} \{-1; 2; 1\}$$

5. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\bar{a}$ и $\bar{b}$

$$\bar{a} = 3\bar{p} + \bar{q} \text{ и } \bar{b} = \bar{p} - 2\bar{q}, \text{ если } |\bar{p}| = 4, |\bar{q}| = 1, \quad \frac{[\bar{a}, \bar{b}]}{|\bar{p}| |\bar{q}|} = \frac{p}{4}$$

6. Заданы координаты вершин пирамиды $A_1 A_2 A_3 A_4$. Найти:

1) Уравнение прямой l , которая проходит через точки A_1 и A_2 и длину ребра $A_1 A_2$;

- 2) Уравнение плоскости P , которая проходит через точки A_1, A_2, A_3 и площадь S грани A_1, A_2, A_3 ;
- 3) Уравнение высоты H , опущенной из вершины A_4 на грань $A_1A_2A_3$ и её длину h ;
- 4) Объем (V) пирамиды $A_1A_2A_3A_4$;
- 5) Угол a между ребрами A_1A_2 и A_1A_4 ;
- 6) Угол b между ребром A_1A_4 и гранью $A_1A_2A_3$. Сделать рисунок.
- $A_1 (-1; -5; 2), A_2 (-6; 0; -3), A_3 (3; 6; -3), A_4 (-10; 6; 7)$

7. Установить тип кривой II порядка Γ и найти все её характеристики:

- для окружности – координаты центра и радиус;
- для эллипса – координаты центра, полуоси, эксцентриситет, уравнения директрис;
- для гиперболы – координаты центра, действительную и мнимую полуоси, координаты фокусов, эксцентриситет, уравнения директрис, асимптот;
- для параболы – параметр параболы, координаты вершин, координаты фокуса, уравнения директрис.

Построить графики кривых.

$$12x^2 - 12x - 32y - 29 = 0$$

8. Найти предел функции не пользуясь правилом Лопиталя.

а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + 6x - 5}{5x^2 - x - 1}$ б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{1 - x^2}}{x^2}$

в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \cos^3 x}{x^2}$ г) $\lim_{x \rightarrow \infty} x[\ln(x+1) - \ln x]$

9. Найти производные функций:

а) $y = 2\sqrt{4x+3} - \frac{3}{\sqrt{x^3+x+1}}$ б) $y = (e^{\cos x} + 3)^2$

в) $y = \ln \sin(2x+5)$ г) $y = x^{x^x}$ д) $\operatorname{tg} \frac{y}{x} = 5x$

10. Исследовать методами дифференциального исчисления функцию и построить её график.

$$y = \frac{x^3}{x^2 + 1}$$

11. Равнобедренный треугольник, вписанный в окружность радиусом R , вращается вокруг прямой, проходящей через его вершину, параллельно основанию. Какова должна быть высота этого треугольника, чтобы тело, полученное в результате его вращения, имело наибольший объем.

Вариант 11

1. Вычислить определитель четвертого порядка.

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 4 & 0 \\ 0 & -3 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & -1 & 2 \\ -1 & 3 & 0 & 4 \end{vmatrix}$$

2. Решить систему тремя методами:

- 1) матричным методом;
- 2) по формулам Крамера;
- 3) методом Гаусса.

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 = -2 \\ 5x_1 + 4x_2 - x_3 = 0 \\ 3x_1 + x_2 + x_3 = 2 \end{cases}$$

3. Исследовать систему на совместимость и найти её общее решение методом Жордана-Гаусса.

$$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + 5x_3 + x_4 = -7 \\ -x_1 + x_2 + 4x_3 - 2x_4 = 1 \\ 5x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 6x_4 = 5 \\ -2x_1 + 5x_2 + x_3 - 7x_4 = 5 \end{cases}$$

4. Проверить, что векторы $\bar{p}, \bar{q}, \bar{r}$ образуют базис. Написать разложение вектора $\bar{x}$ в этом базисе.

$$\bar{x}\{-2; 4; 7\}; \quad \bar{p}\{0; 1; 2\}; \quad \bar{q}\{1; 0; 1\}; \quad \bar{r}\{-1; 2; 4\}$$

5. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\bar{a}$ и $\bar{b}$

$$\bar{a} = \bar{p} + 2\bar{q}, \quad \bar{b} = 3\bar{p} - \bar{q}, \quad |\bar{p}| = 1, \quad |\bar{q}| = 2 \quad (\hat{\bar{p}}\bar{q}) = \frac{\rho}{6}$$

6. Заданы координаты вершин пирамиды $A_1A_2A_3A_4$. Найти:

- 1) Уравнение прямой l , которая проходит через точки A_1 и A_2 и длину ребра A_1A_2 ;
- 2) Уравнение плоскости P , которая проходит через точки A_1, A_2, A_3 и площадь S грани A_1, A_2, A_3 ;
- 3) Уравнение высоты H , опущенной из вершины A_4 на грань $A_1A_2A_3$ и её длину h ;
- 4) Объем (V) пирамиды $A_1A_2A_3A_4$;
- 5) Угол α между ребрами A_1A_2 и A_1A_4 ;
- 6) Угол β между ребром A_1A_4 и гранью $A_1A_2A_3$. Сделать рисунок.

$$A_1(1; 3; 6), A_2(2; 2; 1), A_3(-1; 0; 1); A_4(-4; 6; -3)$$

7. Установить тип кривой II порядка l и найти все её характеристики:

- для окружности – координаты центра и радиус;
- для эллипса – координаты центра, полуоси, эксцентриситет, уравнения директрис;
- для гиперболы – координаты центра, действительную и мнимую полуоси, координаты фокусов, эксцентриситет, уравнения директрис, асимптот;
- для параболы – параметр параболы, координаты вершин, координаты фокуса, уравнения директрис.

Построить графики кривых.

$$l: 9x^2 + 4y^2 + 6x - 4y - 2 = 0$$

8. Найти предел функции не пользуясь правилом Лопиталя.

$$a) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1-2x}{3x-2}; \quad б) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{3x}; \quad в) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos x}{5x^2}; \quad г) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax+3}{e^x-2};$$

9. Найти производные функций:

$$a) y = 2\sqrt{4x+3} - \frac{3}{\sqrt{x^3+x+1}} \quad б) y = (e^{\cos x} + 3)^2$$

$$в) y = \ln \sin(2x+5) \quad г) y = x^{x^x} \quad д) \operatorname{tg} \frac{y}{x} = 5x$$

10. Исследовать методами дифференциального исчисления функцию и построить ее график.

$$y = \frac{4x}{x^2+4}$$

11. Требуется изготовить из жести ведро без крышки данного объема V цилиндрической форм. Каковы должны быть высота цилиндра и радиус его основания, чтобы на изготовление ведра ушло наименьшее количество материала?

Вариант 12

1. Вычислить определитель четвертого порядка.

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 0 \\ -1 & -2 & 0 & 4 \\ 2 & 5 & 6 & 1 \\ 1 & 3 & 5 & 2 \end{vmatrix}$$

2. Решить систему тремя методами:

- 1) матричным методом;
- 2) по формулам Крамера;
- 3) методом Гаусса.

$$\begin{cases} 4x_1 + 4x_2 + 3x_3 = 5 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 7 \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 = -4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 = 7 \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 = -4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - x_3 = -4 \end{cases}$$

3. Исследовать систему на совместимость и найти её общее решение методом Жордана-Гаусса.

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 + 5x_4 = -2 \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 + 4x_4 = 1 \\ 4x_1 + 6x_2 + 3x_3 + 7x_4 = 1 \\ 5x_1 + 2x_2 + x_3 + 4x_4 = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 + 2x_3 + 4x_4 = 1 \\ 4x_1 + 6x_2 + 3x_3 + 7x_4 = 1 \\ 5x_1 + 2x_2 + x_3 + 4x_4 = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x_1 + 6x_2 + 3x_3 + 7x_4 = 1 \\ 5x_1 + 2x_2 + x_3 + 4x_4 = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5x_1 + 2x_2 + x_3 + 4x_4 = 4 \end{cases}$$

4. Проверить, что векторы $\bar{p}, \bar{q}, \bar{r}$ образуют базис. Написать разложение вектора $\bar{x}$ в этом базисе.

$$\bar{x} \{6; 12; -1\}, \bar{p} \{1; 3; 0\}, \bar{q} \{2; -1; 1\}, \bar{r} \{0; -1; 2\}$$

5. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\bar{a}$ и $\bar{b}$

$$\bar{a} = 3\bar{p} + \bar{q} \text{ и } \bar{b} = \bar{p} - 2\bar{q}, \text{ если } |\bar{p}| = 4, |\bar{q}| = 1, \frac{\bar{a} \cdot \bar{b}}{\bar{p} \cdot \bar{q}} = \frac{\rho}{4}$$

6. Заданы координаты вершин пирамиды $A_1 A_2 A_3 A_4$. Найти:

- 1) Уравнение прямой l , которая проходит через точки A_1 и A_2 и длину ребра $A_1 A_2$;
 - 2) Уравнение плоскости P , которая проходит через точки A_1, A_2, A_3 и площадь S грани A_1, A_2, A_3 ;
 - 3) Уравнение высоты H , опущенной из вершины A_4 на грань $A_1 A_2 A_3$ и её длину h ;
 - 4) Объем (V) пирамиды $A_1 A_2 A_3 A_4$;
 - 5) Угол α между ребрами $A_1 A_2$ и $A_1 A_4$;
 - 6) Угол β между ребром $A_1 A_4$ и гранью $A_1 A_2 A_3$. Сделать рисунок.
- $A_1 (-4; 2; 6), A_2 (2; -3; 0), A_3 (-10; 5; 8), A_4 (-5; 2; -4)$.

7. Установить тип кривой II порядка Γ и найти все её характеристики:

- для окружности – координаты центра и радиус;
- для эллипса – координаты центра, полуоси, эксцентриситет, уравнения директрис;
- для гиперболы – координаты центра, действительную и мнимую полуоси, координаты фокусов, эксцентриситет, уравнения директрис, асимптот;
- для параболы – параметр параболы, координаты вершин, координаты фокуса, уравнения директрис.

Построить графики кривых.

$$9x^2 - 16y^2 - 6x + 8y - 144 = 0$$

8. Найти предел функции не пользуясь правилом Лопиталя.

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 1}{2x^3 + 1} \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 7} \frac{\sqrt{2+x} - 3}{x - 7} \quad \text{в) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 3x}{5x} \quad \text{г) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^x - 1}{e^{2x} + 1}$$

9. Найти производные функций:

$$\text{а) } y = x^2 \sqrt{1 - x^2} \quad \text{б) } y = \frac{4 \sin x}{\cos^2 x} \quad \text{в) } y = \arctg e^{2x}$$

$$\text{г) } y = x^{\frac{1}{x}} \quad \text{д) } x - y + \arctg y = 0$$

10. Исследовать методами дифференциального исчисления функцию и построить ее график.

$$y = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$$

11. Равнобедренный треугольник, вписанный в окружность радиусом R , вращается вокруг прямой, проходящей через его вершину, параллельно основанию. Какова должна быть высота этого треугольника, чтобы тело, полученное в результате его вращения, имело наибольший объем.

Вариант 13

1. Вычислить определитель четвертого порядка.

$$\begin{vmatrix} 4 & 0 & 1 & 2 \\ 3 & -1 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & -1 & 1 \\ 2 & 4 & -3 & 3 \end{vmatrix}$$

2. Решить систему тремя методами:

- 1) матричным методом;
- 2) по формулам Крамера;
- 3) методом Гаусса.

$$\begin{cases} 3x_1 - x_2 - x_3 = 1 \\ x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 6 \\ 2x_1 - 4x_2 - x_3 = -3 \end{cases}$$

3. Исследовать систему на совместимость и найти её общее решение методом Жордана-Гаусса.

$$\begin{cases} 4x_1 - 2x_2 + 5x_3 + 2x_4 = 7 \\ 5x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 1 \\ x_1 + 3x_2 - x_3 + 2x_4 = 14 \\ 3x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 = -11 \end{cases}$$

4. Проверить, что векторы $\bar{p}, \bar{q}, \bar{r}$ образуют базис. Написать разложение вектора $\bar{x}$ в этом базисе.

$$\bar{x}\{1; -4; 4\}, \bar{p}\{2; 1; -1\}, \bar{q}\{0; 3; 2\}, \bar{r}\{1; -1; 1\}$$

5. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\bar{a}$ и $\bar{b}$

$$\bar{a} = \bar{p} - 3\bar{q} \text{ и } \bar{b} = \bar{p} + 2\bar{q}, \text{ если } |\bar{p}| = \frac{1}{5}, |\bar{q}| = 2, \frac{\bar{p} \times \bar{q}}{|\bar{p}||\bar{q}|} = \frac{\bar{p}}{2}.$$

6. Заданы координаты вершин пирамиды $A_1A_2A_3A_4$. Найти:

- 1) Уравнение прямой l , которая проходит через точки A_1 и A_2 и длину ребра A_1A_2 ;
 - 2) Уравнение плоскости P , которая проходит через точки A_1, A_2, A_3 и площадь S грани A_1, A_2, A_3 ;
 - 3) Уравнение высоты H , опущенной из вершины A_4 на грань $A_1A_2A_3$ и её длину h ;
 - 4) Объем (V) пирамиды $A_1A_2A_3A_4$;
 - 5) Угол α между ребрами A_1A_2 и A_1A_4 ;
 - 6) Угол β между ребром A_1A_4 и гранью $A_1A_2A_3$. Сделать рисунок.
- $A_1(7; 2; 4), A_2(1; -1; -2), A_3(3; 3; 1), A_4(-4; 2; 1).$

7. Установить тип кривой II порядка Γ и найти все её характеристики:

- для окружности – координаты центра и радиус;
- для эллипса – координаты центра, полуоси, эксцентриситет, уравнения директрис;
- для гиперболы – координаты центра, действительную и мнимую полуоси, координаты фокусов, эксцентриситет, уравнения директрис, асимптот;
- для параболы – параметр параболы, координаты вершин, координаты фокуса, уравнения директрис.

Построить графики кривых.

$$12x^2 - 12x - 32y - 29 = 0$$

8. Найти предел функции не пользуясь правилом Лопиталя.

а) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^3 + x^2 - 5}{x^3 + x - 2}$ б) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sqrt{x}}{x^2 - x}$ в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 - \cos 2x}}{x}$ г) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^{4x+1} - 1}{e^{4x} - 1}$

9. Найти производные функций:

а) $y = x \sqrt{\frac{1+x^2}{1-x}}$ б) $y = \frac{1}{\operatorname{tg}^2 2x}$ в) $y = \arcsin \sqrt{1-3x}$

г) $y = x^{\ln x}$ д) $y \sin x = \cos(x - y)$

10. Исследовать методами дифференциального исчисления функцию и построить ее график.

$$y = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1}$$

11. Прямоугольник вписан в эллипс с осями $2a$ и $2b$. Каковы должны быть стороны прямоугольника, чтобы площадь его была наибольшей?

Вариант 14

1. Вычислить определитель четвертого порядка.

$$\begin{vmatrix} -1 & -3 & 1 & 2 \\ 1 & -4 & 2 & 0 \\ 2 & -5 & 1 & -8 \\ 3 & -1 & 1 & -1 \end{vmatrix}$$

2. Решить систему тремя методами:

- 1) матричным методом;
- 2) по формулам Крамера;
- 3) методом Гаусса.

$$\begin{cases} 7x_1 - x_2 + x_3 = 7 \\ x_1 + x_2 - x_3 = 1 \\ 2x_1 - 2x_2 - x_3 = 2 \end{cases}$$

3. Исследовать систему на совместимость и найти её общее решение методом Жордана-Гаусса.

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 7 \\ x_1 + 2x_3 + 2x_4 = 5 \\ 4x_1 + x_2 - x_3 = 14 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 = 1 \end{cases}$$

4. Проверить, что векторы $\bar{p}, \bar{q}, \bar{r}$ образуют базис. Написать разложение вектора $\bar{x}$ в этом базисе.

$$\bar{x} \{-9; 5; 5\}, \bar{p} \{4; 1; 1\}, \bar{q} \{2; 0; 3\}, \bar{r} \{-1; 2; 1\}$$

5. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\bar{a}$ и $\bar{b}$

$$\bar{a} = 3\bar{p} - 2\bar{q} \text{ и } \bar{b} = \bar{p} + 5\bar{q}, \text{ если } |\bar{p}| = 4, |\bar{q}| = \frac{1}{2}, \frac{\bar{a} \cdot \bar{b}}{\bar{p} \cdot \bar{q}} = \frac{5\bar{p}}{6}.$$

6. Заданы координаты вершин пирамиды $A_1 A_2 A_3 A_4$. Найти:

- 1) Уравнение прямой l , которая проходит через точки A_1 и A_2 и длину ребра $A_1 A_2$;
 - 2) Уравнение плоскости P , которая проходит через точки A_1, A_2, A_3 и площадь S грани A_1, A_2, A_3 ;
 - 3) Уравнение высоты H , опущенной из вершины A_4 на грань $A_1 A_2 A_3$ и её длину h ;
 - 4) Объем (V) пирамиды $A_1 A_2 A_3 A_4$;
 - 5) Угол a между ребрами $A_1 A_2$ и $A_1 A_4$;
 - 6) Угол b между ребром $A_1 A_4$ и гранью $A_1 A_2 A_3$. Сделать рисунок.
- $A_1 (2; 1; 4), A_2 (-1; 5; -2), A_3 (-7; -3; 2), A_4 (-6; -3; 6).$

7. Установить тип кривой II порядка l и найти все её характеристики:

- для окружности – координаты центра и радиус;
- для эллипса – координаты центра, полуоси, эксцентриситет, уравнения директрис;
- для гиперболы – координаты центра, действительную и мнимую полуоси, координаты фокусов, эксцентриситет, уравнения директрис, асимптот;
- для параболы – параметр параболы, координаты вершин, координаты фокуса, уравнения директрис.

Построить графики кривых.

$$16x^2 + 25y^2 + 32x - 100y - 284 = 0$$

8. Найти предел функции не пользуясь правилом Лопиталя.

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^4 + x^2 - 6}{2x^4 - x + 2} \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{1+3x} - 1} \quad \text{в) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{5x}{\arctg x} \quad \text{г) } \lim_{x \rightarrow 0} (1+2x)^{\frac{1}{x}}$$

9. Найти производные функций:

$$\text{а) } y = \frac{3+6x}{\sqrt{3-4x+5x^2}} \quad \text{б) } y = \sin x - \cos x \quad \text{в) } y = x^m \ln x$$

$$\text{г) } y = x^{-\lg x} \quad \text{д) } \frac{y}{x} = \arctg \frac{x}{y}$$

10. Исследовать методами дифференциального исчисления функцию и построить ее график.

$$y = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1}$$

11. Найти радиус основания и высоту цилиндра наибольшего объема, который можно вписать в шар радиусом R .

Вариант 15

1. Вычислить определитель четвертого порядка.

$$\begin{vmatrix} 2 & 0 & 4 & 0 \\ 2 & 1 & 8 & 3 \\ -4 & 3 & -9 & 1 \\ 6 & 1 & 10 & 3 \end{vmatrix}$$

2. Решить систему тремя методами:

- 1) матричным методом;
- 2) по формулам Крамера;
- 3) методом Гаусса.

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 = -1 \\ 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = -1 \\ 3x_1 - x_2 - x_3 = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 0 \\ 7x_1 + 14x_2 + 20x_3 + 27x_4 = 0 \\ 5x_1 + 10x_2 + 16x_3 + 19x_4 = -2 \\ 3x_1 + 5x_2 + 6x_3 + 13x_4 = 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 0 \\ 7x_1 + 14x_2 + 20x_3 + 27x_4 = 0 \\ 5x_1 + 10x_2 + 16x_3 + 19x_4 = -2 \\ 3x_1 + 5x_2 + 6x_3 + 13x_4 = 5 \end{cases}$$

3. Исследовать систему на совместимость и найти её общее решение методом Жордана-Гаусса.

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 0 \\ 7x_1 + 14x_2 + 20x_3 + 27x_4 = 0 \\ 5x_1 + 10x_2 + 16x_3 + 19x_4 = -2 \\ 3x_1 + 5x_2 + 6x_3 + 13x_4 = 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 0 \\ 7x_1 + 14x_2 + 20x_3 + 27x_4 = 0 \\ 5x_1 + 10x_2 + 16x_3 + 19x_4 = -2 \\ 3x_1 + 5x_2 + 6x_3 + 13x_4 = 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 0 \\ 7x_1 + 14x_2 + 20x_3 + 27x_4 = 0 \\ 5x_1 + 10x_2 + 16x_3 + 19x_4 = -2 \\ 3x_1 + 5x_2 + 6x_3 + 13x_4 = 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 0 \\ 7x_1 + 14x_2 + 20x_3 + 27x_4 = 0 \\ 5x_1 + 10x_2 + 16x_3 + 19x_4 = -2 \\ 3x_1 + 5x_2 + 6x_3 + 13x_4 = 5 \end{cases}$$

4. Проверить, что векторы $\bar{p}, \bar{q}, \bar{r}$ образуют базис. Написать разложение вектора $\bar{x}$ в этом базисе.

$$\bar{x} = \{-5; -5; 5\}, \bar{p} = \{-2; 0; 1\}, \bar{q} = \{1; 3; -1\}, \bar{r} = \{0; 4; 1\}$$

5. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\bar{a}$ и $\bar{b}$

$$\bar{a} = \bar{p} - 2\bar{q} \text{ и } \bar{b} = 2\bar{p} + \bar{q}, \text{ если } |\bar{p}| = 2, |\bar{q}| = 3, \frac{\bar{a} \cdot \bar{b}}{|\bar{a}| |\bar{b}|} = \frac{3}{4}.$$

6. Заданы координаты вершин пирамиды $A_1 A_2 A_3 A_4$. Найти:

- 1) Уравнение прямой l , которая проходит через точки A_1 и A_2 и длину ребра $A_1 A_2$;
 - 2) Уравнение плоскости P , которая проходит через точки A_1, A_2, A_3 и площадь S грани $A_1 A_2 A_3$;
 - 3) Уравнение высоты H , опущенной из вершины A_4 на грань $A_1 A_2 A_3$ и её длину h ;
 - 4) Объем (V) пирамиды $A_1 A_2 A_3 A_4$;
 - 5) Угол α между ребрами $A_1 A_2$ и $A_1 A_4$;
 - 6) Угол β между ребром $A_1 A_4$ и гранью $A_1 A_2 A_3$. Сделать рисунок.
- $A_1 (-1; -5; 2), A_2 (-6; 0; -3), A_3 (3; 6; -3), A_4 (-10; 6; 7).$

7. Установить тип кривой II порядка l и найти все её характеристики:

- для окружности – координаты центра и радиус;
- для эллипса – координаты центра, полуоси, эксцентриситет, уравнения директрис;
- для гиперболы – координаты центра, действительную и мнимую полуоси, координаты фокусов, эксцентриситет, уравнения директрис, асимптот;
- для параболы – параметр параболы, координаты вершин, координаты фокуса, уравнения директрис.

Построить графики кривых.

$$9x^2 - 16y^2 + 90x - 32y - 367 = 0$$

8. Найти предел функции не пользуясь правилом Лопиталя.

$$\begin{array}{ll} \text{а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + 6x - 5}{5x^2 - x - 1} & \text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{1 - x^2}}{x^2} \\ \text{в) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \cos^3 x}{x^2} & \text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} x[\ln(x+1) - \ln x] \end{array}$$

9. Найти производные функций:

$$\begin{array}{lll} \text{а) } y = \frac{x}{\sqrt{a^2 - x^2}} & \text{б) } y = \frac{\sin^2 x}{2 + 3\cos^2 x} & \text{в) } y = \frac{x}{x+1} \ln x \\ \text{г) } y = (\arctg x)^{\ln x} & \text{д) } (e^x - 1)(e^y - 1) - 1 = 0 & \end{array}$$

10. Исследовать методами дифференциального исчисления функцию и построить ее график.

$$y = \frac{x^3}{x^2 + 1}$$

11. Найти радиус основания и высоту цилиндра наибольшего объема, который можно вписать в шар радиусом R.

Вариант 16

1. Вычислить определитель четвертого порядка.

$$\begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 & -1 \\ 2 & 0 & 3 & 1 \\ -1 & 1 & 0 & 2 \\ 3 & 2 & 1 & -1 \end{vmatrix}$$

2. Решить систему тремя методами:

- 1) матричным методом;
- 2) по формулам Крамера;
- 3) методом Гаусса.

$$\begin{cases} 4x_1 - x_2 - 3x_3 = 5 \\ x_1 + 2x_2 - 2x_3 = 0 \\ 3x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 10 \end{cases}$$

3. Исследовать систему на совместимость и найти её общее решение методом Жордана-Гаусса.

$$\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 + 5x_4 = 10 \\ 2x_1 + 3x_2 + 5x_3 - 4x_4 = -2 \\ 4x_1 + 5x_2 - 4x_3 - 3x_4 = -7 \\ 5x_1 + 3x_2 + 2x_3 - 5x_4 = -1 \end{cases}$$

4. Проверить, что векторы $\vec{p}, \vec{q}, \vec{r}$ образуют базис. Написать разложение вектора $\vec{x}$ в этом базисе.

$$\overline{X}\{13;2;7\}, \overline{p}\{5;1;0\}, \overline{q}\{2;-1;3\}, \overline{r}\{1;0;-1\}$$

5. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\overline{a}$ и $\overline{b}$

$$\overline{a} = \overline{p} + 3\overline{q} \text{ и } \overline{b} = \overline{p} - 2\overline{q}, \text{ если } |\overline{p}| = 2, |\overline{q}| = 3, \overline{p} \perp \overline{q}.$$

6. Заданы координаты вершин пирамиды $A_1 A_2 A_3 A_4$. Найти:

- 1) Уравнение прямой l , которая проходит через точки A_1 и A_2 и длину ребра $A_1 A_2$;
 - 2) Уравнение плоскости P , которая проходит через точки A_1, A_2, A_3 и площадь S грани A_1, A_2, A_3 ;
 - 3) Уравнение высоты H , опущенной из вершины A_4 на грань $A_1 A_2 A_3$ и её длину h ;
 - 4) Объем (V) пирамиды $A_1 A_2 A_3 A_4$;
 - 5) Угол α между ребрами $A_1 A_2$ и $A_1 A_4$;
 - 6) Угол β между ребром $A_1 A_4$ и гранью $A_1 A_2 A_3$. Сделать рисунок.
- $A_1 (0; -1; -1), A_2 (-2; 3; 5), A_3 (1; -5; -9), A_4 (-1; -6; 3)$.

7. Установить тип кривой II порядка l и найти все её характеристики:

- для окружности – координаты центра и радиус;
- для эллипса – координаты центра, полуоси, эксцентриситет, уравнения директрис;
- для гиперболы – координаты центра, действительную и мнимую полуоси, координаты фокусов, эксцентриситет, уравнения директрис, асимптот;
- для параболы – параметр параболы, координаты вершин, координаты фокуса, уравнения директрис.

Построить графики кривых.

$$9y^2 - 7y - 16 = 8x$$

8. Найти предел функции не пользуясь правилом Лопиталя.

$$\begin{array}{ll} \text{а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3 + x + 5x^4}{x^4 - 12x + 1} & \text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+3x} - \sqrt{1-2x}}{x + x^2} \\ \text{в) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 \operatorname{ctg} 2x}{\sin 3x} & \text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} (2x + 1) [\ln(x + 3) - \ln x] \end{array}$$

9. Найти производные функций:

$$\begin{array}{lll} \text{а) } y = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}} + 5\sqrt{x^3 + 1} & \text{б) } y = 2\operatorname{tg}^3(x^2 + 1) & \text{в) } y = 3^{\operatorname{arctg} x^3} \\ \text{г) } y = (\operatorname{arctg} x)^x & \text{д) } y^2 x = e^{\frac{y}{x}} \end{array}$$

10. Исследовать методами дифференциального исчисления функцию и построить её график.

$$y = \frac{4x^3 + 5}{x}$$

11. При каких линейных измерениях закрытая цилиндрическая банка данной вместимости V будет иметь наименьшую полную поверхность?

Вариант 17

1. Вычислить определитель четвертого порядка.

$$\begin{vmatrix} 3 & 1 & -3 & 4 \\ 1 & 1 & -1 & 2 \\ -1 & 2 & 2 & 0 \\ 0 & 3 & 1 & 2 \end{vmatrix}$$

2. Решить систему тремя методами:

- 1) матричным методом;
- 2) по формулам Крамера;
- 3) методом Гаусса.

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - 2x_3 = -1 \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 3 \\ 4x_1 + 2x_2 - x_3 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 3 \\ 4x_1 + 2x_2 - x_3 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x_1 + 2x_2 - x_3 = 0 \end{cases}$$

3. Исследовать систему на совместимость и найти её общее решение методом Жордана-Гаусса.

$$\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 = -1 \\ x_1 + 3x_2 - x_3 + 2x_4 = 14 \\ 5x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 1 \\ 4x_1 - 2x_2 + 5x_3 + 2x_4 = 7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 - x_3 + 2x_4 = 14 \\ 5x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 1 \\ 4x_1 - 2x_2 + 5x_3 + 2x_4 = 7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 1 \\ 4x_1 - 2x_2 + 5x_3 + 2x_4 = 7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x_1 - 2x_2 + 5x_3 + 2x_4 = 7 \end{cases}$$

4. Проверить, что векторы $\bar{p}, \bar{q}, \bar{r}$ образуют базис. Написать разложение вектора $\bar{x}$ в этом базисе.

$$\bar{x} = \{-19; 1; 7\}, \bar{p} = \{0; 1; 1\}, \bar{q} = \{-2; 0; 1\}, \bar{r} = \{3; 1; 0\}$$

5. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\bar{a}$ и $\bar{b}$

$$\bar{a} = 2\bar{p} - \bar{q} \text{ и } \bar{b} = \bar{p} + 3\bar{q}, \text{ если } |\bar{p}| = 3, |\bar{q}| = 2, \text{ то } S_{\text{параллелограмма}} = \frac{1}{2} |\bar{a} \times \bar{b}| = \frac{1}{2} |2\bar{p} - \bar{q} \times \bar{p} + 3\bar{p} - 3\bar{q}| = \frac{1}{2} |5\bar{p} - 4\bar{q}|$$

6. Заданы координаты вершин пирамиды $A_1A_2A_3A_4$. Найти:

- 1) Уравнение прямой l , которая проходит через точки A_1 и A_2 и длину ребра A_1A_2 ;
 - 2) Уравнение плоскости P , которая проходит через точки A_1, A_2, A_3 и площадь S грани A_1, A_2, A_3 ;
 - 3) Уравнение высоты H , опущенной из вершины A_4 на грань $A_1A_2A_3$ и её длину h ;
 - 4) Объем (V) пирамиды $A_1A_2A_3A_4$;
 - 5) Угол α между ребрами A_1A_2 и A_1A_4 ;
 - 6) Угол β между ребром A_1A_4 и гранью $A_1A_2A_3$. Сделать рисунок.
- $A_1(5; 2; 0), A_2(2; 5; 0), A_3(1; 2; 4), A_4(-1; 1; 1)$.

7. Установить тип кривой II порядка l и найти все её характеристики:

- для окружности – координаты центра и радиус;
- для эллипса – координаты центра, полуоси, эксцентриситет, уравнения директрис;
- для гиперболы – координаты центра, действительную и мнимую полуоси, координаты фокусов, эксцентриситет, уравнения директрис, асимптот;

- для параболы – параметр параболы, координаты вершин, координаты фокуса, уравнения директрис.

Построить графики кривых.

$$4x^2 + 3y^2 - 18x + 12y - 32 = 0$$

8. Найти предел функции не пользуясь правилом Лопиталя.

$$\begin{array}{ll} \text{а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x - 2x^2 + 5x^4}{2 + 3x^2 + x^4} & \text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 + 3x^2} - 1}{x^2 + x^3} \\ \text{в) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 6x}{1 - \cos 2x} & \text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} (x - 5)[\ln(x - 3) - \ln x] \end{array}$$

9. Найти производные функций:

$$\begin{array}{lll} \text{а) } y = \sqrt[3]{\frac{1+x^2}{1-x^2}} & \text{б) } y = \frac{1}{2} \operatorname{tg}^2 x + \ln \cos x & \text{в) } y = \operatorname{arctg} \frac{x}{1 + \sqrt{1-x^2}} \\ \text{г) } y = (x + x^2)^x & \text{д) } x^3 + y^3 - 3axy = 0 \end{array}$$

10. Исследовать методами дифференциального исчисления функцию и построить ее график.

$$y = \frac{x^2 - 5}{x - 3}$$

11. Окно имеет форму прямоугольника, заверщенного полукругом. Периметр окна равен a . При каких размерах сторон прямоугольника окно будет пропускать наибольшее количество света.

Вариант 18

1. Вычислить определитель четвертого порядка.

$$\begin{vmatrix} -1 & 2 & 3 & 0 \\ 1 & -3 & -2 & 1 \\ 2 & -3 & -5 & 2 \\ 3 & 1 & -7 & 3 \end{vmatrix}$$

2. Решить систему тремя методами:

- 1) матричным методом;
- 2) по формулам Крамера;
- 3) методом Гаусса.

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 = 3 \\ 2x_1 + x_2 - 3x_3 = 0 \\ x_1 - 2x_2 - x_3 = 5 \end{cases}$$

3. Исследовать систему на совместимость и найти её общее решение методом Жордана-Гаусса.

$$\begin{cases} 5x_1 + 2x_2 + x_3 + 4x_4 = 4 \\ 4x_1 + 6x_2 - 3x_3 + 7x_4 = 1 \\ 3x_1 + x_2 + x_3 + 4x_4 = 1 \\ 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 + 5x_4 = -2 \end{cases}$$

4. Проверить, что векторы $\bar{p}, \bar{q}, \bar{r}$ образуют базис. Написать разложение вектора $\bar{h}$ в этом базисе.

$$\bar{X}\{3; -3; 4\}, \bar{p}\{1; 0; 2\}, \bar{q}\{0; 1; 1\}, \bar{r}\{2; -1; 4\}$$

5. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\bar{a}$ и $\bar{b}$

$$\bar{a} = 4\bar{p} + \bar{q} \text{ и } \bar{b} = \bar{p} - \bar{q}, \text{ если } |\bar{p}| = 7, |\bar{q}| = 2, \text{ где } \bar{p} \perp \bar{q}.$$

6. Заданы координаты вершин пирамиды $A_1 A_2 A_3 A_4$. Найти:

- 1) Уравнение прямой l , которая проходит через точки A_1 и A_2 и длину ребра $A_1 A_2$;
 - 2) Уравнение плоскости P , которая проходит через точки A_1, A_2, A_3 и площадь S грани A_1, A_2, A_3 ;
 - 3) Уравнение высоты H , опущенной из вершины A_4 на грань $A_1 A_2 A_3$ и её длину h ;
 - 4) Объем (V) пирамиды $A_1 A_2 A_3 A_4$;
 - 5) Угол α между ребрами $A_1 A_2$ и $A_1 A_4$;
 - 6) Угол β между ребром $A_1 A_4$ и гранью $A_1 A_2 A_3$. Сделать рисунок.
- $A_1(2; -1; -2), A_2(1; 2; 1), A_3(5; 0; -6), A_4(-10; 9; -7)$.

7. Установить тип кривой II порядка l и найти все её характеристики:

- для окружности – координаты центра и радиус;
- для эллипса – координаты центра, полуоси, эксцентриситет, уравнения директрис;
- для гиперболы – координаты центра, действительную и мнимую полуоси, координаты фокусов, эксцентриситет, уравнения директрис, асимптот;
- для параболы – параметр параболы, координаты вершин, координаты фокуса, уравнения директрис.

Построить графики кривых.

$$16x^2 - 9y^2 - 64x - 18y + 199 = 0$$

8. Найти предел функции не пользуясь правилом Лопиталя.

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow -5} \frac{5x^2 - 3x + 1}{3x^2 + x - 5} \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{2x-1} - \sqrt{5}}{x-3}$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan^2 \frac{x}{2}}{x^2} \quad \text{г) } \lim_{x \rightarrow 1} (7 - 6x)^{\frac{1}{3x-3}}$$

9. Найти производные функций:

$$\text{а) } y = 3\sqrt[3]{x^5 + 5x^4} - \frac{5}{x} \quad \text{б) } y = \ln \sqrt{\frac{1 - \sin x}{1 + \sin x}} \quad \text{в) } y = \arctg \frac{2}{\tan x}$$

$$\text{г) } y = (\sin x)^{\ln x} \quad \text{д) } x - y + a \sin y = 0$$

10. Исследовать методами дифференциального исчисления функцию и построить ее график.

$$y = \frac{x^4}{x^3 - 1}$$

11. Требуется изготовить из жести ведро без крышки данного объема V цилиндрической формы. Каковы должны быть высота цилиндра и радиус его основания, чтобы на изготовление ведра ушло наименьшее количество материала?

Вариант 19

1. Вычислить определитель четвертого порядка.

$$\begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 & -2 \\ 3 & -4 & 7 & -8 \\ -1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & -3 & 5 & -6 \end{vmatrix}$$

2. Решить систему тремя методами:

- 1) матричным методом;
- 2) по формулам Крамера;
- 3) методом Гаусса.

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 - x_3 = 8 \\ 3x_1 - x_2 + x_3 = 4 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x_1 - x_2 + x_3 = 4 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 = 4 \end{cases}$$

3. Исследовать систему на совместимость и найти её общее решение методом Жордана-Гаусса.

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 6 \\ 2x_1 - x_2 - 2x_3 - 3x_4 = 8 \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 = 4 \\ 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 + x_4 = -8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 - 2x_3 - 3x_4 = 8 \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 + x_4 = -8 \end{cases}$$

4. Проверить, что векторы $\bar{p}, \bar{q}, \bar{r}$ образуют базис. Написать разложение вектора $\bar{h}$ в этом базисе.

$$\bar{h}\{3;3;-1\}; \quad \bar{p}\{3;1;0\}; \quad \bar{q}\{-1;2;1\}; \quad \bar{r}\{-1;0;2\}$$

5. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\bar{a}$ и $\bar{b}$

$$\bar{a} = \bar{p} - 4\bar{q}, \quad \bar{b} = 3\bar{p} + \bar{q}, \quad |\bar{p}| = 1, \quad |\bar{q}| = 2 \quad (\hat{p}_1 \bar{q}) = \frac{\rho}{6}.$$

6. Заданы координаты вершин пирамиды $A_1 A_2 A_3 A_4$. Найти:

- 1) Уравнение прямой l , которая проходит через точки A_1 и A_2 и длину ребра $A_1 A_2$;
- 2) Уравнение плоскости P , которая проходит через точки A_1, A_2, A_3 и площадь S грани A_1, A_2, A_3 ;
- 3) Уравнение высоты H , опущенной из вершины A_4 на грань $A_1 A_2 A_3$ и её длину h ;
- 4) Объем (V) пирамиды $A_1 A_2 A_3 A_4$;
- 5) Угол α между ребрами $A_1 A_2$ и $A_1 A_4$;
- 6) Угол β между ребром $A_1 A_4$ и гранью $A_1 A_2 A_3$. Сделать рисунок.

$A_1(-2; 0; -4), A_2(-1; 7; 1), A_3(4; -8; -4), A_4(1; -4; 6)$.

7. Установить тип кривой II порядка Γ и найти все её характеристики:

- для окружности – координаты центра и радиус;
- для эллипса – координаты центра, полуоси, эксцентриситет, уравнения директрис;
- для гиперболы – координаты центра, действительную и мнимую полуоси, координаты фокусов, эксцентриситет, уравнения директрис, асимптот;
- для параболы – параметр параболы, координаты вершин, координаты фокуса, уравнения директрис.

Построить графики кривых.

$$x = 2y^2 - 12y + 14$$

8. Найти предел функции не пользуясь правилом Лопиталя.

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^4 - 2x^3 + 2}{x^4 + 3}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{1+3x} - \sqrt{2x+6}}{x^2 - 5x};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 4x}{2x \operatorname{tg} 2x}; \quad \text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x + 3}{x - 2}^{x+5};$$

9. Найти производные функций:

$$\text{а) } y = 5\sqrt{x^2 + x + \frac{1}{x}} \quad \text{б) } y = 2^x e^{-x} \quad \text{в) } y = \frac{\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$\text{г) } y = (\cos x)^x \quad \text{д) } \ln y = \operatorname{arctg} \frac{x}{y}$$

10. Исследовать методами дифференциального исчисления функцию и построить ее график.

$$y = \frac{4x^3}{x^3 - 1}$$

11. Требуется построить палатку данного объема V , имеющую форму прямого кругового конуса. Найти отношение высоты конуса к радиусу его основания, при котором на палатку уйдет наименьшее количество материала.

Вариант 20

1. Вычислить определитель четвертого порядка.

$$\begin{vmatrix} 3 & 0 & 1 & 0 \\ -3 & 1 & -1 & 3 \\ 6 & 2 & 1 & 5 \\ 9 & 4 & 2 & 1 \end{vmatrix}$$

2. Решить систему тремя методами:

- 1) матричным методом;
- 2) по формулам Крамера;
- 3) методом Гаусса.

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 6 \\ 4x_1 - 2x_2 - 2x_3 = 0 \\ 3x_1 + x_2 - 3x_3 = 1 \end{cases}$$

3. Исследовать систему на совместимость и найти её общее решение методом Жордана-Гаусса.

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 5 \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 1 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 = 1 \\ 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 = -5 \end{cases}$$

4. Проверить, что векторы $\bar{p}, \bar{q}, \bar{r}$ образуют базис. Написать разложение вектора $\bar{x}$ в этом базисе.

$$\bar{x} \{-1; 7; -4\}; \bar{p} \{-1; 2; 1\}; \bar{q} \{2; 0; 3\}; \bar{r} \{1; 1; -1\}$$

5. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\bar{a}$ и $\bar{b}$

$$\bar{a} = \bar{p} + 4\bar{q}, \quad \bar{b} = 2\bar{p} - \bar{q}, \quad |\bar{p}| = 7, \quad |\bar{q}| = 2 \quad (\hat{\bar{p}}\bar{q}) = \frac{\rho}{3}.$$

6. Заданы координаты вершин пирамиды $A_1A_2A_3A_4$. Найти:

- 1) Уравнение прямой l , которая проходит через точки A_1 и A_2 и длину ребра A_1A_2 ;
 - 2) Уравнение плоскости P , которая проходит через точки A_1, A_2, A_3 и площадь S грани A_1, A_2, A_3 ;
 - 3) Уравнение высоты H , опущенной из вершины A_4 на грань $A_1A_2A_3$ и её длину h ;
 - 4) Объем (V) пирамиды $A_1A_2A_3A_4$;
 - 5) Угол α между ребрами A_1A_2 и A_1A_4 ;
 - 6) Угол β между ребром A_1A_4 и гранью $A_1A_2A_3$. Сделать рисунок.
- $A_1(1; 4; 5), A_2(-5; -3; 2), A_3(-2; -6; -3), A_4(-2; 2; -1).$

7. Установить тип кривой II порядка l и найти все её характеристики:

- для окружности – координаты центра и радиус;
- для эллипса – координаты центра, полуоси, эксцентриситет, уравнения директрис;
- для гиперболы – координаты центра, действительную и мнимую полуоси, координаты фокусов, эксцентриситет, уравнения директрис, асимптот;
- для параболы – параметр параболы, координаты вершин, координаты фокуса, уравнения директрис.

Построить графики кривых.

$$4x^2 + 9y^2 - 4x + 6y - 2 = 0$$

8. Найти предел функции не пользуясь правилом Лопиталя

а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^5 - 3x^2 + 9}{2x^5 + 2x^2 + 5};$

б) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - 2}{\sqrt{2x} - 2};$

в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 3x}{5x};$

г) $\lim_{x \rightarrow \infty} (2x + 1)[\ln(2x - 1) - \ln 2x];$

9. Найти производные функций:

а) $y = \sqrt{x^2 + 1} + \sqrt[3]{x^3 + 1}$ б) $y = \frac{1}{3} \operatorname{tg}^3 x - \operatorname{tg} x + x$ в) $y = \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{3-x}{x-2}}$

г) $y = (\cos x)^{x^2}$ д) $x - y + e^y \arctg x = 0$

10. Исследовать методами дифференциального исчисления функцию и построить ее график.

$$y = \frac{2 - 4x^2}{1 - 4x^2}$$

11. На странице книги печатный текст (вместе с промежутками между строками) должен занимать 216 см^2 . Верхнее и нижнее поля по 3см, правое и левое – по 2см. Какие должны быть размеры страницы для того, чтобы ее площадь была наименьшей?

Индивидуальное задание 2.

Вариант 1

1. Найти неопределенные интегралы В примерах а) и б) каждого задания проверить результаты дифференцированием.

$$а) \int e^{\sin^2 x} \sin 2x dx \quad б) \int \arctg \sqrt{x} dx \quad в) \int \frac{dx}{x^3 + 8} \quad г) \int \frac{dx}{1 + \sqrt[3]{x+1}}$$

2. Вычислить приближенное значение определенного интеграла с помощью формулы Симпсона разбив отрезок на 10 частей. Все вычисления производить с округлением до третьего десятичного знака.

$$\int_{-2}^8 \sqrt{x^3 + 16} dx$$

3. Вычислить несобственный интеграл или доказать его расходимость

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{x^2 + 2x + 2}$$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной кривыми: $y = e^x$; $y = e^{-x}$ и прямой $x = 1$.
5. Найти области определения данных функций и построить чертеж области

$$z = \sqrt{1 - x^2 - y^2}$$

6. Найти : 1) полный дифференциал dz ; 2) все частные производные второго порядка

$$z = \frac{\lg x}{y}$$

7. Данную функцию $z = f(x, y)$ исследовать на экстремум.

$$z = xy - x^2 - 2y^2 + x + 10y - 8$$

8. Найти частное решение дифференциального уравнения, удовлетворяющее указанным начальным условиям.

$$y' \cos^2 x + y = \tg x, \quad y(0) = -1.$$

9. Найти частное решение линейных неоднородных дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами, удовлетворяющее указанным начальным условиям.

$$y'' - 2y' - 8y = 16x^2 + 2, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 5.$$

10. Решить систему обыкновенных дифференциальных уравнений и выделить частные решения, удовлетворяющие указанным начальным условиям.

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 2x + y, \\ \frac{dy}{dt} = x + 2y. \end{cases} \quad x(0) = 1, \quad y(0) = 3.$$

Вариант 2

1. Найти неопределенные интегралы В примерах а) и б) каждого задания проверить результаты дифференцированием.

$$a) \int \frac{x dx}{(x^2 + 4)^6} \quad \hat{a}) \int x \ln(1 + 3e^x) dx \quad \hat{a}) \int \frac{2x^2 - 3x + 1}{x^3 + 1} dx \quad \hat{a}) \int \frac{dx}{\sin x + \operatorname{tg} x}$$

2. Вычислить приближенное значение определенного интеграла с помощью формулы Симпсона разбив отрезок на 10 частей. Все вычисления производить с округлением до третьего десятичного знака.

$$\int_2^{12} \sqrt{x^3 + 9} dx$$

3. Вычислить несобственный интеграл или доказать его расходимость

$$\int_1^{\infty} \frac{\ln(x^2 + 1)}{x^2} dx$$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной параболой $y^2 = 3x$, $x^2 = 3y$.

5. Найти области определения данных функций и построить чертеж области

$$z = \sqrt{1 - x^2} + \sqrt{1 - y^2}$$

6. Найти : 1) полный дифференциал dz ; 2) все частные производные второго порядка

$$z = \arccos \frac{y}{x}$$

7. Данную функцию $z = f(x, y)$ исследовать на экстремум.

$$z = 3x^2 + 3xy + y^2 - 6x - 2y + 1$$

8. Найти частное решение дифференциального уравнения, удовлетворяющее указанным начальным условиям.

$$(1 + x^2)y' + y = \arctg x, \quad y(0) = 1.$$

9. Найти частное решение линейных неоднородных дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами, удовлетворяющее указанным начальным условиям.

$$y'' + 4y = 3 \cos x, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 2.$$

10. Решить систему обыкновенных дифференциальных уравнений и выделить частные решения, удовлетворяющие указанным начальным условиям.

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = x + 5y, \\ \frac{dy}{dt} = -x - 3y, \end{cases} \quad x(0) = 0, \quad y(0) = 1.$$

Вариант 3

1. Найти неопределенные интегралы В примерах а) и б) каждого задания проверить результаты дифференцированием.

$$a) \int \frac{x^3 dx}{\sqrt{1-x^8}} \quad б) \int x^3 dx \quad в) \int \frac{(3x-7)dx}{x^3+4x^2+4x+16} \quad г) \int \frac{dx}{\sqrt{x+3}+\sqrt[3]{(x+3)^2}}$$

2. Вычислить приближенное значение определенного интеграла с помощью формулы Симпсона разбив отрезок на 10 частей. Все вычисления производить с округлением до третьего десятичного знака.

$$\int_{-3}^7 \sqrt{x^3+32} dx$$

3. Вычислить несобственный интеграл или доказать его расходимость

$$\int_0^1 \frac{x^4 dx}{\sqrt{1-x^5}}$$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной параболой $x^2 = 4y$ и локном Аньези

$$y = \frac{8}{x^2+4}.$$

5. Найти области определения данных функций и построить чертеж области

$$z = \sqrt{x^2-4} + \sqrt{4-y^2}$$

6. Найти : 1) полный дифференциал dz ; 2) все частные производные второго порядка

$$z = x^{y^2}$$

7. Данную функцию $z = f(x, y)$ исследовать на экстремум.

$$z = 3xy - x^2 - 4y^2 + 4x - 6y - 1$$

8. Найти частное решение дифференциального уравнения, удовлетворяющее указанным начальным условиям.

$$y' \sqrt{1-x^2} + y = \arcsin x, \quad y(0) = -1.$$

9. Найти частное решение линейных неоднородных дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами, удовлетворяющее указанным начальным условиям.

$$y'' - y' - 2y = 3e^{2x}, \quad y(0) = 2, \quad y'(0) = 5.$$

10. Решить систему обыкновенных дифференциальных уравнений и выделить частные решения, удовлетворяющие указанным начальным условиям.

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 4x - y, \\ \frac{dy}{dt} = x + 2y, \end{cases} \quad x(0) = 0, \quad y(0) = 1.$$

Вариант 4

1. Найти неопределенные интегралы В примерах а) и б) каждого задания проверить результаты дифференцированием.

$$a) \int \frac{dx}{\cos^2 x (3 \operatorname{tg} x + 1)} \quad б) \int \frac{x \arcsin x}{\sqrt{1-x^2}} dx \quad в) \int \frac{dx}{x^3 + x^2 + 2x + 2} \quad г) \int \frac{x^2 + \sqrt{1+x}}{\sqrt[3]{1+x}} dx$$

2. Вычислить приближенное значение определенного интеграла с помощью формулы Симпсона разбив отрезок на 10 частей. Все вычисления производить с округлением до третьего десятичного знака.

$$\int_0^{10} \sqrt{x^3 + 5} dx$$

3. Вычислить несобственный интеграл или доказать его расходимость

$$\int_1^2 \frac{dx}{x \ln x}$$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной кривой $S = 4 \cos 2\theta$.
5. Найти области определения данных функций и построить чертеж области

$$z = \sqrt{y \sin x}$$

6. Найти : 1) полный дифференциал dz ; 2) все частные производные второго порядка

$$z = \ln \sqrt{x^2 + 4y}$$

7. Данную функцию $z = f(x, y)$ исследовать на экстремум.

$$z = 3x^2 + 3y^2 + 5xy + 4x + 7y + 5$$

8. Найти частное решение дифференциального уравнения, удовлетворяющее указанным начальным условиям.

$$y' + 2y \operatorname{tg} 2x = \sin 4x, \quad y(0) = 0.$$

9. Найти частное решение линейных неоднородных дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами, удовлетворяющее указанным начальным условиям.

$$y'' - 2y' = 2x + 1, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 1.$$

10. Решить систему обыкновенных дифференциальных уравнений и выделить частные решения, удовлетворяющие указанным начальным условиям.

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = x - y, \\ \frac{dy}{dt} = x + 3y, \end{cases} \quad x(0) = 0, \quad y(0) = 1.$$

Вариант 5.

1. Найти неопределенные интегралы В примерах а) и б) каждого задания проверить результаты дифференцированием.

$$a) \int \frac{\cos 3x \, dx}{4 + \sin 3x} \quad \hat{a}) \int x^2 e^{3x} \, dx \quad \hat{a}) \int \frac{x^2 \, dx}{x^3 + 5x^2 + 8x + 4} \quad \tilde{a}) \int \frac{\cos x \, dx}{1 + \cos x}$$

2. Вычислить приближенное значение определенного интеграла с помощью формулы Симпсона разбив отрезок на 10 частей. Все вычисления производить с округлением до третьего десятичного знака.

$$\int_{-1}^9 \sqrt{x^3 + 2} \, dx$$

3. Вычислить несобственный интеграл или доказать его расходимость

$$\int_4^{\infty} \frac{dx}{x \ln^3 x}$$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной трех лепестковой розой $S = 5 \sin 3\theta$.
5. Найти области определения данных функций и построить чертеж области

$$z = \sqrt{x \sin y}$$

6. Найти : 1) полный дифференциал dz ; 2) все частные производные второго порядка

$$z = \operatorname{arccotg} \frac{y}{x}$$

7. Данную функцию $z = f(x, y)$ исследовать на экстремум.

$$z = 3xy - x^2 - 3y^2 - 6x + 9y - 4$$

8. Найти частное решение дифференциального уравнения, удовлетворяющее указанным начальным условиям.

$$y' + y = -e^{2x} y^2, \quad y(0) = 1.$$

9. Найти частное решение линейных неоднородных дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами, удовлетворяющее указанным начальным условиям.

$$y'' - 2y' + y = 9e^{-2x} + 2x - 4, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 1.$$

10. Решить систему обыкновенных дифференциальных уравнений и выделить частные решения, удовлетворяющие указанным начальным условиям.

$$\begin{cases} \dot{x} = y + e^{3t}, \\ \dot{y} = x + 5e^{3t}, \end{cases} \quad x(0) = 2, \quad y(0) = 3.$$

Вариант 6.

1. Найти неопределенные интегралы В примерах а) и б) каждого задания проверить результаты дифференцированием.

$$a) \int \frac{\sin x \, dx}{\sqrt[3]{\cos^2 x}} \quad \acute{a}) \int x \arcsin \frac{1}{x} \, dx \quad \hat{a}) \int \frac{(x+3) \, dx}{x^3 + x^2 - 2x} \quad \tilde{a}) \int \frac{(\sqrt[4]{x} + 1) \, dx}{(\sqrt{x+4}) \sqrt[4]{x^3}}$$

2. Вычислить приближенное значение определенного интеграла с помощью формулы Симпсона разбив отрезок на 10 частей. Все вычисления производить с округлением до третьего десятичного знака.

$$\int_2^{12} \sqrt{x^3 + 4} \, dx$$

3. Вычислить несобственный интеграл или доказать его расходимость

$$\int_0^1 \frac{dx}{x^3 - 5x^2}$$

4. Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси OX одной полуволны синусоиды $y = \sin x$ ($0 \leq x \leq \pi$).
5. Найти области определения данных функций и построить чертеж области

$$z = \sqrt{\sin(x^2 + y^2)}$$

6. Найти : 1) полный дифференциал dz ; 2) все частные производные второго порядка

$$u = x^3 + y^4 + 2x^3y^4$$

7. Данную функцию $z = f(x, y)$ исследовать на экстремум.

$$z = x^2 + y^2 + 3xy - x - 4y + 1.$$

8. Найти частное решение дифференциального уравнения, удовлетворяющее указанным начальным условиям.

$$xy' - y = x^2 \cos x,$$

$$y(\pi/2) = \pi/2.$$

9. Найти частное решение линейных неоднородных дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами, удовлетворяющее указанным начальным условиям.

$$y'' - 4y = 4 \sin 2x,$$

$$y(0) = 2,$$

$$y'(0) = 7.$$

10. Решить систему обыкновенных дифференциальных уравнений и выделить частные решения, удовлетворяющие указанным начальным условиям.

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = y + t^2, \\ \frac{dy}{dt} = 4x + 2t, \end{cases}$$

$$x(0) = 2,$$

$$y(0) = 3.$$

Вариант 7

1. Найти неопределенные интегралы В примерах а) и б) каждого задания проверить результаты дифференцированием.

$$a) \int \frac{(x + \arctg x) dx}{1 + x^2} \quad \acute{a}) \int x \ln(x^2 + 1) \, dx \quad \hat{a}) \int \frac{(x^2 - 3) \, dx}{x^4 + 5x^2 + 6} \quad \tilde{a}) \int \frac{\sqrt{x+5} \, dx}{1 + \sqrt[3]{x+5}}$$

2. Вычислить приближенное значение определенного интеграла с помощью формулы Симпсона разбив отрезок на 10 частей. Все вычисления производить с округлением до третьего десятичного знака.

$$\int_1^{11} \sqrt{x^3 + 3} \, dx$$

3. Вычислить несобственный интеграл или доказать его расходимость

$$\int_1^{\infty} \frac{dx}{(1+x)\sqrt{x}}$$

4. Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси OX астроида $x = 4\sin^3 t$, $y = 4\cos^3 t$.

5. Найти области определения данных функций и построить чертеж области

$$z = \ln(x^2 + y^2)$$

6. Найти : 1) полный дифференциал dz ; 2) все частные производные второго порядка

$$u = xy^2z^3 + xy^{-2}z^{-3}$$

7. Данную функцию $z = f(x, y)$ исследовать на экстремум.

$$z = x^2 + y^2 - xy + x + y + 2$$

8. Найти частное решение дифференциального уравнения, удовлетворяющее указанным начальным условиям.

$$xy' + y = -x^2y^2, \quad y(1) = 1.$$

9. Найти частное решение линейных неоднородных дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами, удовлетворяющее указанным начальным условиям.

$$y'' + y' = 3\cos x - \sin x, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 1.$$

10. Решить систему обыкновенных дифференциальных уравнений и выделить частные решения, удовлетворяющие указанным начальным условиям.

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = x - 2y, \\ \frac{dy}{dt} = 3x + 6y, \end{cases} \quad x(0) = 1, \quad y(0) = -1.$$

Вариант 8

1. Найти неопределенные интегралы В примерах а) и б) каждого задания проверить результаты дифференцированием.

$$\text{а) } \int \frac{\arctg \sqrt{x}}{\sqrt{x}(1+x)} dx \quad \text{б) } \int x \sin x \cos x dx \quad \text{в) } \int \frac{x^2}{x^4 - 81} dx \quad \text{г) } \int \frac{dx}{3\cos x + 4\sin x}$$

2. Вычислить приближенное значение определенного интеграла с помощью формулы Симпсона разбив отрезок на 10 частей. Все вычисления производить с округлением до третьего десятичного знака.

$$\int_0^7 \sqrt{x^3 + 36} \, dx - 3$$

3. Вычислить несобственный интеграл или доказать его расходимость

$$\int_1^{\infty} \frac{x^2}{1+x^6} \, dx$$

4. Вычислить длину полукубической параболы $y = \sqrt{x^3}$ от точки $O(0; 0)$ до точки $A(5; 5\sqrt{5})$.

5. Найти области определения данных функций и построить чертеж области

$$z = \ln(x + y)$$

6. Найти : 1) полный дифференциал dz ; 2) все частные производные второго порядка

$$u = \cos(xy)$$

7. Данную функцию $z = f(x, y)$ исследовать на экстремум.

$$z = 3x^2 + 3y^2 + 5xy + x - y + 5$$

8. Найти частное решение дифференциального уравнения, удовлетворяющее указанным начальным условиям.

$$y' \sin x - y \cos x = 1, \quad y(\pi/2) = 0.$$

9. Найти частное решение линейных неоднородных дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами, удовлетворяющее указанным начальным условиям.

$$y'' - y' - 6y = 6x^2 - 4x - 3, \quad y(0) = 3, \quad y'(0) = 5.$$

10. Решить систему обыкновенных дифференциальных уравнений и выделить частные решения, удовлетворяющие указанным начальным условиям.

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = x - 3y, \\ \frac{dy}{dt} = x + 5y, \end{cases} \quad x(0) = 1, \quad y(0) = -1.$$

Вариант 9

1. Найти неопределенные интегралы В примерах а) и б) каждого задания проверить результаты дифференцированием.

$$a) \int \frac{\sin x \, dx}{\sqrt[3]{3+2\cos x}} \quad \hat{a}) \int x^2 \sin 4x \, dx \quad \hat{a}) \int \frac{(x^2 - x + 1)dx}{x^4 + 2x^2 - 3} \quad \hat{a}) \int \frac{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt[6]{x} + 1)}{\sqrt[3]{x^2}} dx$$

2. Вычислить приближенное значение определенного интеграла с помощью формулы Симпсона разбив отрезок на 10 частей. Все вычисления производить с округлением до третьего десятичного знака.

$$\int_{-2}^8 \sqrt{x^3 + 8} \, dx$$

3. Вычислить несобственный интеграл или доказать его расходимость

$$\int_2^3 \frac{x \, dx}{\sqrt{(x^2 - 4)^3}}$$

4. Вычислить длину дуги кривой $x = 8\sin t + 6\cos t$, $y = 6\sin t - 8\cos t$ от $t = 0$ до

$$t = \frac{\rho}{2}.$$

5. Найти области определения данных функций и построить чертеж области

$$z = \arcsin \frac{y}{x}$$

6. Найти : 1) полный дифференциал dz ; 2) все частные производные второго порядка

$$u = \sin(x + yz)$$

7. Данную функцию $z = f(x, y)$ исследовать на экстремум.

$$z = x^2 + 2xy - y^2 + 6x - 10y + 1$$

8. Найти частное решение дифференциального уравнения, удовлетворяющее указанным начальным условиям.

$$xy' + 2y = 3x^5y^2, \quad y(1) = -1.$$

9. Найти частное решение линейных неоднородных дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами, удовлетворяющее указанным начальным условиям.

$$y'' - 3y' = 3e^{3x}, \quad y(0) = 2, \quad y'(0) = 4.$$

10. Решить систему обыкновенных дифференциальных уравнений и выделить частные решения, удовлетворяющие указанным начальным условиям.

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 2x + y + \cos t, \\ \frac{dy}{dt} = -x + 3\sin t, \end{cases} \quad x(0) = 2, \quad y(0) = -4.$$

Вариант 10

1. Найти неопределенные интегралы В примерах а) и б) каждого задания проверить результаты дифференцированием.

$$a) \int \frac{(\sqrt[3]{4 + \ln x}) \, dx}{x} \quad \hat{a}) \int \ln^2 x \, dx \quad \hat{a}) \int \frac{(x^3 - 6) \, dx}{x^4 + 6x^2 + 8} \quad \tilde{a}) \int \frac{dx}{2\sin x + \cos x + 2}$$

2. Вычислить приближенное значение определенного интеграла с помощью формулы Симпсона разбив отрезок на 10 частей. Все вычисления производить с округлением до третьего десятичного знака.

$$\int_0^8 \sqrt{x^3 + 11} dx - 2$$

3. Вычислить несобственный интеграл или доказать его расходимость

$$\int_0^2 \frac{x^5 dx}{\sqrt{4 - x^2}}$$

4. Вычислить длину окружности $S = a \sin t$.
 5. Найти области определения данных функций и построить чертеж области

$$z = \arctg \frac{x-y}{1+x^2 y^2}$$

6. Найти : 1) полный дифференциал dz ; 2) все частные производные второго порядка
 $u = \arctg(y/x)$

7. Данную функцию $z = f(x, y)$ исследовать на экстремум.

$$z = 4 - 5x^2 - y^2 - 4xy - 4x - 2y$$

8. Найти частное решение дифференциального уравнения, удовлетворяющее указанным начальным условиям.

$$y' + 2xy = 3x^2 e^{-x^2}, \quad y(0) = 0.$$

9. Найти частное решение линейных неоднородных дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами, удовлетворяющее указанным начальным условиям.

$$y'' - 4y' + 5y = 5x - 4, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 3.$$

10. Решить систему обыкновенных дифференциальных уравнений и выделить частные решения, удовлетворяющие указанным начальным условиям.

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = y + e^t, \\ \frac{dy}{dt} = 4x + 2e^t, \end{cases} \quad x(0) = 0, \quad y(0) = 0.$$

Вариант 11

1. Найти неопределенные интегралы В примерах а) и б) каждого задания проверить результаты дифференцированием.

$$\text{а) } \int \frac{x dx}{\sqrt{1+x}} \quad \text{б) } \int \frac{\ln \ln x dx}{x} \quad \text{в) } \int \lg^5 x dx \quad \text{г) } \int \frac{dx}{x^3 + 1}$$

2. Вычислить приближенное значение определенного интеграла с помощью формулы Симпсона разбив отрезок на 10 частей. Все вычисления производить с округлением до третьего десятичного знака.

$$\int_0^{\rho} \sqrt{2 - \sin x} \, dx$$

3. Вычислить несобственный интеграл или доказать его расходимость

$$\int_0^{\infty} x e^{-x^2} \, dx$$

4. Найти координаты центра тяжести однородной плоской фигуры, ограниченной дугой

эллипса $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$, расположенной в I четверти и осями координат.

5. Найти области определения данных функций и построить чертеж области

$$z = x + \arccos y$$

6. Найти : 1) полный дифференциал dz ; 2) все частные производные второго порядка

$$u = (x^2 + y^2)^{0.5} \exp(x + y)$$

7. Данную функцию $z = f(x, y)$ исследовать на экстремум.

$$u = x^2 - 2xy + 4y^2$$

8. Найти частное решение дифференциального уравнения, удовлетворяющее указанным начальным условиям.

$$y' - y \cos x = \sin 2x, \quad y(0) = -1.$$

9. Найти частное решение линейных неоднородных дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами, удовлетворяющее указанным начальным условиям.

$$y'' + y' - 2y = \cos x - 3\sin x, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 2.$$

10. Решить систему обыкновенных дифференциальных уравнений и выделить частные решения, удовлетворяющие указанным начальным условиям.

$$\begin{cases} \dot{x} = 4x - 4y, \\ \dot{y} = -x + y, \end{cases} \quad x(0) = 2, \quad y(0) = 0.$$

Вариант 12

1. Найти неопределенные интегралы В примерах а) и б) каждого задания проверить результаты дифференцированием.

$$\text{а) } \int \frac{\sqrt[3]{1 + \sqrt{\ln x}}}{x} dx \quad \text{б) } \int \frac{1 + \operatorname{tg} x}{\sin 2x} dx \quad \text{в) } \int \sqrt{1 - 2x - x^2} dx; \quad \text{г) } \int \frac{dx}{x^3 - 8};$$

2. Вычислить приближенное значение определенного интеграла с помощью формулы Симпсона разбив отрезок на 10 частей. Все вычисления производить с округлением до третьего десятичного знака.

$$\int_0^1 \sqrt{2-x^3} dx$$

3. Вычислить несобственный интеграл или доказать его расходимость

$$\int_0^3 \frac{x dx}{(x^2+1)^2}$$

4. Найти координаты центра тяжести однородной плоской фигуры, ограниченной параболой $x^2 + 4y - 16 = 0$ и осью OX .

5. Найти области определения данных функций и построить чертеж области

$$z = \frac{1}{x^2+y^2}$$

6. Найти : 1) полный дифференциал dz ; 2) все частные производные второго порядка

$$u = x^{yz}$$

7. Данную функцию $z = f(x, y)$ исследовать на экстремум.

$$u = 3x^2y - x^3 - y^4$$

8. Найти частное решение дифференциального уравнения, удовлетворяющее указанным начальным условиям.

$$y' - \frac{y}{x} = -\frac{\ln x}{x}, \quad y(1) = 1.$$

9. Найти частное решение линейных неоднородных дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами, удовлетворяющее указанным начальным условиям.

$$y'' - 4y = (3x - 1)e^{-x}, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = -4.$$

10. Решить систему обыкновенных дифференциальных уравнений и выделить частные решения, удовлетворяющие указанным начальным условиям.

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 3x - y, \\ \frac{dy}{dt} = -4x + 3y, \end{cases} \quad x(0) = 1, \quad y(0) = -1.$$

Вариант 13

1. Найти неопределенные интегралы В примерах а) и б) каждого задания проверить результаты дифференцированием.

а) $\int \frac{\sqrt{e^x} dx}{\sqrt{e^x + e^{-x}}}$

б) $\int \frac{\sin x dx}{\cos^3 x - 1}$

в) $\int \operatorname{arctg} \sqrt{2x-1} dx$

г) $\int \frac{dx}{x^3 - 1}$

2. Вычислить приближенное значение определенного интеграла с помощью формулы Симпсона разбив отрезок на 10 частей. Все вычисления производить с округлением до третьего десятичного знака.

$$\int_0^1 \sqrt{5+x^3} dx$$

3. Вычислить несобственный интеграл или доказать его расходимость

$$\int_{-1}^{\infty} \frac{dx}{x^2 + x + 1}$$

4. Найти работу, необходимую для того, чтобы выкачать воду из полусферического сосуда, диаметр которого равен 20 м.

5. Найти области определения данных функций и построить чертеж области

$$z = \frac{1}{x-1} + \frac{1}{y}$$

6. Найти : 1) полный дифференциал dz ; 2) все частные производные второго порядка

$$u = \left(\frac{x}{y}\right)^z$$

7. Данную функцию $z = f(x, y)$ исследовать на экстремум.

$$u = x^2 - xy - y^2$$

8. Найти частное решение дифференциального уравнения, удовлетворяющее указанным начальным условиям.

$$y' - y \tan x = \sec x, \quad y(0) = 0.$$

9. Найти частное решение линейных неоднородных дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами, удовлетворяющее указанным начальным условиям.

$$y'' + y = 6 \sin 2x, \quad y(\pi) = -1, \quad y'(\pi) = -4.$$

10. Решить систему обыкновенных дифференциальных уравнений и выделить частные решения, удовлетворяющие указанным начальным условиям.

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = x + 4y, \\ \frac{dy}{dt} = x + y, \end{cases} \quad x(0) = 0, \quad y(0) = 2.$$

Вариант 14

1. Найти неопределенные интегралы В примерах а) и б) каждого задания проверить результаты дифференцированием.

$$\text{а) } \int \frac{\arctg x}{x^2} dx \quad \text{б) } \int \frac{dx}{1 + \sin^2 x} \quad \text{в) } \int \frac{dx}{(x-1)\sqrt{x^2-2}} \quad \text{г) } \int \frac{dx}{x^3 - 27}$$

2. Вычислить приближенное значение определенного интеграла с помощью формулы Симпсона разбив отрезок на 10 частей. Все вычисления производить с округлением до третьего десятичного знака.

$$\int_0^{\pi/2} \sqrt{1 - 0,1 \sin^2 x} \, dx$$

3. Вычислить несобственный интеграл или доказать его расходимость

$$\int_0^1 \frac{x^2 \, dx}{\sqrt{1-x^3}}$$

4. Найти работу, необходимую для того, чтобы выкачать воду из цилиндрической цистерны, имеющей радиус основания $2 \, \text{м}$ и высоту $3 \, \text{м}$.
5. Найти области определения данных функций и построить чертеж области

$$z = \sqrt{(2a^2 - x^2 - y^2)(x^2 + y^2 - a^2)}$$

6. Найти : 1) полный дифференциал dz ; 2) все частные производные второго порядка
- $$u = \exp(\sin(y/x))$$

7. Данную функцию $z = f(x, y)$ исследовать на экстремум.

$$u = x^2 - xy + y^2$$

8. Найти частное решение дифференциального уравнения, удовлетворяющее указанным начальным условиям.

$$y' - \frac{y}{x+1} = e^x \cdot (x+1), \quad y(0) = 1.$$

9. Найти частное решение линейных неоднородных дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами, удовлетворяющее указанным начальным условиям.

$$y'' - 5y' = 10x + 3, \quad y(0) = 2, \quad y'(0) = 4.$$

10. Решить систему обыкновенных дифференциальных уравнений и выделить частные решения, удовлетворяющие указанным начальным условиям.

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = x - 3y, \\ \frac{dy}{dt} = x + 5y, \end{cases} \quad x(0) = 3, \quad y(0) = 1.$$

Вариант 15

1. Найти неопределенные интегралы В примерах а) и б) каждого задания проверить результаты дифференцированием.

$$\text{а) } \int \frac{\arctg \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx \quad \text{б) } \int \frac{dx}{1 + tg} \quad \text{в) } \int \frac{dx}{\sqrt[4]{1+x^3}} \quad \text{г) } \int \frac{dx}{x^3 - 64}$$

2. Вычислить приближенное значение определенного интеграла с помощью формулы Симпсона разбив отрезок на 10 частей. Все вычисления производить с округлением до третьего десятичного знака.

$$\int_0^{\rho/2} \sqrt{2 + \sin x} \, dx$$

3. Вычислить несобственный интеграл или доказать его расходимость

$$\int_1^2 \frac{dx}{(x-1)^2}$$

4. Найти работу, необходимую для того, чтобы вытащить из воды конус, подвешенный так,

что вершина его находится на поверхности воды. Удельный вес конуса $\rho = 3 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$, радиус основания $R = 2 \text{ см}$, высота $H = 6 \text{ см}$.

5. Найти области определения данных функций и построить чертеж области

$$u = \sqrt{x} + \sqrt{y} + \sqrt{z}$$

6. Найти : 1) полный дифференциал dz ; 2) все частные производные второго порядка

$$u = z^{xy}$$

7. Данную функцию $z = f(x, y)$ исследовать на экстремум.

$$u = x^2 - 2xy + 2y^2 + 2x$$

8. Найти частное решение дифференциального уравнения, удовлетворяющее указанным начальным условиям.

$$y' - \frac{2xy}{1+x^2} = 1+x^2, \quad y(1) = 2.$$

9. Найти частное решение линейных неоднородных дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами, удовлетворяющее указанным начальным условиям.

$$y'' + y' - 2y = 4e^{2x} - 2x + 1, \quad y(0) = 3, \quad y'(0) = 5.$$

10. Решить систему обыкновенных дифференциальных уравнений и выделить частные решения, удовлетворяющие указанным начальным условиям.

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 4x + y, \\ \frac{dy}{dt} = 8x + 2y, \end{cases} \quad x(0) = -2, \quad y(0) = 0.$$

Вариант 16

1. Найти неопределенные интегралы В примерах а) и б) каждого задания проверить результаты дифференцированием.

$$\text{а) } \int \frac{\ln \cos x}{\sin^2 x} dx \quad \text{б) } \int \frac{1 + \sin 2x}{\sin^2 x} dx \quad \text{в) } \int \frac{dx}{x^4 \sqrt{1+x^3}} \quad \text{г) } \int \frac{dx}{x^3 + 64}$$

2. Вычислить приближенное значение определенного интеграла с помощью формулы Симпсона разбив отрезок на 10 частей. Все вычисления производить с округлением до третьего десятичного знака.

$$\int_0^1 \sqrt{1+2x^3} dx$$

3. Вычислить несобственный интеграл или доказать его расходимость

$$\int_{-2}^3 \frac{dx}{(x+3)^2}$$

4. Найти работу, необходимую для того, чтобы вытащить из воды шар радиусом $R = 3$ и удельным весом $g = 1$, погруженный в воду так, что он касается ее поверхности.

5. Найти области определения данных функций и построить чертеж области

$$u = \ln(xyz)$$

6. Дана функция $z = \arcsin \frac{x-y}{x+y}$. Показать, что $x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} = 0$.

7. Данную функцию $z = f(x, y)$ исследовать на экстремум.

$$u = x^2 + xy + y^2 - 2x - y$$

8. Найти частное решение дифференциального уравнения, удовлетворяющее указанным начальным условиям.

$$y'' + \frac{3y}{x} = \frac{2}{x^3}, \quad y(1) = 1.$$

9. Найти частное решение линейных неоднородных дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами, удовлетворяющее указанным начальным условиям.

$$y'' - 2y' = 6x^2 - 6x - 2, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 1.$$

10. Решить систему обыкновенных дифференциальных уравнений и выделить частные решения, удовлетворяющие указанным начальным условиям.

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 2x + y, \\ \frac{dy}{dt} = 9x + 2y, \end{cases} \quad x(0) = 1, \quad y(0) = 3.$$

Вариант 17

1. Найти неопределенные интегралы В примерах а) и б) каждого задания проверить результаты дифференцированием.

$$\text{а) } \int \frac{x^2 + x + 1}{x\sqrt{x^2 - x + 1}} dx \quad \text{б) } \int \frac{\cos^5 x}{\sin^3 x} dx \quad \text{в) } \int \frac{e^x dx}{e^x - 6e^x + 13} \quad \text{г) } \int \frac{dx}{x^3 + 27}$$

2. Вычислить приближенное значение определенного интеграла с помощью формулы Симпсона разбив отрезок на 10 частей. Все вычисления производить с округлением до третьего десятичного знака.

$$\int_0^1 \sqrt[3]{4-3x^2} dx$$

3. Вычислить несобственный интеграл или доказать его расходимость

$$\int_2^{\infty} \frac{dx}{x \ln x}$$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной координатой $r = 3(1 + \cos j)$.
 5. Найти области определения данных функций и построить чертеж области

$$z = \sqrt{1 - x^2 - y^2 - z^2}$$

6. Дана функция $z = e^{x/y}$. Показать, что $y \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \frac{\partial z}{\partial y} - \frac{\partial z}{\partial x}$.

7. Данную функцию $z = f(x, y)$ исследовать на экстремум.

$$u = (x-1)^2 + 2y^2$$

8. Найти частное решение дифференциального уравнения, удовлетворяющее указанным начальным условиям.

$$y' - \frac{y}{x+1} = e^x (x+1), \quad y(0) = 1.$$

9. Найти частное решение линейных неоднородных дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами, удовлетворяющее указанным начальным условиям.

$$y'' - 4y' + 3y = 8e^{5x}, \quad y(0) = 3, \quad y'(0) = 7.$$

10. Решить систему обыкновенных дифференциальных уравнений и выделить частные решения, удовлетворяющие указанным начальным условиям.

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 5x + 8y, \\ \frac{dy}{dt} = 3x + 3y, \end{cases} \quad x(0) = -1, \quad y(0) = 1.$$

Вариант 18

1. Найти неопределенные интегралы В примерах а) и б) каждого задания проверить результаты дифференцированием.

$$\text{а) } \int x^2 \ln \sqrt{1-x} dx \quad \text{б) } \int \cos 2x \sin^2 x dx \quad \text{в) } \int \sqrt{\frac{2+3x}{x-3}} dx \quad \text{г) } \int \frac{dx}{x^3 + 8}$$

2. Вычислить приближенное значение определенного интеграла с помощью формулы Симпсона разбив отрезок на 10 частей. Все вычисления производить с округлением до третьего десятичного знака.

$$\int_0^{\rho} \frac{\sin x}{x+1} dx$$

3. Вычислить несобственный интеграл или доказать его расходимость

$$\int_0^3 \frac{dx}{(x-2)^2}$$

4. Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси фигуры, ограниченной полуэллипсом $y = 3\sqrt{1-x^2}$, параболой $x = \sqrt{1-y}$ и осью Oy .

5. Найти области определения данных функций и построить чертеж области

$$z = \frac{1}{\sqrt{R^2 - x^2 - y^2 - z^2}}$$

6. Дана функция $z = \frac{xy}{x+y}$. Показать, что $x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} = z$.

7. Данную функцию $z = f(x, y)$ исследовать на экстремум.

$$u = x^3 - 2xy + y^3 - x^2 - y^2$$

8. Найти частное решение дифференциального уравнения, удовлетворяющее указанным начальным условиям.

$$y' - \frac{y}{x} = -\frac{2}{x^3}, \quad y(1) = 1.$$

9. Найти частное решение линейных неоднородных дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами, удовлетворяющее указанным начальным условиям.

$$y'' + 16y = 7 \cos 3x, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 4.$$

10. Решить систему обыкновенных дифференциальных уравнений и выделить частные решения, удовлетворяющие указанным начальным условиям.

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 3x + y, \\ \frac{dy}{dt} = 8x + y, \end{cases} \quad x(0) = -2, \quad y(0) = 3.$$

Вариант 19

1. Найти неопределенные интегралы В примерах а) и б) каждого задания проверить результаты дифференцированием.

$$\text{а) } \int \sqrt{e^x + 1} dx \quad \text{б) } \int \frac{dx}{x \sqrt{x^2 - 1}} \quad \text{в) } \int \cos x \cos^2 3x dx \quad \text{г) } \int \frac{dx}{x^3 - 125}$$

2. Вычислить приближенное значение определенного интеграла с помощью формулы Симпсона разбив отрезок на 10 частей. Все вычисления производить с округлением до третьего десятичного знака.

$$\int_0^1 \sqrt{4-x^3} dx$$

3. Вычислить несобственный интеграл или доказать его расходимость

$$\int_0^4 \frac{dx}{\sqrt[3]{(x-3)^2}}$$

4. Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси Oy фигуры, ограниченной

кривыми $y = \frac{2}{1+x^2}$ и $y = x^2$.

5. Найти области определения данных функций и построить чертеж области

$$z = \sqrt{x+y} + \sqrt{x-y}$$

6. Дана функция $z = x \ln \frac{y}{x}$. Показать, что $x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} = z$.

7. Данную функцию $z = f(x, y)$ исследовать на экстремум.

$$u = x^3 - 2y^3 - 3x + 6y$$

8. Найти частное решение дифференциального уравнения, удовлетворяющее указанным начальным условиям.

$$y' - y \cos x = \sin 2x, \quad y(0) = -1.$$

9. Найти частное решение линейных неоднородных дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами, удовлетворяющее указанным начальным условиям.

$$y'' + 6y' + 9y = 2e^{-3x}, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = -3.$$

10. Решить систему обыкновенных дифференциальных уравнений и выделить частные решения, удовлетворяющие указанным начальным условиям.

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 4x + 6y, \\ \frac{dy}{dt} = 4x + 2y, \end{cases} \quad x(0) = -3, \quad y(0) = 1.$$

Вариант 20

1. Найти неопределенные интегралы В примерах а) и б) каждого задания проверить результаты дифференцированием.

а) $\int \sqrt{x-4x^2} dx$ б) $\int \arcsin \sqrt{x} dx$ в) $\int \frac{dx}{\sin x + \cos x}$ г) $\int \frac{dx}{x^3 + 125}$

2. Вычислить приближенное значение определенного интеграла с помощью формулы Симпсона разбив отрезок на 10 частей. Все вычисления производить с округлением до третьего десятичного знака.

$$\int_0^p \sqrt{2 - \cos x} \, dx$$

3. Вычислить несобственный интеграл или доказать его расходимость

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{x^2 + 4x + 5}$$

4. Вычислить длину одной арки циклоиды $x = 3(t - \sin t)$ $y = 3(1 - \cos t)$ ($0 \leq t \leq 2\pi$)
5. Найти области определения данных функций и построить чертеж области

$$z = \ln(y^2 - 4x + 8)$$

6. Дана функция $z = \frac{y^2}{\sqrt{xy}}$. Показать, что $x^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - y^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$.

7. Данную функцию $z = f(x, y)$ исследовать на экстремум.

$$u = x^3 - 2x^2y^2 + y^4$$

8. Найти частное решение дифференциального уравнения, удовлетворяющее указанным начальным условиям.

$$y'' - 4xy = -4x^3, \quad y(0) = -0,5.$$

9. Найти частное решение линейных неоднородных дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами, удовлетворяющее указанным начальным условиям.

$$y'' + 2y' + y = -2 \sin x + x + 2, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 2.$$

10. Решить систему обыкновенных дифференциальных уравнений и выделить частные решения, удовлетворяющие указанным начальным условиям.

Оценочные средства для промежуточной аттестации (экзамен)

Теоретические вопросы

Перечень вопросов к зачету по дисциплине «Высшая математика»

1. Определители 2-го и 3-го порядков, их вычисление и свойства.
2. Минор, алгебраическое дополнение элемента. Вычисление определителя разложением по элементам ряда. Понятие об определителях произвольного порядка.
3. Понятие матрицы. Виды матриц. Линейные операции над матрицами. Умножение матриц.
4. Матрица, обратная данной. Алгоритм её нахождения.
5. Понятие о системах m линейных алгебраических уравнений с n неизвестными. Общая схема исследования.
6. Понятие о ранге матрицы. Методы его вычисления. Условие совместности СЛАУ.
7. Решение системы линейных алгебраических уравнений с помощью формул Крамера.
8. Решение системы линейных алгебраических уравнений средствами матричного исчисления.
9. Элементарные преобразования. Метод Гаусса решения СЛАУ.
10. Основные и свободные неизвестные. Решение СЛАУ для случая $m=n$.

11. Исследование однородных систем линейных уравнений.
12. Векторы на плоскости и в пространстве. Коллинеарные и компланарные вектора. Линейные операции над векторами (в геометрической форме).
13. Линейная зависимость и независимость векторов. Понятие базиса. Разложение вектора по базису.
14. Проекция вектора на ось. Теоремы о проекциях.
15. Системы координат на плоскости и в пространстве. Базисы на плоскости и в пространстве. Координаты вектора и точки. Длина и направление вектора.
16. Линейные операции над векторами в координатной форме. Условие коллинеарности векторов.
17. Скалярное произведение 2-х векторов. Формулы для вычисления, свойства, геометрические и физические приложения. Условие перпендикулярности двух векторов.
18. Векторное произведение 2-х векторов. Формулы для вычисления, свойства, геометрические и физические приложения. Условие коллинеарности двух векторов.
19. Смешанное произведение 3-х векторов. Формулы для вычисления, свойства, геометрический смысл. Условие компланарности трёх векторов.
20. Различные системы координат на плоскости (в пространстве). Связь между ними.
21. Простейшие задачи аналитической геометрии на плоскости и в пространстве (расстояние между двумя точками, деление отрезка в данном отношении).
22. Задание множеств точек уравнениями и неравенствами. Алгоритм составления уравнения линии. Примеры.
23. Общее уравнение прямой на плоскости. Его исследование.
24. Уравнение прямой с угловым коэффициентом. Его исследование.
25. Уравнение прямой, проходящей через две точки. Уравнение прямой в отрезках.
26. Уравнение прямой, проходящей через данную точку. Расстояние от точки до прямой.
27. Угол между двумя прямыми на плоскости. Условия параллельности, перпендикулярности.
28. Взаимное расположение 2-х прямых на плоскости.
29. Уравнение плоскости в пространстве (в отрезках, через 3 точки). Расстояние от точки до плоскости.
30. Понятия линейной интерполяции.
31. Общее уравнение кривой 2-го порядка. Окружность. Каноническое уравнение. Исследование формы.
32. Каноническое уравнение эллипса и его основные соотношения.
33. Гипербола. Каноническое уравнение. Исследование формы.
34. Парабола. Каноническое уравнение. Исследование формы.
35. Преобразование координат. Приведение уравнений кривых 2-го порядка к каноническому виду в простейших случаях.
36. Основные применения кривых 2-го порядка.
37. Простейшие поверхности 2-го порядка.
38. Последовательность и ее предел.
39. Предел функции. Бесконечно большие и бесконечно малые величины.
40. Основные теоремы о конечных пределах.
41. Первый замечательный предел.
42. Бесконечно большие функции и их свойства. Связь между б.м. и б.б. функциями.
43. Второй замечательный предел.
44. Понятие о неопределённых выражениях. Основные методы раскрытия неопределённостей.

45. Непрерывность функции в точке. Свойства непрерывных функций.
46. Производная, ее геометрический и механический смысл.
47. Производная суммы, произведения и частного двух функций.
48. Производные элементарных функций.
49. Производные сложных, неявных и параметрически заданных функций.
50. Производные обратных функций. Логарифмическое дифференцирование.
51. Дифференциал и его свойства. Применение в приближённых значениях.
52. Производные и дифференциалы высших порядков.
53. Основные теоремы дифференциального исчисления (Ферма, Роля, Лагранжа).
54. Правило Лопиталя.
55. Признаки возрастания и убывания функции в интервале. Экстремум функции. Необходимое условие экстремума.
56. Первое и второе достаточные условия экстремума.
57. Отыскание наибольшего и наименьшего значений функции на отрезке и интервале.
58. Выпуклость и вогнутость кривых. Точки перегиба.
59. Асимптоты графика функции.
60. Исследование графиков функций.

Перечень вопросов к экзамену по дисциплине «Высшей математике»

1. Первообразная и неопределённый интеграл.
2. Основное свойство первообразной.
3. Свойства интегралов.
4. Таблица интегралов.
5. Интегрирование способом подстановки.
6. Интегрирование внесением под знак интеграла.
7. Интегрирование по частям.
8. Интегрирование функций, содержащих квадратный трёхчлен.
9. Интегрирование рациональных дробей.
10. Интеграл от иррациональных функций.
11. Интегрирование тригонометрических функций.
12. Определение определённого интеграла.
13. Основные свойства определённого интеграла.
14. Геометрическое истолкование определённого интеграла.
15. Вычисление определённого интеграла. Формула Ньютона – Лейбница.
16. Замена переменной в определённом интеграле.
17. Интегрирование по частям в определённом интеграле.
18. Несобственные интегралы:
 - а) с бесконечными пределами;
 - б) интеграл от разрывной функции.
19. Сходимость несобственных интегралов.
20. Вычисление площадей с помощью определённого интеграла:
 - а) в прямоугольных координатах;
 - б) в параметрической форме;
 - в) в полярной системе координат.
21. Длина дуги кривой:
 - а) в прямоугольных координатах;
 - б) в параметрической форме;
 - в) в полярной системе координат.
22. Объём тела вращения.
23. Площадь поверхности тела вращения.
24. Вычисление работы с помощью определённого интеграла.

25. Координаты центра тяжести:
 - а) плоской линии;
 - б) плоской фигуры.
26. Определение функции нескольких аргументов.
27. Область определения функции нескольких аргументов.
28. Предел функции многих переменных.
29. Непрерывность функции в точке.
30. Полные и частные приращения функции.
31. Частные производные.
32. Полный дифференциал функции многих переменных.
33. Применение полного дифференциала к приближённым вычислениям.
34. Производная сложной функции.
35. Производная от функции, заданной неявно.
36. Частные производные высших порядков.
37. Определение минимума (максимума) функции нескольких аргументов.
38. Необходимое условие экстремума.
39. Достаточное условие экстремума.
40. Определение дифференциального уравнения.
41. Порядок дифференциального уравнения.
42. Интеграл дифференциального уравнения.
43. Теорема о единственном существовании решения дифференциального уравнения.
44. Общее решение дифференциального уравнения.
45. Уравнение с разделёнными переменными.
46. Уравнение с разделяющимися переменными.
47. Определение однородной функции.
48. Однородные уравнения первого порядка.
49. Линейные уравнения первого порядка.
50. Уравнение Бернулли.
51. Дифференциальные уравнения высших порядков.
52. Уравнение вида $y^{(n)} = f(x)$.
53. Линейные однородные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.
54. Неоднородные линейные уравнения второго порядка.
55. Системы обыкновенных дифференциальных уравнений.

Практические задания

РАЗДЕЛ 1 Комплексные числа.

Задание 1. Даны два комплексных числа z_1 и z_2 .

Найдите: 1) $\operatorname{Im}(z_1 - 3z_2)$; 2) $\operatorname{Re} \frac{z_1}{z_2}$; 3) $\arg z_1, \arg z_2$; 4) $|z_1|, |z_2|$.

а) $z_1 = \sqrt{3} + i, \quad z_2 = -\sqrt{3} - 3i; \quad \text{б)} $z_1 = -\sqrt{3} + i, \quad z_2 = -\sqrt{2} - i\sqrt{2};$$

в) $z_1 = \sqrt{3} - i, \quad z_2 = -1 + i\sqrt{3}.$

Задание 2. Даны два комплексных числа z_1 и z_2 и натуральное число n .

Найдите: 1) $\left| \frac{z_1}{z_2} \right|$; 2) $z_1^n z_2$; 3) $\operatorname{Im}(z_1^n z_2)$.

а) $z_1 = 1 + i, \quad z_2 = -\sqrt{2} \times \frac{\pi}{12} + i \sin \frac{\pi}{12}, \quad n=1$

$$\text{б)} \quad z_1 = 1 - i, \quad z_2 = \sqrt{2} \times \frac{\pi}{12} \cos \frac{\pi}{12} + i \sin \frac{\pi}{12}, \quad n=1$$

$$\text{в)} \quad z_1 = \sqrt{3} + i, \quad z_2 = -2 \times \frac{\pi}{12} \cos \frac{\pi}{12} + i \sin \frac{\pi}{12}, \quad n=7.$$

Задание 3. Решите уравнения и изобразите решения на чертеже.

$$\text{а)} \quad z^3 + 8 = 0; \quad \text{б)} \quad z^3 - 8 = 0; \quad \text{в)} \quad z^4 + i = 0.$$

$$\text{г)} \quad x^2 + 4 = 0; \quad \text{д)} \quad x^2 + 4x + 8 = 0; \quad \text{е)} \quad x^2 - 2x + 4 = 0.$$

Задание 4. (Многочлены.)

4. Найдите остаток от деления многочлена $P(z)$ на двучлен $z - z_0$.

$$\text{а)} \quad P(z) = z^3 - 2z^2 + 3z - 5, \quad z_0 = 2 + i;$$

$$\text{б)} \quad P(z) = z^{44} + z^{33} + z^{22} + z^{11} + 1, \quad z_0 = i;$$

$$\text{в)} \quad P(z) = z^3 + z^2 + 4, \quad z_0 = -1 + i.$$

4.2. Разложите многочлен 1) на вещественные множители; 2) на линейные множители.

$$\text{а)} \quad P(z) = z^4 + 16;$$

$$\text{б)} \quad P(z) = z^4 + z^3 + 2z - 4;$$

$$\text{в)} \quad P(z) = z^3 + 8.$$

4.3. Составьте приведённый многочлен наименьшей степени с вещественными коэффициентами по его корням.

$$\text{а)} \quad z_1 = 0, \quad z_2 = 1, \quad z_{3,4} = 1 \pm i;$$

$$\text{б)} \quad z_1 = -1, \quad z_{2,3} = 0, \quad z_{4,5} = 1 \pm i;$$

$$\text{в)} \quad z_1 = -1, \quad z_2 = 2, \quad z_{3,4} = 5 \pm i.$$

Задание 5. (Рациональные дроби.)

1. Разложите на сумму простых дробей следующие рациональные дроби:

$$\text{а)} \quad \frac{x^2 + 9x - 11}{(x+1)(x-3)^2}; \quad \text{б)} \quad \frac{3}{x^2 - x^5}; \quad \text{в)} \quad \frac{3x}{(x^2 - x + 1)(x+1)} \quad \text{г)} \quad \frac{2x-1}{x^3+1}.$$

2. Выделите целую часть неправильной рациональной дроби:

$$\text{а)} \quad \frac{x^3}{x-2}; \quad \text{б)} \quad \frac{2x^3 + x + 1}{x+1}; \quad \text{в)} \quad \frac{x^5}{x^3+1}$$

РАЗДЕЛ 2. Линейная алгебра.

Задание 1 (Вычисление определителей.)

Вычислите определители:

$$1. \quad \begin{vmatrix} 2 & 7 \\ 3 & -9 \end{vmatrix}.$$

$$2. \quad \begin{vmatrix} -1 & 4 \\ 8 & 5 \end{vmatrix}.$$

$$3. \quad \begin{vmatrix} -1 & 3 & 8 \\ 5 & 0 & 3 \\ 7 & -1 & 4 \end{vmatrix}.$$

$$4. \quad \begin{vmatrix} 2 & -1 & 4 \\ 5 & -1 & 3 \\ -1 & 2 & 1 \end{vmatrix}.$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{vmatrix}.$$

$$6. \quad \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{vmatrix}.$$

$$7. \quad \begin{vmatrix} 3 & 6 & 5 & 6 & 4 \\ 5 & 9 & 7 & 8 & 6 \\ 6 & 12 & 13 & 9 & 7 \\ 4 & 6 & 6 & 5 & 4 \\ 2 & 5 & 4 & 5 & 3 \end{vmatrix}.$$

$$8. \quad \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 7 & 10 & 13 \\ 3 & 5 & 11 & 16 & 21 \\ 2 & -7 & 7 & 7 & 2 \\ 1 & 4 & 5 & 3 & 10 \end{vmatrix}.$$

Задание 2. (Алгебра матриц, обратная матрица.)

Даны матрицы:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 7 \\ 6 & 3 & 4 \\ 5 & -2 & -3 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} 3 & -4 & 5 \\ 2 & -3 & 1 \\ 3 & -5 & -1 \end{pmatrix}; \quad D = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}; \quad F = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}.$$

1. Найдите: а) AB ; б) AC ; в) CA ; г) BD ; д) A^2 .

2. Найдите матрицу X , удовлетворяющую уравнению: а) $CA - 3C = X$; б) $AC + 3X = A$.
 3. При каких значениях λ матрицы D и F коммутируют, т.е. $DF = FD$?
 4. Найдите матрицу, обратную: а) к матрице D ; б) к матрице A ; в) к матрице C .

Задание 3. * (Ранг матрицы.)

3. Найдите ранг матрицы:

$$\text{а) } \begin{pmatrix} 3 & -1 & 3 & 2 & 5 \\ 5 & -3 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & -3 & -5 & 0 & -7 \\ 7 & -5 & 1 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{б) } \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 & -1 \\ 2 & -1 & -3 & 4 \\ 5 & 1 & -1 & 7 \\ 7 & 7 & 9 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{в) } \begin{pmatrix} 4 & 3 & -5 & 2 & 3 \\ 8 & 6 & -7 & 4 & 2 \\ 4 & 3 & -8 & 2 & 7 \\ 4 & 3 & 1 & 2 & -5 \\ 8 & 6 & -1 & 4 & -6 \end{pmatrix}$$

Задание 4. (Системы линейных уравнений.)

1. Решите систему уравнений или убедитесь в её несовместности.

$$\text{а) } \begin{cases} 2x_1 + 7x_2 + 3x_3 + x_4 = 5, \\ x_1 + 3x_2 + 5x_3 - 2x_4 = 3, \\ x_1 + 2x_2 - 9x_3 + 8x_4 = 1, \\ 5x_1 + 18x_2 + 4x_3 + 5x_4 = 12. \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} x_1 + x_2 - 6x_3 - 4x_4 = 6, \\ 3x_1 - x_2 - 6x_3 - 4x_4 = 2, \\ 2x_1 + 3x_2 + 9x_3 + 2x_4 = 6, \\ 3x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 8x_4 = -7. \end{cases}$$

$$\text{г) } \begin{cases} 4x_1 - 3x_2 + 2x_3 - x_4 = 8, \\ 3x_1 - 2x_2 + x_3 - 3x_4 = 7, \\ 2x_1 - x_2 - 5x_4 = 6, \\ 5x_1 - 3x_2 + x_3 - 8x_4 = 1. \end{cases}$$

$$\text{д) } \begin{cases} 3x_2 + 9x_3 + 24x_4 = 24, \\ -2x_1 + 7x_2 + 23x_3 + 66x_4 = 66, \\ -x_1 + 3x_2 + 9x_3 + 26x_4 = 26, \\ x_1 - x_2 - 5x_3 - 16x_4 = -16. \end{cases}$$

2. Решите систему уравнений: 1) по формулам Крамера; 2) методом Гаусса; 3) путём нахождения обратной матрицы.

$$\text{а) } \begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 8, \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 10, \\ 4x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 4. \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 8, \\ 2x_1 - 4x_2 - 3x_3 = -1, \\ x_1 + 5x_2 + x_3 = 0. \end{cases}$$

$$\text{в) } \begin{cases} 5x_1 + 8x_2 - x_3 = 7, \\ 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 9, \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 1. \end{cases}$$

РАЗДЕЛ 3 Векторная алгебра и аналитическая геометрия

Задание 1 (Векторная алгебра.)

Даны четыре вектора: $\vec{a} = 3\vec{i} - 7\vec{j} + \vec{k}$, $\vec{b} = -\vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{k}$, $\vec{c} = 2\vec{i} - \vec{j} - \vec{k}$, $\vec{d} = 7\vec{i} + 3\vec{j} + \vec{k}$.

Найдите координаты вектора $\vec{e}$, если а) $\vec{e} = 4\vec{a} - 7\vec{b} + \vec{c}$; б) $\vec{e} = 15\vec{a} - \vec{b} - 2\vec{c}$.

2. Найдите косинус угла между векторами: а) $\vec{a}$ и $\vec{b}$; б) $\vec{a}$ и $\vec{c}$.

3. Найдите длину вектора: а) $\vec{b} - \vec{c}$; б) $\vec{b} + \vec{c}$.

4. Найдите проекцию:

а) вектора $\vec{a}$ на направление вектора $\vec{b}$;

б) вектора $\vec{a}$ на направление вектора $\vec{c}$.

Задание 2. (Прямая на плоскости.)

Даны координаты трёх вершин треугольника на плоскости xOy : а) $A(-6; -4)$, $B(-10; -1)$, $C(6; 1)$; б) $A(12; 0)$, $B(18; 8)$, $C(0; 5)$. Требуется:

1. Вычислить длину стороны AB ;
2. Составить уравнение прямой, проходящей через точки A и B .
3. Составить уравнение высоты, проведённой из вершины C .
4. Найти расстояние от вершины B до стороны AC . Найти угол A .

Задание 3. (Прямая на плоскости.)

1. Напрямой $2x + y + 11 = 0$ найдите точку, равноудалённую от двух данных точек $A(1; 1)$

$B(3; 0)$.

2. Найдите координаты точки, симметричной точке $(2; -4)$ относительно прямой $4x + 3y + 1 = 0$.
3. Вычислите координаты вершин ромба, если известны уравнения двух его сторон $2x - y + 4 = 0$ и $2x - y + 10 = 0$, и уравнение одной из его диагоналей $x + y + 2 = 0$.
4. Даны уравнения двух сторон треугольника $4x - 5y + 9 = 0$ и $x + 4y - 3 = 0$. Найдите уравнение третьей стороны, если известно, что медианы этого треугольника пересекаются в точке $(3; 1)$.

Задание 4. (Линии второго порядка.)

Задачи 1–3 Приведите уравнения линий к каноническому виду и постройте линии, определяемые этими уравнениями.

1. $x^2 + 4x + 4y^2 - 5 = 0$.
2. $4x^2 + 4y^2 + 8y = 0$.
3. $x^2 + 8x - 4y^2 = 9$.
4. $x = -2y^2 + 8y - 9$.
5. $y = 3x^2 - 18x + 2$

Задание 5. (Прямая и плоскость.)

Задачи 1–9. Даны координаты четырёх точек в пространстве а) $A_1(1; 1; 3)$, $A_2(3; 1; 5)$, $A_3(2; 2; 1)$, $A_4(5; -2; 3)$; б) $A_1(4; 1; 6)$, $A_2(1; 1; 3)$, $A_3(5; 2; 3)$, $A_4(2; 2; 1)$. Требуется:

1. Составить уравнение плоскости P_1 , проходящей через точки A_1 , A_2 , A_3 .
2. Составить канонические уравнения прямой L_1 , проходящей через точку A_4 перпендикулярно плоскости P
3. Составить уравнение плоскости P_2 , проходящей через точку A_4 параллельно плоскости P
4. Составить уравнение прямой L_2 , проходящей через точки A_1 и A_4 .
Найти угол между прямой L_2 и плоскостью P_2 .
6. Составить уравнение плоскости P_3 , проходящей через прямую L_2 перпендикулярно плоскости P
7. Найти расстояние от точки A_3 до плоскости P_3 .
8. Найти координаты точки пересечения прямой L_2 и плоскости P_2 .
9. Найти расстояние от точки A_2 до прямой L_2 .
10. Прямая L задана общими уравнениями: а) $\begin{cases} 2x - y - 3z = -1, \\ x + 5y + z = 0; \end{cases}$ б) $\begin{cases} x + 2y + 3z = 1, \\ x - 3y + 2z = 0. \end{cases}$

Напишите канонические уравнения прямой L .

Задание 6. Постройте поверхности, заданные уравнениями:

- 1) $-x^2 + 2y^2 - z^2 = 0$
- 2) $2x^2 - y^2 + z^2 - 7 = 0$
- 3) $x^2 + z^2 + 2y - 1 = 0$

РАЗДЕЛ 4. Дифференциальное исчисление функции одной переменной

Задание 1. (Нахождение пределов без применения правила Лопиталя.)

Найдите пределы:

1. а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^5 - 4x^2 + 1}{2x^5 + 3x^3 - x}$; б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^3 + 3x^2 - 1}{2x^3 - 3x + 1}$. в) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 + x - 3}{x^2 + x - 2}$; г) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 - 3x - 2}{x^2 - 3x + 2}$.
2. а) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{5x+1} - 4}{x - 3}$; б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4+3x} - \sqrt{4-3x}}{7x}$. в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 4x}{x \sin 3x}$; г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}^2 4x}{x \sin 8x}$.
3. а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1}{\sin x}$; б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - e^{\sin 2x}}{\operatorname{tg} x}$. в) $\lim_{x \rightarrow 2} (7 - 3x)^{\frac{x}{2x-4}}$; г) $\lim_{x \rightarrow 3} (3x - 8)^{\frac{2}{x-3}}$.

4. а) $\lim_{x \rightarrow 2} (7 - 3x)^{\frac{x}{2x-4}}$; б) $\lim_{x \rightarrow 3} (3x - 8)^{\frac{2}{x-3}}$. в) $\lim_{x \rightarrow \infty} (2x + 3)[\ln(x + 2) - \ln(x + 3)]$;
 г) $\lim_{x \rightarrow \infty} (x + 3)[\ln(2x + 7) - \ln(2x - 3)]$.

Задание 2. (Односторонние пределы)

1. Найдите пределы функций при $x \rightarrow a \pm 0$, $x \rightarrow \pm \infty$. Сделайте схематический чертёж графика функции.

а) $y = 2 + 4^{\frac{1}{x-3}}$, $a = 3$; б) $y = 1 + 8^{\frac{1}{x-2}}$, $a = 2$; в) $y = 1 - 3^{\frac{1}{x-4}}$, $a = 4$.

2. Функция $f(x)$ задана различными аналитическими выражениями для различных областей изменения независимой переменной. Найдите точки разрыва функции, если они существуют. Сделайте чертёж.

а) $y = \begin{cases} -x/3, & x \notin 0; \\ \sin x, & 0 < x \leq \pi/2; \\ x - \pi/2, & x > \pi/2. \end{cases}$ б) $y = \begin{cases} 2x^2, & x \notin 0; \\ \cos x, & 0 < x \leq \pi/2; \\ x - \pi/2, & x > \pi/2. \end{cases}$ в) $y = \begin{cases} x^2 + 1, & x \notin 0; \\ 1, & 0 < x \leq 2; \\ x - 2, & x > 2. \end{cases}$

3. Найдите точки разрыва функции и определите характер разрыва.

а) $y = \frac{12x + 6}{x - 1}$; б) $y = \frac{(x + 1)^2}{x(x + 1)}$; в) $y = \frac{\sin 3x}{x}$.

Задание 3 Найдите производные $\frac{dy}{dx}$ заданных функций.

1). $y = \operatorname{ctg}(3x^2 + 2 \cos x)$; 2). $y = e^{x^2 - 3 \arcsin x}$; 3). $y = \operatorname{arctg} \sqrt{x} - \sqrt{x}$
 4). $y = \frac{1 + \operatorname{tg} 3x}{1 - \operatorname{tg} 3x}$; 5). $y = \sqrt[3]{x^4 + 5x} - \sqrt{(5x - 1)^3}$; 6). $y = x \arcsin \frac{2x + 1}{3}$;
 7) $y = (\cos x)^{2x+1}$;
 8) $y = (\sin x)^{\cos x}$. 9). $y = x - \ln(2 + e^x + 2\sqrt{e^{2x} + e^x + 1})$;
 10). $y = \frac{3x}{\sqrt[3]{2+x}} - 6\sqrt[3]{2+x}$; 11). $y = \sin^3 2x$;
 12). $y = x \arcsin x + \sqrt{1 - x^2}$; 13). $y = \frac{2x + 9}{(x^2 - 1)^2}$; 14) $y = (\operatorname{arctg} x)^{(1/2) \ln \operatorname{arctg} x}$;

Задание 4. Найдите производные второго порядка от заданных функций.

1). $y = 3\sqrt{2x+1} + 6x + 1$; 2). $y = x^2 \ln x$. 3). $y = \operatorname{arctg} x^2$;
 4). $y = \frac{\sqrt{1 - x^2}}{x}$. 5) $y = xe^{1/x}$; 6). $y = \ln \operatorname{ctg} 4x$;

Задание 5. (Производные от функций, заданных параметрически.)

А) Найдите производные $\frac{dy}{dx}$ заданных функций.

1). $x = \frac{3t^2 + 1}{3t^3}$, $y = \sin(\frac{t^3}{3} + t)$

$$2) \begin{cases} x = t + \ln \cos t, \\ y = t - \ln \sin t. \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} x = 2t - \sin 2t, \\ y = \sin^3 t. \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} x = t + \frac{\sin 2t}{2}, \\ y = \cos^2 t. \end{cases}$$

Б). Найдите производные второго порядка от функций, заданных параметрически.

$$1) \begin{cases} x = 1 + \ln \cos t, \\ y = 1 - \ln \sin t. \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x = t^5 + 2t, \\ y = t^3 + 8t - 1. \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} x = \arcsin(t^2 - 1), \\ y = \arccos 2t. \end{cases}$$

Задание 6. (Дифференциал функции.)

Найдите дифференциал функции

$$1). y = 4\sqrt{7x+6}. \quad 2). y = (x^2 + 1)^3. \quad 3). y = \ln(5x + 1). \quad 4). y = e^{3x}$$

Вычислите приближённо, заменяя приращение функции её дифференциалом

$$5) \ln 1,01; \quad 6) e^{0,2}.$$

Задание 7.

- 1). Составьте уравнения касательной и нормали к кривой $y = \sqrt{1 - 4x}$ в точке с абсциссой $x_0 = -2$.
- 2). Напишите уравнение касательной к графику функции $y = \arctg x$ в точке с абсциссой $x_0 = \sqrt{3}$.
- 3). Напишите уравнение нормали к графику функции $y = 2^x$ в точке с абсциссой $x_0 = 2$.

$$1). \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^4 - 3x^3 + 8}{x^5 - x + 20}; \quad 2). \lim_{x \rightarrow 1} (1 - x) \operatorname{tg} \frac{\pi x}{2}; \quad 3). \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cos x - \sin x}{x^3}; \quad 4). \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^5};$$

Задание 8. (Экстремумы функций)

Задачи 1-4. Нахождение экстремумов функций

- 1). Исследовать на экстремум функцию $y = -\frac{x^3}{(x+1)^2}$.
- 2). Исследовать на экстремум функцию $y = x^3 - 4x^2$.
- 3). Найдите точки локального минимума функции $y = (x - 5)e^x$.
- 4). Найдите точки локального максимума функции $y = x^3 - 4x^2$.

Задачи 5–7. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x)$ на отрезке $[a, b]$:

$$5) f(x) = \frac{x-5}{x^2+11}; [-3; 7]; \quad 6). f(x) = \frac{x+6}{x^2+13}; [-5; 5]; \quad 7). f(x) = \frac{x}{2} - \sin x; [-2\pi; -3\pi/2];$$

Задачи 8–9. Текстовые задачи на отыскание наибольшего или наименьшего значения заданной величины

8). Требуется изготовить открытый цилиндрический бак данного объёма V , причём стоимость квадратного метра материала, идущего на изготовление на бака, равна p_1 рублей, а стоимость квадратного метра материала идущего на стенки, равна p_2 рублей. При каком отношении радиуса дна к высоте бака затраты на материалы будут наименьшими?

9). Из полосы жести шириной 11 см требуется сделать открытый сверху жёлоб, поперечное сечение которого имеет форму равнобокой трапеции. Дно жёлоба должно иметь ширину 7 см. Какова должна быть ширина жёлоба наверху, чтобы он вмещал наибольшее количество воды?

Задание 9. (Построение графиков функций.)

Постройте графики функций::

$$1). y = -\frac{x^3}{(x+2)^2}; \quad 2). y = \frac{x}{x^2+1}; \quad 3). y = \frac{e^x}{x}; \quad 4). y = x - \ln x.$$

РАЗДЕЛ 5. Интегральное исчисление функции одной переменной

Задание (Использование таблицы интегралов и соотношения $\int f(ax+b)dx = \frac{1}{a}F(ax+b) + C$)

Найдите интегралы:

1. $\int \frac{dx}{4+(3x+1)^2}$.
2. $\int e^{7x-1} dx$.
3. $\int \sin(13x+4) dx$.
4. $\int \frac{dx}{\sin^2(5x+3)}$.
5. $\int \frac{dx}{4x^2+1}$.
6. $\int \frac{dx}{\sqrt{9x^2+4}}$.
7. $\int \frac{dx}{\sqrt{4-(3x+5)^2}}$.

Задание 1. (Подведение под знак дифференциала. (замена переменной))

Найдите интегралы:

1. $\int \frac{\operatorname{arctg} x}{1+x^2} dx$.
2. $\int \frac{\operatorname{tg}^2 x}{\cos^2 x} dx$.
3. $\int \frac{\sqrt{2+\ln x}}{x} dx$.
4. $\int \frac{x^2 \operatorname{arctg} x}{1+x^2} dx$.
5. $\int \frac{\sin x}{\sqrt[3]{3+2\cos x}} dx$.
6. $\int \frac{3^{\operatorname{arctg} x}}{1+x^2} dx$.

Задание 2. (Интегрирование по частям.)

Найдите интегралы:

1. $\int x e^{-2x} dx$.
2. $\int (5x^2 - 2x + 1)e^x dx$.
3. $\int e^{3x} \sin x dx$.
4. $\int (x^2 - 1)e^{-x} dx$.
5. $\int x \ln^2 x dx$.
6. $\int x^2 e^{-x/2} dx$.

Задание 3. (Интегрирование рациональных и иррациональных выражений, содержащих квадратный трёхчлен.)

Найдите интегралы:

1. $\int \frac{dx}{x^2 - 7x + 10}$.
2. $\int \frac{8x - 11}{\sqrt{5x + 2x - x^2}} dx$.
3. $\int \frac{(3-x) dx}{\sqrt{3-2x-x^2}}$.
4. $\int \frac{(3x-1) dx}{\sqrt{2x^2+2x+1}}$.
5. $\int \frac{(x-5) dx}{\sqrt{3x^2-6x-1}}$.
6. $\int \frac{(x+2) dx}{x^2+2x+5}$.

Задание 4. (Интегрирование рациональных дробей.)

Найдите интегралы:

1. $\int \frac{x^3 + 4x^2 + 5x + 3}{x^2 + 4x + 5} dx$.
2. $\int \frac{x^3 - 6}{x^4 + 6x^2 + 8} dx$.
3. $\int \frac{x^2 + 2x + 4}{x^4 - 5x^2 + 4} dx$.
4. $\int \frac{2x^2 - x - 1}{x^3 - x^2 - 6x} dx$.
5. $\int \frac{x^4 + 2x - 2}{x^4 - 1} dx$.

Задание 5. (Интегрирование иррациональных выражений.)

Найдите интегралы:

1. $\int \frac{\sqrt{x} dx}{1+\sqrt{x}}$.
2. $\int \frac{1}{(1-x)^2} \sqrt{\frac{1-x}{1+x}} dx$.
3. $\int \frac{2\sqrt[4]{x} + 1}{\sqrt[4]{x^3}(\sqrt{x}+4)} dx$.
4. $\int \frac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt[6]{x}+1)}{\sqrt[3]{x^{7/2}}} dx$.
5. $\int \sqrt{\frac{3+2x}{x-2}} dx$.
6. $\int \frac{\sqrt{x-1}}{\sqrt[3]{x-1}+1} dx$.

Задание 6. (Интегрирование тригонометрических функций.)

Найдите интегралы:

1. $\int \frac{dx}{2 \sin x - 3 \cos x}.$
2. $\int \frac{dx}{3 + 5 \cos 2x}.$
3. $\int \frac{dx}{\sin^2 x \cos^4 x}.$
4. $\int \sin^3 x \cos^2 x dx.$
5. $\int \sin^4 x \cos^4 x dx.$

Задание 7. (Интегралы от функций вида $f(e^x)$)

Найдите интегралы:

1. $\int \frac{e^x dx}{(2 + e^{-x} + e^x)^2}.$
2. $\int \frac{e^x - 1}{3e^{2x} + 1} dx.$
3. $\int \frac{dx}{\sqrt{e^x + 4}}.$
4. $\int \frac{(e^{x/2} + 2)e^{x/2}}{e^x + 4e^{x/2} + 1} dx.$
5. $\int \frac{e^x dx}{e^x + e^{-x}}.$

Задание 8 (Вычисление определённых интегралов.)

Найдите интегралы:

1. $\int_0^{13} \frac{x+1}{\sqrt[3]{2x+1}} dx.$
2. $\int_{\ln 2}^{\ln 3} \frac{e^{2x} dx}{e^x - e^{-x}}.$
3. $\int_0^{\sqrt{3}} x \operatorname{arctg} x dx.$
4. $\int_3^8 \frac{\sqrt{x+1} + 1}{\sqrt{x+1} - 1} dx.$
5. $\int_0^{p/2} \frac{dx}{2 - \cos x}.$
6. $\int_0^2 x \ln(x+3) dx.$
7. $\int_0^{p/2} \sin x \cos^2 x dx.$
8. $\int_4^9 \frac{x-1}{\sqrt{x}+1} dx.$
9. $\int_{\sqrt{2}}^1 \frac{\sqrt{4-x^2}}{x^2} dx.$
10. $\int_{-1}^0 (x+1)e^{-2x} dx.$

Задание 9. (Несобственные интегралы.)

Исследуйте сходимость интегралов.

1. $\int_e^{+\infty} \frac{dx}{x \ln x}.$
2. $\int_0^{p/4} \frac{dx}{\sin^2 x}.$
3. $\int_0^{+\infty} \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{1+x^8}} dx.$
4. $\int_0^{+\infty} \frac{x^2 + 2}{x^3 + 4x^2 + x} dx.$
5. $\int_0^1 \frac{\sqrt[3]{x}}{\sqrt{1-x}} dx.$
6. $\int_1^3 \frac{x + \sqrt[3]{x}}{\sqrt{x-1}} dx.$
7. $\int_3^4 \frac{dx}{\sqrt[3]{(x-3)^2}}.$
8. $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^2 + 4x + 5}.$
9. $\int_1^e \frac{dx}{x \sqrt{\ln x}}.$
10. $\int_0^{+\infty} x e^x dx.$
11. $\int_0^{2/p} \frac{\sin(1/x)}{x^2} dx.$
12. $\int_2^{+\infty} \frac{\ln x}{x} dx.$
13. $\int_0^{+\infty} \frac{\sqrt{1+x}}{\sqrt{1+4x^2}} dx.$
14. $\int_2^{+\infty} \frac{dx}{x(\ln(x+1))^3}.$
15. $\int_0^{+\infty} x e^{-x} dx.$

Задание 10. (Нахождение площадей, длин дуг плоских кривых, объемов тел вращения)

1. Найдите площадь плоской фигуры, ограниченной кривыми $y_1 = \sin x + 2$, $y_2 = -1$, $x = 0$, $x = p$.

2. Найдите объем тела, образованного вращением вокруг оси Ox кривой $y = \sqrt{4x - x^2}$, $y = 0$, $x = 2$ ($0 \leq x \leq 2$).
3. Найдите площадь плоской фигуры, ограниченной кривыми $y_1 = \frac{1}{\sin^2 x}$, $y_2 = 0$, $x = 0$, $x = \frac{\pi}{4}$.
4. Найдите площадь фигуры, ограниченной параболой $y = x^2 - 4$ и прямой $x - y + 8 = 0$.
5. Найдите объем тела, образованного вращением вокруг оси Ox фигуры, ограниченной цепной линией $y = \frac{1}{2}(e^{-x} + e^x)$, осью Ox и прямыми $x = \pm 1$.
6. Найдите длину дуги полукубической параболы $y^2 = (x+1)^3$ от $x = 0$ до $x = 3$.

Задание 11. (Разные задачи)

1. Скорость прямолинейного движения материальной точки $v = te^{-0,01t}$, м/с. Найдите путь, пройденный точкой от начала движения до полной остановки. 10000 м.
2. Вычислить силу давления воды на прямоугольник, вертикально погруженный в воду, если известно, что его основание равно 8 м, высота 12 м, верхнее основание параллельно поверхности воды и находится на глубине 5 метров.
3. Растяжение (удлинение) пружины пропорционально приложенной силе. Найдите работу, затрачиваемую при растяжении пружины на 6 см, если сила, равная 20 Н, удлиняет ее на 1 см.
4. Найдите работу, которую необходимо затратить на сооружение конического кургана, радиус основания которого $R = 2$ м, высота $H = 3$ м, из однородного строительного материала плотностью $\rho = \frac{5}{2}$ тонна/куб. метр.
5. В цилиндрическом баке, заполненном водой и расположенном вертикально, имеется небольшое отверстие в дне. Половина воды вытекла из бака за 5 мин. За какое время вытечет вся вода? (Считать, что скорость истечения жидкости из отверстия $v = \sqrt{2gh}$, где h - высота столба воды в баке.)

РАЗДЕЛ 6. Дифференциальное и интегральное исчисление функции нескольких переменных

Задание 1. (Нахождение частных производных)

- А) а) Дана функция $z = \sin^2(3x - 4y)$. Вычислите $4 \frac{\partial z}{\partial x} + 3 \frac{\partial z}{\partial y}$.
- б) Дана функция $z = \frac{xy}{x+y}$. Вычислите $x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} - z$.
- в) Дана функция $z = \ln(x^2 - y^2)$. Вычислите $\frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial y}$.
- Б). Найдите значения производных заданных функций в указанных точках.
- а) Для функции $z = 3x^2 e^{-y^2}$ найдите значение $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ в точке $(1, 0)$.
- б) Для функции $z = (x^2 + 4x) e^{2y}$ найдите значение $\frac{\partial^3 z}{\partial x^2 \partial y}$ в точке $(1, 0)$.
- в) Для функции $u = 2x + 4y^2 + xyz$ найдите значение $\frac{\partial^3 u}{\partial x \partial y \partial z}$ в точке $(1, 1, 1)$.

В) Частные производные сложных и неявных функций.

Найдите значения производных заданных функций в точке $u = 0, v = 0$.

а) Найдите значение $\frac{\partial z}{\partial u}$ функции $z = 2e^{x/y^2}$, $x = 3u + v$, $y = 1 + \sin uv$.

б) Найдите значение $\frac{\partial z}{\partial v}$ функции $z = 2e^{x/y^2}$, $x = 3u + v$, $y = 1 + \sin uv$.

в) Найдите значение $\frac{\partial z}{\partial u}$ функции $z = 2x^2 - \ln(x + 2y) + y^2$, $x = u - v + 1$, $y = u + v$.

Г) Найдите указанные производные функций заданных неявно:

а). $x^3 + 3x - 2xy + xyz - z^2 = 4$, $z = z(x, y)$. Найдите z'_x , z'_y

б). $\sin(x^2 + y) - x = y$, $y = y(x)$. Найдите $y'(x)$, $y''(x)$.

в). $15x^3 + 16y^2 - 16xy + z + z^2 = 1$, $z = z(x, y)$. Найдите z'_{x^2} , z'_{y^2} , z'_{xy}

Задание 2. (Экстремумы ФНП. Наиб. и наим. значения ($\sup$ и $\inf$) функций нескольких переменных в замкнутой области.)

1. Найдите экстремумы функций.

а) $z = 6xy - 9x^2 - 9y^2 + 4x + 4y$; б) $z = 4x^2 + 4xy - y^2 - 8y$; в) $z = x^2 + 2xy + 4x - y^2$.

2. Исследуйте квадратичные формы на знакоопределенность:

а) $x_1^2 + 4x_1x_2 + 4x_1x_3 + 4x_2x_3 + 4x_3^2$, б) $4x_1^2 + 4x_2^2 + x_3^2 - 2x_1x_2 + 2\sqrt{3}x_2x_3$,

в) $2x_1^2 + 2x_2^2 + 2x_3^2 + 8x_1x_2 + 8x_1x_3 - 8x_2x_3$

3. Найдите экстремумы функций : а) $u = x^2 + 2y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z + 6$.

б) $u = 2x^2 + 2y^2 + 3z^2 - 2x + 4y - 6z + 6$, в) $u = 2x^2 + 2y^2 + 3z^2 - 2x + 4xy - 6z + 6$.

4. Найдите наибольшее и наименьшее значения функций в заданной области.

а) $z = 6xy - 9x^2 - 9y^2 + 4x + 4y$ в прямоугольнике $0 \leq x \leq 1$, $0 \leq y \leq 2$;

б) $z = 4x^2 + 4xy - y^2 - 8y$ в треугольнике, ограниченном прямыми $y = 2x$, $y = 2$, $x = 0$;

в) $z = x^2 + 2xy + 4x - y^2$ в треугольнике, ограниченном прямыми $x = 0$, $y = 0$, $x + y + 2 = 0$.

Задание 3. (Условный экстремум.)

1. Найдите условные экстремумы функции $z = z(x, y)$:

а) $z = 6xy - 9x^2 - 9y^2 + 4x + 4y$, если $x + 2y = 1$; б) $z = 4x^2 + 4xy - y^2 - 8y$, если $2x = y$;

в) $z = x^2 + 2xy + 4x - y^2$, если $x - y = 2$.

2. Требуется изготовить открытый цилиндрический бак данного объема V , причём стоимость квадратного метра материала, идущего на изготовление дна бака, равна p_1 рублей, а стоимость квадратного метра материала идущего на стенки, равна p_2 рублей. При каком отношении радиуса дна к высоте бака затраты на материалы будут наименьшими?

Задание 4. (производная по направлению, градиент)

1. Найти производную скалярного поля в точке по направлению вектора.

2. Найти производную скалярного поля в точке по направлению вектора.

3. Найти градиент скалярного поля $u = (x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}$ в точке $M(-1, 2, 1)$.

4. Найти градиент скалярного поля $u = x + \ln(z^2 + y^2)$ в точке $M(-2, 1, -1)$

РАЗДЕЛ 7. Обыкновенные дифференциальные уравнения и системы уравнений.

Задание 1. (Дифференциальные уравнения 1-го порядка.)

Задачи 1– 6. Найдите частное решение дифференциального уравнения, удовлетворяющее заданным начальным условиям:

1. $(x + 1)y dx + x(y - 1) dy = 0; \quad y(1) = 2.$

2. $(\sqrt{xy} - x) dy + y dx = 0; y(1) =$

3. $y'' + y \operatorname{tg} x = \frac{1}{\cos x}; \quad y(0) = 0.$

4. $y'' + 4xy = 2xe^{-x^2} y^{1/2}; \quad y(0) =$

5. $xy'' = y \ln \frac{y}{x}; \quad y(1) =$

Задание 2. (Дифференциальные уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка.)

1. $y''' = x^2 + 4.$

2. $y'' + \frac{1}{x} y' = 0.$

3. $y'' + y' + yx = \sin x \cos x.$

4. $y^3 y' = 1, \quad y > 0.$

Задание 3. (Однородные линейные дифференциальные уравнения высших порядков.)

1. $y''' - 7y'' + 12y' = 0.$

2. $y''' - 4y'' + 5y' = 0.$

3. $y'' + 2y' + y = 0.$

4. $y''' - 4y'' = 0.$

5. $y'' + 4y' = 0.$

6. $y''' - 5y'' + 6y' = 0.$

Задание 4. (Неоднородные линейные дифференциальные уравнения высших порядков.)

1. $y''' - 7y'' + 12y' = xe^{3x}.$

2. $y''' - 4y'' + 5y' = 2xe^x.$

3. $y'' + 2y' + y = 3 \sin x.$

4. $y''' - 4y'' = 3.$

5. $y'' + 4y' = \cos 2x.$

6. $y''' - 5y'' + 6y' = x^2 - x.$

Задание 5. (Системы линейных дифференциальных уравнений.)

1.
$$\begin{cases} \dot{x} = x - 2y, \\ \dot{y} = x + 4y - t. \end{cases}$$

2.
$$\begin{cases} \dot{x} = x - 3y, \\ \dot{y} = x + 5y. \end{cases}$$

3.
$$\begin{cases} \dot{x} = 3x + y, \\ \dot{y} = y + 3x + t. \end{cases}$$

Критерии и шкала оценивания к промежуточной аттестации «экзамен»

Национальная шкала	Характеристика знания предмета и ответов
отлично (5)	Студент глубоко и в полном объеме владеет программным материалом. Грамотно, исчерпывающе и логично его излагает в устной или письменной форме. При этом знает рекомендованную литературу, проявляет творческий подход в ответах на вопросы и правильно обосновывает принятые решения, хорошо владеет умениями и навыками при выполнении практических задач.
хорошо (4)	Студент знает программный материал, грамотно и по сути излагает его в устной или письменной форме, допуская незначительные неточности в утверждениях, трактовках, определениях и категориях или незначительное количество ошибок. При этом владеет необходимыми умениями и

	навыками при выполнении практических задач.
удовлетворительно (3)	Студент знает только основной программный материал, допускает неточности, недостаточно чёткие формулировки, непоследовательность в ответах, излагаемых в устной или письменной форме. При этом недостаточно владеет умениями и навыками при выполнении практических задач. Допускает до 30% ошибок в излагаемых ответах.
неудовлетворительно (2)	Студент не знает значительной части программного материала. При этом допускает принципиальные ошибки в доказательствах, в трактовке понятий и категорий, проявляет низкую культуру знаний, не владеет основными умениями и навыками при выполнении практических задач. Студент отказывается от ответов на дополнительные вопросы

9. Особенности организации обучения для лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов

При необходимости рабочая программа учебной дисциплины может быть адаптирована для обеспечения образовательного процесса инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья, в том числе с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий.

Для этого требуется заявление студента (его законного представителя) и заключение психолого-медико-педагогической комиссии (ПМПК). В случае необходимости обучающимся из числа лиц с ограниченными возможностями здоровья (по заявлению обучающегося), а для инвалидов также в соответствии с индивидуальной программой реабилитации инвалида могут предлагаться следующие варианты восприятия учебной информации с учетом их индивидуальных психофизических особенностей:

- создание текстовой версии любого нетекстового контента для его возможного преобразования в альтернативные формы, удобные для различных пользователей;
- создание контента, который можно представить в различных видах без потери данных или структуры, предусмотреть возможность масштабирования текста и изображений без потери качества, предусмотреть доступность управления контентом с клавиатуры;
- создание возможностей для обучающихся воспринимать одну и ту же информацию из разных источников, например, так, чтобы лица с нарушениями слуха получали информацию визуально, с нарушениями зрения – аудиально;
- применение программных средств, обеспечивающих возможность освоения навыков и умений, формируемых дисциплиной (модулем), за счёт альтернативных способов, в том числе виртуальных лабораторий и симуляционных технологий;
- применение электронного обучения, дистанционных образовательных технологий для передачи информации, организации различных форм интерактивной контактной работы обучающегося с преподавателем, в том числе вебинаров, которые могут быть использованы для проведения виртуальных лекций с возможностью взаимодействия всех участников дистанционного обучения, проведения семинаров, выступления с докладами и защиты выполненных работ, проведения тренингов, организации коллективной работы;
- применение электронного обучения, дистанционных образовательных технологий для организации форм текущего и промежуточного контроля;
- увеличение продолжительности сдачи обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья форм промежуточной аттестации по отношению к установленной продолжительности их сдачи:
 - продолжительность сдачи зачёта или экзамена, проводимого в письменной форме, – не более чем на 90 минут;
 - продолжительность подготовки обучающегося к ответу на зачёте или экзамене, проводимом в устной форме, – не более чем на 20 минут; – продолжительность выступления обучающегося при защите курсовой работы – не более чем на 15 минут.

Лист изменений и дополнений

№ п/п	Виды дополнений и изменений	Дата и номер протокола заседания кафедры (кафедр), на котором были рассмотрены и одобрены изменения и дополнения	Подпись (с расшифровкой) заведующего кафедрой (заведующих кафедрами)